

Name: _____ Vorname: _____

Klasse: _____ Platznummer: _____ Punkte: _____

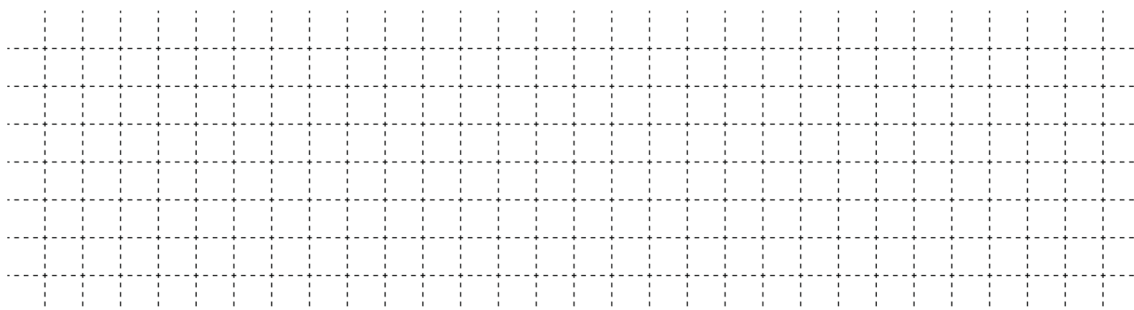
Aufgabe A 1

Nachtermin

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = -1,5 \cdot \log_2(1-x) - 6$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

A 1.1 Die Gerade g mit der Gleichung $y = -9$ schneidet den Graphen der Funktion f im Punkt P .

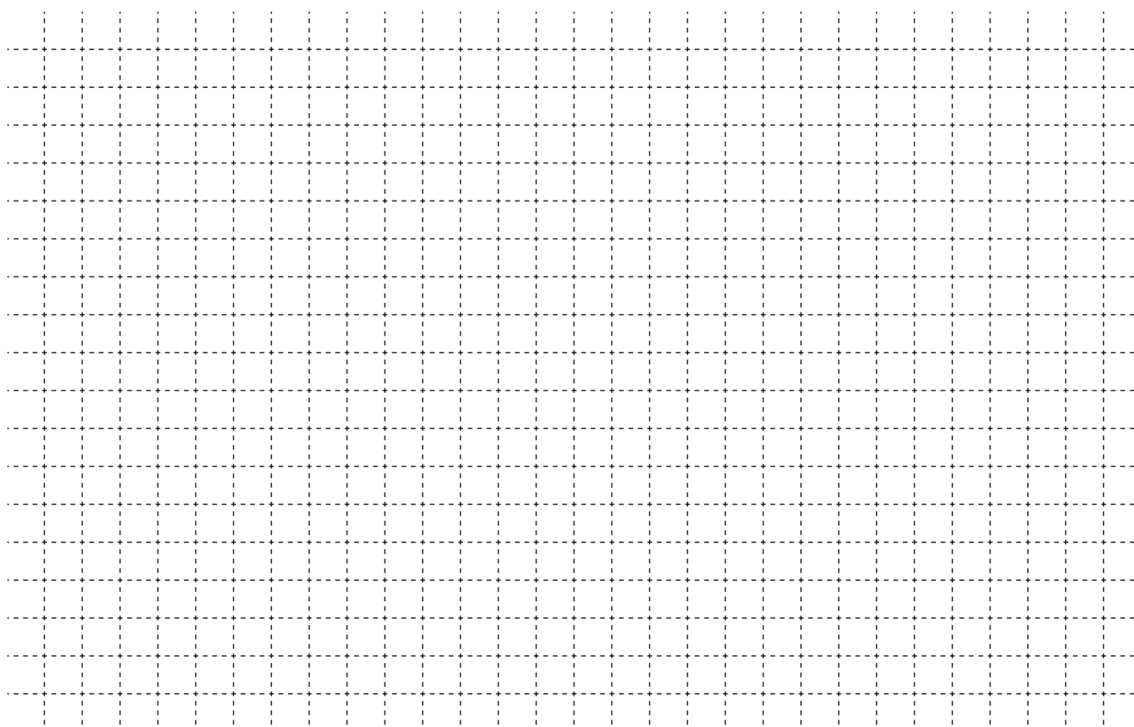
Ermitteln Sie rechnerisch die x -Koordinate des Punktes P .



2 P

A 1.2 Der Graph der Funktion f_0 mit der Gleichung $y = a \cdot \log_2(b-x) - c$ mit $a, b, c, x, y \in \mathbb{R}$ wird durch Achsenspiegelung an der x -Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f abgebildet.

Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion f_0 .



3 P

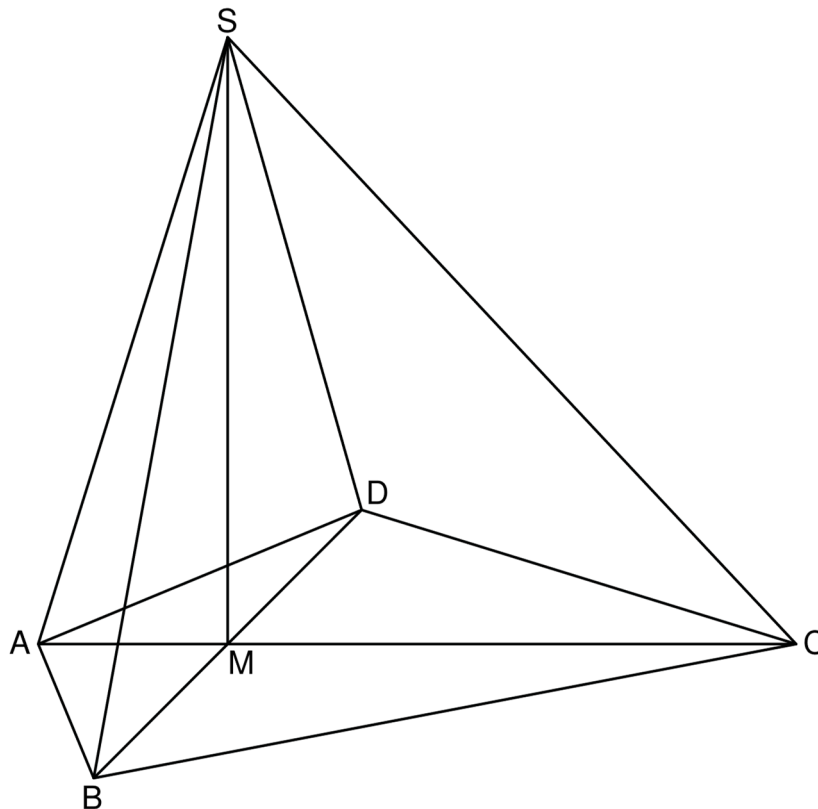
A 2.0 Die Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ des Drachenvierecks ABCD schneiden sich im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Höhe $\overline{MS}$.

Es gilt: $|\overline{AC}| = 10 \text{ cm}$; $|\overline{AM}| = 2,5 \text{ cm}$; $|\overline{BD}| = 10 \text{ cm}$; $|\overline{MS}| = 8 \text{ cm}$.

Die Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$; $\overline{AC}$ liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Punkte P_n liegen auf der Strecke $\overline{MC}$. Die Winkel $\angle MSP_n$ haben das Maß φ mit $\varphi \in [0^\circ; 43,15^\circ[$.

Parallelen zur Strecke $\overline{BD}$ durch die Punkte P_n schneiden die Strecke $\overline{BC}$ in Punkten Q_n und die Strecke $\overline{CD}$ in Punkten R_n . Die Dreiecke AQ_nR_n sind die Grundflächen von Pyramiden AQ_nR_nS mit der Höhe $\overline{MS}$.

Zeichnen Sie die Strecke $\overline{SP_1}$ sowie die Pyramide AQ_1R_1S für $\varphi = 30^\circ$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein.

A 2.2 Begründen Sie rechnerisch die obere Intervallgrenze von φ .

1 P

A 2.3 Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{MP_n}$ und $\overline{Q_nR_n}$ in Abhängigkeit von φ .

[Ergebnisse: $|\overline{MP_n}|(\varphi) = 8 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$; $|\overline{Q_nR_n}|(\varphi) = (10 - 10,67 \cdot \tan \varphi) \text{ cm}$]

3 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden AQ_nR_nS in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = (-113,81 \cdot \tan^2 \varphi + 71,10 \cdot \tan \varphi + 33,33) \text{ cm}^3$.

Bestimmen Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Pyramide AQ_1R_1S .

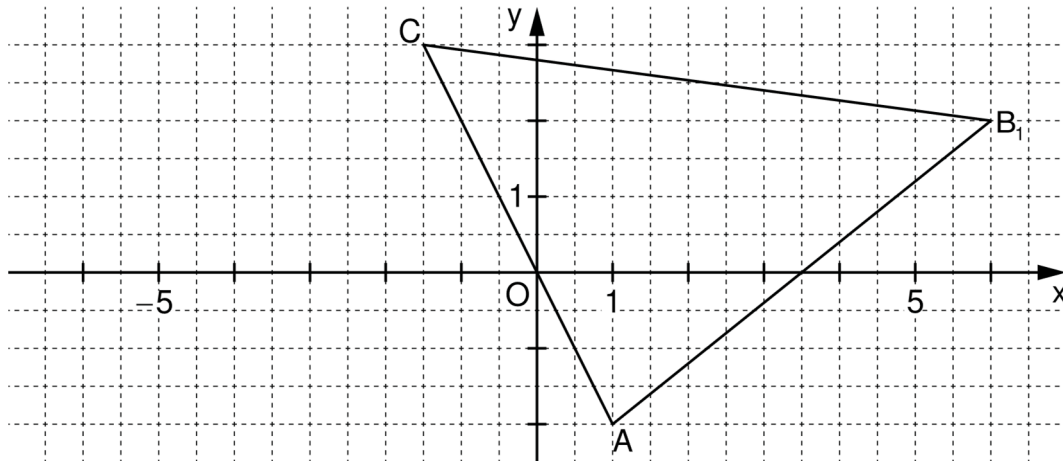
3 P

A 3.0 Die Punkte $A(1|-2)$ und $C(-1,5|3)$ legen für $\varphi \in]0^\circ; 180^\circ[$ zusammen mit Pfeilen

$$\overrightarrow{AB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 4 \sin \varphi + 3 \\ \frac{2}{\sin \varphi} \end{pmatrix} \text{ Dreiecke } AB_nC \text{ fest.}$$

Im Koordinatensystem ist das Dreieck AB_1C für $\varphi = 30^\circ$ eingezeichnet.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

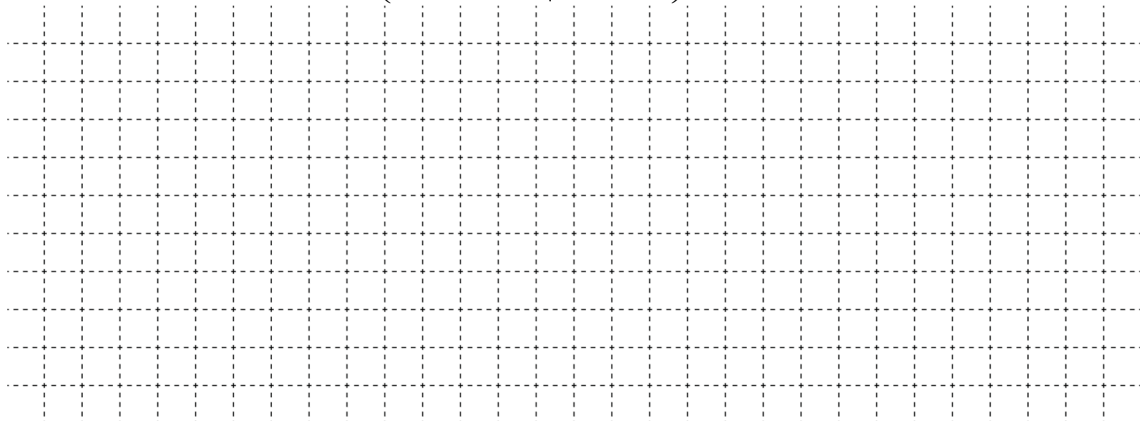


A 3.1 Die Punkte B_n werden durch Punktspiegelung an $O(0|0)$ auf Punkte D_n abgebildet. Dadurch entstehen Vierecke AB_nCD_n .

Ergänzen Sie im Koordinatensystem zu A 3.0 das Dreieck AB_1C zum Viereck AB_1CD_1 .

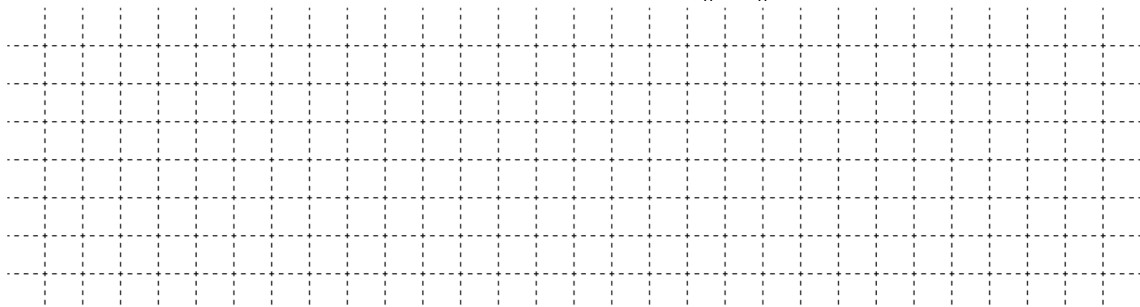
Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in

$$\text{Abhängigkeit von } \varphi \text{ gilt: } D_n \left(-4 \sin \varphi - 4 \mid 2 - \frac{2}{\sin \varphi} \right).$$



3 P

A 3.2 Begründen Sie, weshalb es unter den Vierecken AB_nCD_n kein Parallelogramm gibt.



2 P

Aufgabe B 1

Nachtermin

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit einer Gleichung der Form $y = a \cdot 2^{x-6} - 5$ mit $a, x, y \in \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f_1 verläuft durch den Punkt $P(5 | -1)$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = 8 \cdot 2^{x-6} - 5$ besitzt.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4; 6]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 6$; $-6 \leq y \leq 3$

3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -0,1$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0,5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -0,8 \cdot 2^{x-3} + 1$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ besitzt und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 für $x \in [-4; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

Geben Sie sodann die Gleichung der Asymptote des Graphen zu f_2 an.

4 P

B 1.3 Punkte $A_n(x | 8 \cdot 2^{x-6} - 5)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n(x | -0,8 \cdot 2^{x-3} + 1)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n für $x < 4,74$ die Eckpunkte von Rauten $A_n B_n C_n D_n$.

Es gilt: $|\overline{B_n D_n}| = 3 \text{ LE}$.

Zeichnen Sie die Rauten $A_1 B_1 C_1 D_1$ für $x = -2$ und $A_2 B_2 C_2 D_2$ für $x = 3$ mit ihren Diagonalen in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

2 P

B 1.4 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_2 .

Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob der Punkt B_2 auf dem Graphen zu f_1 liegt.

3 P

B 1.5 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $\overline{A_n C_n}$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $|\overline{A_n C_n}|(x) = (-1,8 \cdot 2^{x-3} + 6) \text{ LE}$.

Begründen Sie sodann, dass für den Flächeninhalt A der Rauten $A_n B_n C_n D_n$ gilt: $A < 9 \text{ FE}$.

3 P

B 1.6 Für die Raute $A_3 B_3 C_3 D_3$ gilt: $\sphericalangle C_3 B_3 A_3 = 120^\circ$.

Bestimmen Sie durch Rechnung die zugehörige x-Koordinate des Punktes A_3 .

3 P

Bitte wenden!

Aufgabe B2

Nachtermin

B 2.0 Punkte $B_n(x | -x + 2)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -x + 2$ ($x, y \in \mathbb{R}$) und Punkte C_n auf der Geraden h mit der Gleichung $y = -0,75x + 5,5$ ($x, y \in \mathbb{R}$) haben dieselbe Abszisse x . Sie sind für $x \in]-1; 10[$ zusammen mit dem Punkt $A(-1 | -4)$ und Punkten D_n die Eckpunkte von Vierecken $AB_nC_nD_n$.

Für die Punkte D_n gilt: $\sphericalangle B_nAD_n = 40^\circ$ und $|\overline{AB_n}| = |\overline{AD_n}|$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Vierecke $AB_1C_1D_1$ für $x = 0$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 5$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leq x \leq 6$; $-4 \leq y \leq 6$

3 P

B 2.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n .

[Ergebnis: $D_n(1,41x - 4,07 | -0,13x + 1,26)$]

4 P

B 2.3 Für die Strecke $\overline{AB_3}$ gilt: $\overline{AB_3} \perp g$.

Berechnen Sie die zugehörige Belegung für x .

2 P

B 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n gilt: $y = -0,09x + 0,88$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen t in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein.

3 P

B 2.5 Der Punkt D_4 liegt auf der Geraden h .

Berechnen Sie die x -Koordinaten der Punkte B_4 und D_4 .

Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob $AB_4 \parallel t$ gilt.

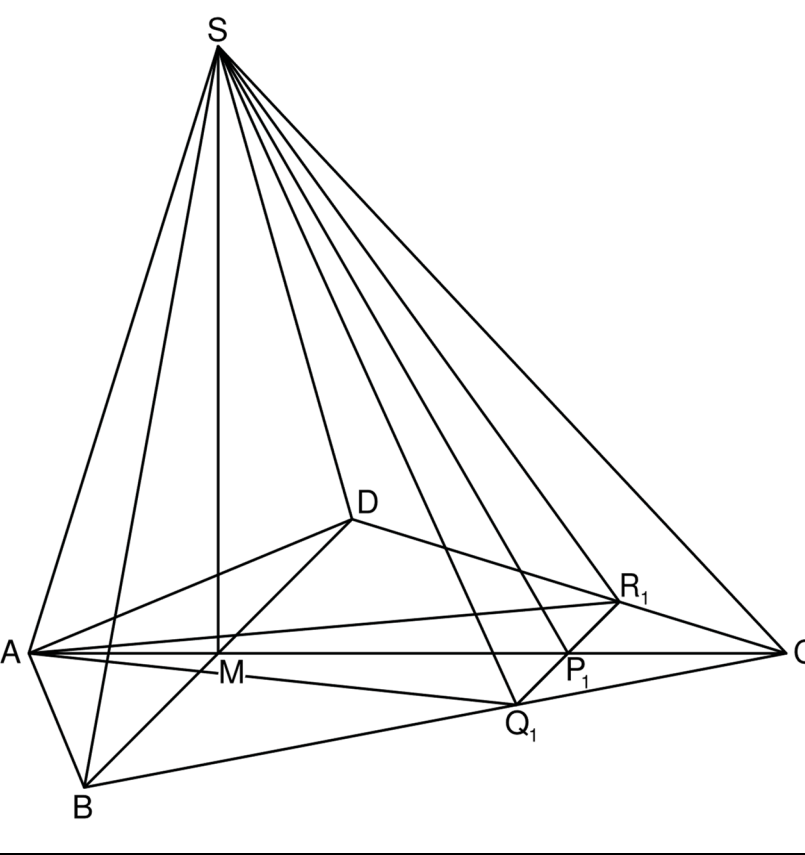
[Teilergebnis: $x_{B_4} = 7,86$]

5 P

AUFGABE A 1: FUNKTIONEN

A 1.1	$-9 = -1,5 \cdot \log_2(1-x) - 6$ $x \in \mathbb{R}; x < 1$ $\Leftrightarrow x = -3$ $L = \{-3\}$	2	L 4 K 5
A 1.2	$\begin{pmatrix} x'' \\ -1,5 \cdot \log_2(1-x'') - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $x', y', x'' \in \mathbb{R}; x'' < 1$ $\Rightarrow y' = -1,5 \cdot \log_2(-1-x') - 3$ $\begin{pmatrix} x' \\ -1,5 \cdot \log_2(-1-x') - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$ $x, y, x' \in \mathbb{R}; x' < -1$ $\Rightarrow f_0: y = 1,5 \cdot \log_2(-1-x) + 3$ $x, y \in \mathbb{R}$	3	L 4 K 2 K 5

AUFGABE A 2: RAUMGEOMETRIE

A 2.0		2	L 3 K 4
A 2.1	Einzeichnen der Strecke $\overline{SP_1}$ und der Pyramide AQ_1R_1S	2	L 3 K 4

A 2.2	Für φ muss gelten: $\varphi < \angle MSC$. $\tan \angle MSC = \frac{10 - 2,5}{8}$ Folglich muss $\varphi < 43,15^\circ$ gelten.	1	L 3 K 2
A 2.3	$\tan \varphi = \frac{ \overline{MP_n} }{8 \text{ cm}} \quad \overline{MP_n} (\varphi) = 8 \cdot \tan \varphi \text{ cm} \quad \varphi \in [0^\circ; 43,15^\circ[$ $\frac{ \overline{Q_n R_n} }{10 \text{ cm}} = \frac{(10 - 2,5 - 8 \cdot \tan \varphi) \text{ cm}}{(10 - 2,5) \text{ cm}} \quad \varphi \in [0^\circ; 43,15^\circ[$... $ \overline{Q_n R_n} (\varphi) = (10 - 10,67 \cdot \tan \varphi) \text{ cm}$	3	L 3 L 4 K 2 K 5
A 2.4	$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{Q_n R_n} \cdot \overline{AP_n} \cdot \overline{MS} $ $V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (10 - 10,67 \cdot \tan \varphi) \cdot (2,5 + 8 \cdot \tan \varphi) \cdot 8 \text{ cm}^3 \quad \varphi \in [0^\circ; 43,15^\circ[$... $V(\varphi) = (-113,81 \cdot \tan^2 \varphi + 71,10 \cdot \tan \varphi + 33,33) \text{ cm}^3$ $V(30^\circ) = [-113,81 \cdot (\tan 30^\circ)^2 + 71,10 \cdot \tan 30^\circ + 33,33] \text{ cm}^3 \quad V(30^\circ) = 36,44 \text{ cm}^3$	3	L 2 L 3 L 4 K 5

AUFGABE A 3: EBENE GEOMETRIE

A 3.0			
A 3.1	Ergänzen des Dreiecks AB_1C zum Viereck AB_1CD_1 $B_n \xrightarrow{O; \alpha = 180^\circ} D_n$ $\overrightarrow{OB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 4 \sin \varphi + 3 \\ \frac{2}{\sin \varphi} \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{OB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 4 \sin \varphi + 4 \\ -2 + \frac{2}{\sin \varphi} \end{pmatrix} \quad \varphi \in]0^\circ; 180^\circ[$ $\overrightarrow{OD_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -(4 \sin \varphi + 4) \\ -(-2 + \frac{2}{\sin \varphi}) \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{OD_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -4 \sin \varphi - 4 \\ 2 - \frac{2}{\sin \varphi} \end{pmatrix} \quad \varphi \in]0^\circ; 180^\circ[$ $D_n \left(-4 \sin \varphi - 4 \mid 2 - \frac{2}{\sin \varphi} \right)$	3	L 3 L 4 K 4 K 5

A 3.2	In einem Parallelogramm AB_0CD_0 müsste der Punkt O sowohl der Mittelpunkt der Strecke $\overline{B_0D_0}$ als auch der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AC}$ sein. $A(1 -2) \xrightarrow{O; 180^\circ} A'(-1 2)$ Wegen $A' \neq C$ ist der Punkt O nicht der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AC}$. Folglich gibt es unter den Vierecken AB_nCD_n kein Parallelogramm.	2	L 3 K 1 K 5
19			

Aufgabengruppe B

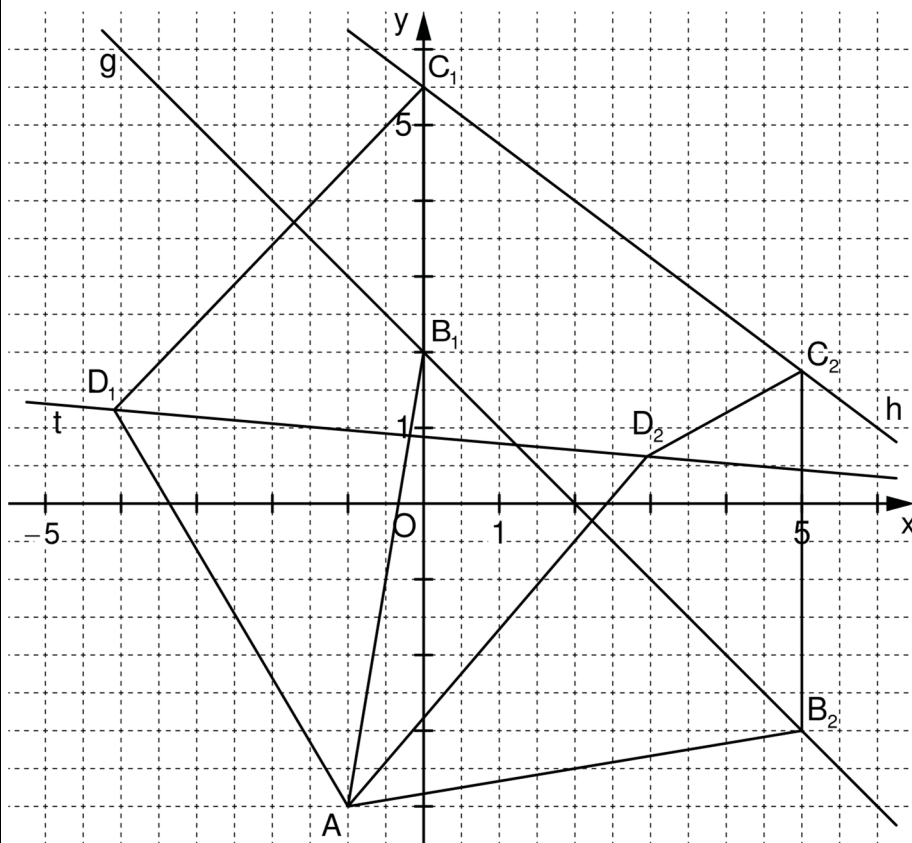
Nachtermin

AUFGABE B 1: FUNKTIONEN

B 1.1	$-1 = a \cdot 2^{5-6} - 5$... $\Leftrightarrow a = 8$ $f_1: y = 8 \cdot 2^{x-6} - 5$ $a \in \mathbb{R}$ $L = \{8\}$ $x, y \in \mathbb{R}$	3	L 4 K 4 K 5
-------	--	---	-------------------

B 1.2	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -0,1 \cdot (8 \cdot 2^{x-6} - 5) \end{pmatrix} \quad x', y', x \in \mathbb{R}$	4	L 4 K 4 K 5
	$\Rightarrow y' = -0,8 \cdot 2^{x'-6} + 0,5$		
	$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -0,8 \cdot 2^{x'-6} + 0,5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -3 \\ 0,5 \end{pmatrix} \quad x'', y'', x' \in \mathbb{R}$		
	$\dots$		
	$\Rightarrow y'' = -0,8 \cdot 2^{x''-3} + 1$ $f_2: y = -0,8 \cdot 2^{x-3} + 1 \quad x, y \in \mathbb{R}$ Einzeichnen des Graphen zu f_2 Gleichung der Asymptote: $y = 1$		
B 1.3	Einzeichnen der Rauten $A_1 B_1 C_1 D_1$ und $A_2 B_2 C_2 D_2$ mit ihren Diagonalen	2	L 3 K 4
B 1.4	$A_2 \left(3 \mid 8 \cdot 2^{3-6} - 5 \right) \quad A_2 \left(3 \mid -4 \right)$	3	L 3 L 4 K 2 K 5
	$C_2 \left(3 \mid -0,8 \cdot 2^{3-3} + 1 \right) \quad C_2 \left(3 \mid 0,2 \right)$		
	$B_2 \left(3 + 0,5 \cdot 3 \mid \frac{-4 + 0,2}{2} \right) \quad B_2 \left(4,5 \mid -1,9 \right)$		
	$f_1(4,5) = 8 \cdot 2^{4,5-6} - 5 \quad f_1(4,5) = -2,17$		
	Wegen $-2,17 \neq -1,9$ liegt B_2 folglich nicht auf dem Graphen zu f_1 .		
B 1.5	$ \overline{A_n C_n} (x) = \left[-0,8 \cdot 2^{x-3} + 1 - (8 \cdot 2^{x-6} - 5) \right] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x < 4,74$	3	L 2 L 4 K 1 K 5
	...		
	$ \overline{A_n C_n} (x) = \underbrace{\left(-1,8 \cdot 2^{x-3} + 6 \right)}_{< 6} \text{ LE}$		
	Somit gilt für den Flächeninhalt der Rauten: $A < 0,5 \cdot 3 \cdot 6 \text{ FE} \Rightarrow A < 9 \text{ FE}$.		
B 1.6	$\tan(0,5 \cdot 120^\circ) = \frac{0,5 \cdot (-1,8 \cdot 2^{x-3} + 6)}{0,5 \cdot 3} \quad x \in \mathbb{R}; x < 4,74$	3	L 3 L 4 K 2 K 5
	...		
	$\Leftrightarrow x = 1,84 \quad L = \{1,84\}$		
		18	

B 2.1



3

L 3
K 4

B 2.2

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OD_n} &= \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{AD_n} \\ \overrightarrow{AB_n} &\xrightarrow{O; \alpha = 40^\circ} \overrightarrow{AD_n} \\ \overrightarrow{AB_n}(x) &= \begin{pmatrix} x - (-1) \\ -x + 2 - (-4) \end{pmatrix} & \overrightarrow{AB_n}(x) &= \begin{pmatrix} x + 1 \\ -x + 6 \end{pmatrix} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]-1; 10[\\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos 40^\circ & -\sin 40^\circ \\ \sin 40^\circ & \cos 40^\circ \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x + 1 \\ -x + 6 \end{pmatrix} & x', y', x \in \mathbb{R}; x \in]-1; 10[\\ \dots & \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1,41x - 3,07 \\ -0,13x + 5,26 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{OD_n}(x) &= \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 1,41x - 3,07 \\ -0,13x + 5,26 \end{pmatrix} & x \in \mathbb{R}; x \in]-1; 10[\\ \overrightarrow{OD_n}(x) &= \begin{pmatrix} 1,41x - 4,07 \\ -0,13x + 1,26 \end{pmatrix} & D_n(1,41x - 4,07 \mid -0,13x + 1,26)\end{aligned}$$

4

L 4
K 2
K 5

B 2.3

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x + 1 \\ -x + 6 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} &= 0 & x \in \mathbb{R}; x \in]-1; 10[\\ \dots & \\ \Leftrightarrow x &= 2,5 & L = \{2,5\}\end{aligned}$$

2

L 2
L 4
K 2
K 5

B 2.4	$\begin{cases} x_{D_n} = 1,41x - 4,07 \\ \wedge y_{D_n} = -0,13x + 1,26 \end{cases} \quad x_{D_n}, y_{D_n}, x \in \mathbb{R}; x \in]-1; 10[$... $\Rightarrow y_{D_n} = -0,09x_{D_n} + 0,88$ Trägergraph: $y = -0,09x + 0,88$ $x, y \in \mathbb{R}$ Einzeichnen des Trägergraphen t	3	L 4 K 4 K 5
B 2.5	$-0,13x + 1,26 = -0,75 \cdot (1,41x - 4,07) + 5,5 \quad x \in \mathbb{R}; x \in]-1; 10[$... $\Leftrightarrow x = 7,86 \quad L = \{7,86\} \quad x_{B_4} = 7,86$ $x_{D_4} = 1,41 \cdot 7,86 - 4,07 \quad x_{D_4} = 7,01$ $\overrightarrow{AB_4} = \begin{pmatrix} 7,86 + 1 \\ -7,86 + 6 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB_4} = \begin{pmatrix} 8,86 \\ -1,86 \end{pmatrix} \quad m_{AB_4} = -0,21$ Wegen $-0,21 \neq -0,09$ sind die Geraden AB_4 und t nicht parallel zueinander.	5	L 3 L 4 K 2 K 4
17			

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunktet.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.