Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

inhaltlich unveränderte, an den Zeichenkatalog des LehrplanPLUS angepasste Fassung

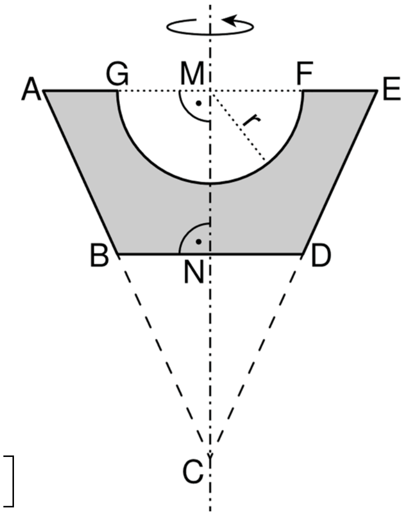
Mathematik II

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: __________ Platznummer: __________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 Haupttermin

A 1.0 Die Vorlage eines Kerzenhalters für kugelförmige Kerzen ist ein Rotationskörper mit der Rotationsachse MN. Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt dieses Rotationskörpers. Der Punkt C ist der Schnittpunkt der Geraden AB und ED.



Es gilt: $\left|\overline{AE}\right| = 9\,\text{cm}$; $\left|\overline{GF}\right| = 5\,\text{cm}$; $\left|\overline{BD}\right| = 5\,\text{cm}$;

$\left|\overline{CN}\right| = 5{,}5\,\text{cm}$; $r = \left|\overline{MG}\right| = \left|\overline{MF}\right|$; $AE \parallel BD$.

A 1.1 Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
$\left[\text{Zwischenergebnis: } \left|\overline{CM}\right| = 9{,}9\text{ cm; Ergebnis: } V = 141{,}21\,\text{cm}^3\right]$

4 P

A 1.2 Der Kerzenhalter soll aus Marmor gefertigt werden. 1 cm^3 des verwendeten Marmors hat eine Masse von 2,7 g.

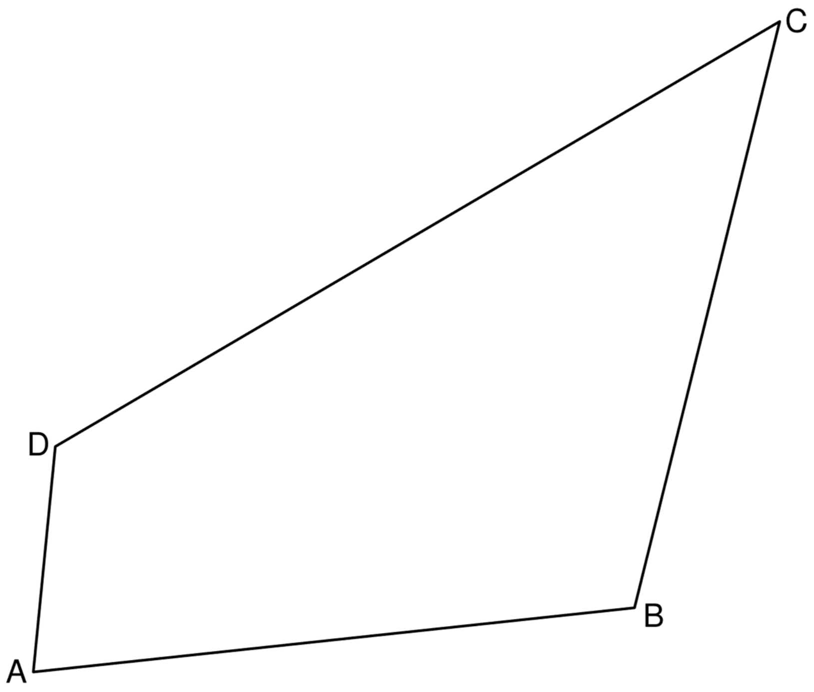
Berechnen Sie die Masse des Kerzenhalters. Runden Sie auf ganze Gramm.

1 P

A 2.0 Gegeben ist das Viereck ABCD.

Es gilt: $\left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{BC}\right| = 8\,\text{cm}$; $\left|\overline{AD}\right| = 3\,\text{cm}$; $\sphericalangle CBA = 110°$; $\sphericalangle ADB = 80°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Zeichnen Sie die Strecke $\overline{BD}$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels DBA und die Länge der Strecke $\overline{BD}$.

[Teilergebnisse: $\sphericalangle DBA = 21{,}67°$; $\left|\overline{BD}\right| = 7{,}96$ cm]

3 P

A 2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks ABCD.

$\left[\text{Ergebnis: } A_{ABCD} = 43{,}58 \text{ cm}^2\right]$

2 P

A 2.3 Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{CB}$ mit dem Mittelpunkt M schneidet die Strecke $\overline{AC}$ in den Punkten C und E.

Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CB}$ und Strecke $\overline{EM}$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.4 Die Strecke $\overline{EM}$ ist parallel zur Strecke $\overline{AB}$.

Begründen Sie, weshalb für das Maß des Winkels EMB gilt: $\sphericalangle EMB = 70°$.

Berechnen Sie sodann die Bogenlänge des Kreisbogens $\overset{\frown}{EB}$ mit dem Mittelpunkt M.

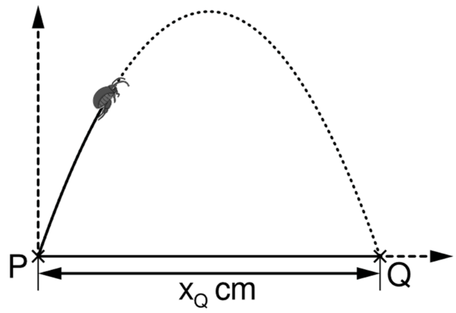
2 P

A 2.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{EB}$ und die Strecken $\overline{EM}$ und $\overline{BM}$ begrenzt wird.
Bestimmen Sie sodann den prozentualen Anteil dieses Flächeninhalts am Flächeninhalt des Vierecks ABCD.

2 P

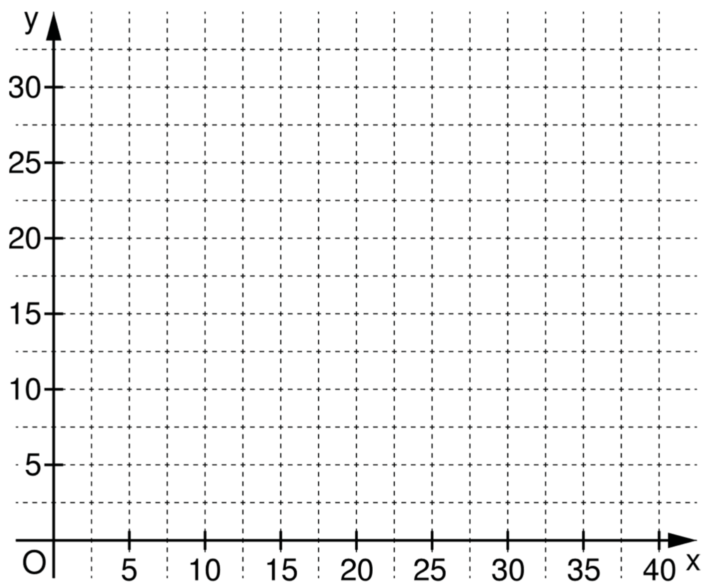
A 3.0 Ein Floh kann bezogen auf seine Körpergröße sehr weit und sehr hoch springen.

Ein solcher Sprung kann näherungsweise durch die Parabel $p: y = -0{,}1x^2 + 3{,}5x \ \left(x, y \in \mathbb{R}_0^+\right)$ beschrieben werden. Dabei entspricht x cm der horizontal gemessenen Entfernung vom Absprungpunkt $P(0\,|\,0)$ und y cm der zugehörigen Höhe über dem Boden. Der Floh landet im Punkt $Q(x_Q\,|\,0)$ auf dem Boden.



A 3.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S der Parabel p.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p für $x \in [0; x_Q]$ in das Koordinatensystem ein.

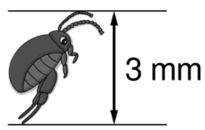


3 P

A 3.2 Geben Sie die maximale Höhe und die Weite dieses Sprungs an. Runden Sie auf ganze Zentimeter.

maximale Höhe: ___________ cm Weite: ___________ cm 1 P

A 3.3 Der rechts abgebildete Floh kann bis zu 0,6 m weit springen. Kreuzen Sie an, wie weit ein 1,80 m großer Mensch ungefähr springen würde, wenn er im Verhältnis zu seiner Körpergröße genauso weit wie dieser Floh springen könnte.



❑ 3,6 m ❑ 36 m ❑ 360 m ❑ 3600 m 1 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

inhaltlich unveränderte, an den Zeichenkatalog des LehrplanPLUS angepasste Fassung

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(3|5)$ hat eine Gleichung der Form $y = -0{,}5x^2 + bx + c$ mit $b, c, x, y \in \mathbb{R}$.

Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}25x - 3$ mit $x, y \in \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + 3x + 0{,}5$ hat.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-2; 8]$ in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \le x \le 10$; $-8 \le y \le 6$ 3 P

B 1.2 Punkte $B_n(x \mid -0{,}25x - 3)$ auf der Geraden g und Punkte $D_n(x \mid -0{,}5x^2 + 3x + 0{,}5)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten A_n und C_n Eckpunkte von Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ mit den Symmetrieachsen A_nC_n und den Diagonalenschnittpunkten M_n.

Es gilt: $\left|\overline{M_nA_n}\right| = 2$ LE ; $\left|\overline{M_nC_n}\right| = 4$ LE ; $y_{D_n} > y_{B_n}$.

Zeichnen Sie das Drachenviereck $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 0$ und das Drachenviereck $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Begründen Sie, weshalb der Flächeninhalt der Dreiecke $A_nB_nD_n$ stets halb so groß wie der Flächeninhalt der Dreiecke $B_nC_nD_n$ ist. 1 P

B 1.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ gibt. 3 P

B 1.5 Unter den Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ hat das Drachenviereck $A_0B_0C_0D_0$ den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie diesen Flächeninhalt und den zugehörigen Wert für x.

[Zwischenergebnis: $\left|\overline{B_nD_n}\right|(x) = (-0{,}5x^2 + 3{,}25x + 3{,}5)$ LE] 4 P

B 1.6 Unter den Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Drachenvierecke $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, die bei C_3 bzw. C_4 rechtwinklig sind.

Begründen Sie, warum $\left|\overline{B_3D_3}\right| = \left|\overline{B_4D_4}\right| = 8$ LE gilt.

Berechnen Sie sodann die x-Koordinaten von B_3 und B_4. 3 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

inhaltlich unveränderte, an den Zeichenkatalog des LehrplanPLUS angepasste Fassung

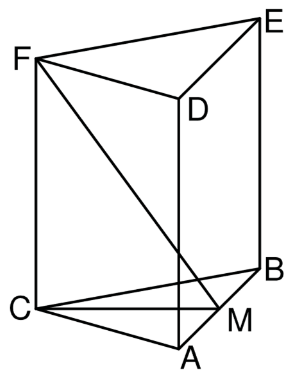
Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF, dessen Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $\overline{AB}$ ist. M ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$.

Es gilt: $|\overline{CM}| = 8\text{ cm}$; $|\overline{CF}| = 11\text{ cm}$; $|\overline{AB}| = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF mit der Strecke $\overline{FM}$, wobei die Strecke $\overline{CM}$ auf der Schrägbildachse und der Punkt C links vom Punkt M liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $\overline{FM}$ und das Maß des Winkels CFM.

$\left[\text{Teilergebnisse: } |\overline{FM}| = 13{,}60\text{ cm}; \sphericalangle CFM = 36{,}03°\right]$ 4 P

B 2.2 Für Punkte P_n auf der Strecke $\overline{FM}$ gilt: $|\overline{FP_n}|(x) = x\text{ cm}$ $\left(x \in \mathbb{R}; x \in [0; 13{,}60[\right)$.

Zeichnen Sie das Dreieck CP_1F für $x = 4$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Dreiecks CP_1F sowie die Länge der Strecke $\overline{CP_1}$. 3 P

B 2.3 Das Dreieck ABC ist die Grundfläche von Pyramiden $ABCP_n$ mit den Höhen $\overline{P_nK_n}$, wobei $K_n \in \overline{CM}$ gilt.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCP_1$ und die Höhe $\overline{P_1K_1}$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.4 Zeigen Sie, dass sich das Volumen V der Pyramiden $ABCP_n$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $V(x) = (146{,}67 - 10{,}80x)\text{ cm}^3$. 3 P

B 2.5 Das Volumen der Pyramide $ABCP_2$ beträgt 15 % des Volumens des Prismas ABCDEF.
Ermitteln Sie durch Rechnung den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 2.6 Unter den Punkten P_n hat der Punkt P_0 die kürzeste Entfernung zu C.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCP_0$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels AP_0B. 4 P

Bitte wenden!

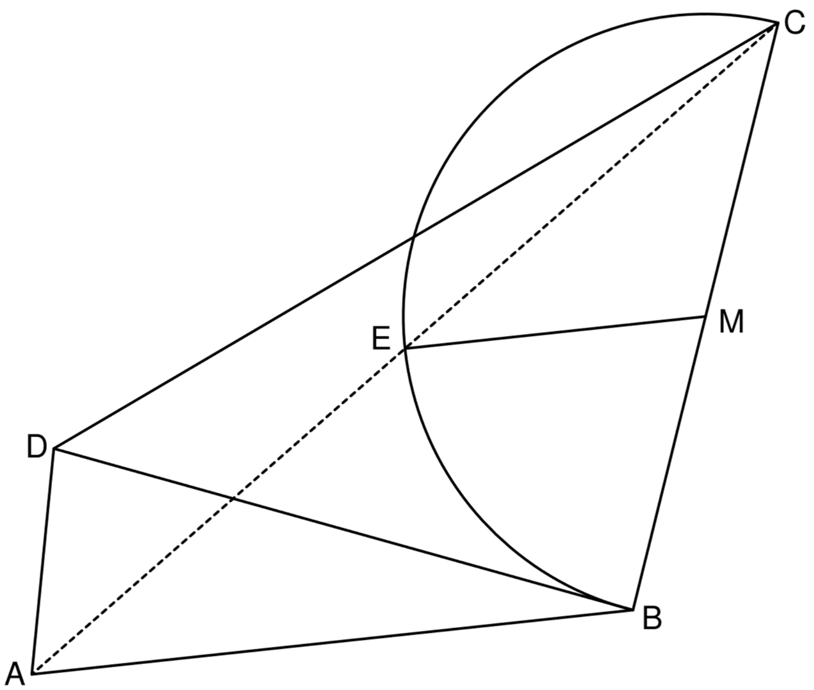
Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

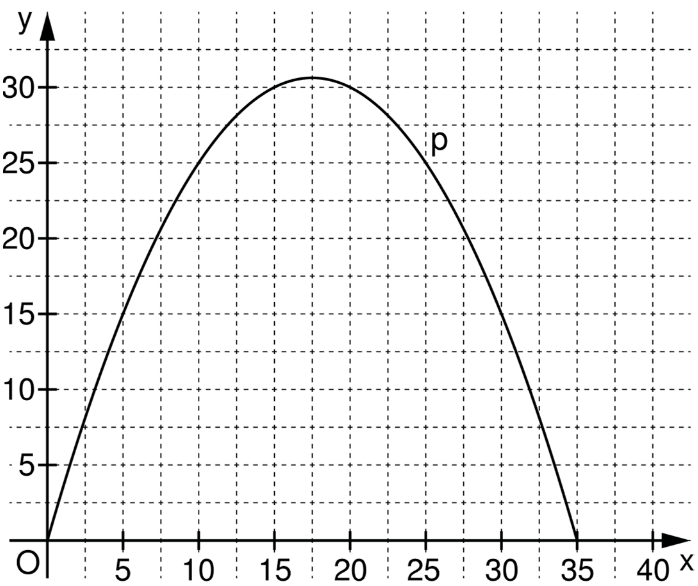
inhaltlich unveränderte, an den Zeichenkatalog des LehrplanPLUS angepasste Fassung

Aufgabengruppe A | **Haupttermin**

AUFGABE A 1: RAUMGEOMETRIE			
A 1.1	$V=\frac{1}{3}\cdot\left\|\overline{ME}\right\|^2\cdot\pi\cdot\left\|\overline{CM}\right\|-\frac{1}{3}\cdot\left\|\overline{ND}\right\|^2\cdot\pi\cdot\left\|\overline{CN}\right\|-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\left\|\overline{MF}\right\|^3\cdot\pi$ $\left\|\overline{ME}\right\|=0{,}5\cdot 9\text{ cm}$ $\quad\left\|\overline{ME}\right\|=4{,}5\text{ cm}$ $\left\|\overline{ND}\right\|=0{,}5\cdot 5\text{ cm}$ $\quad\left\|\overline{ND}\right\|=2{,}5\text{ cm}$ $\frac{\left\|\overline{CM}\right\|}{5{,}5\text{ cm}}=\frac{4{,}5\text{ cm}}{2{,}5\text{ cm}}$ $\quad\left\|\overline{CM}\right\|=9{,}9\text{ cm}$ $\left\|\overline{MF}\right\|=0{,}5\cdot 5\text{ cm}$ $\quad\left\|\overline{MF}\right\|=2{,}5\text{ cm}$ $V=\left(\frac{1}{3}\cdot 4{,}5^2\cdot\pi\cdot 9{,}9-\frac{1}{3}\cdot 2{,}5^2\cdot\pi\cdot 5{,}5-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 2{,}5^3\cdot\pi\right)\text{cm}^3$ $\quad V=141{,}21\text{ cm}^3$	4	L 2 K 2 K 5
A 1.2	$m=141{,}21\cdot 2{,}7\text{ g}$ $\quad m=381\text{ g}$	1	L 2 K 3 K 5
AUFGABE A 2: EBENE GEOMETRIE			
A 2.0			

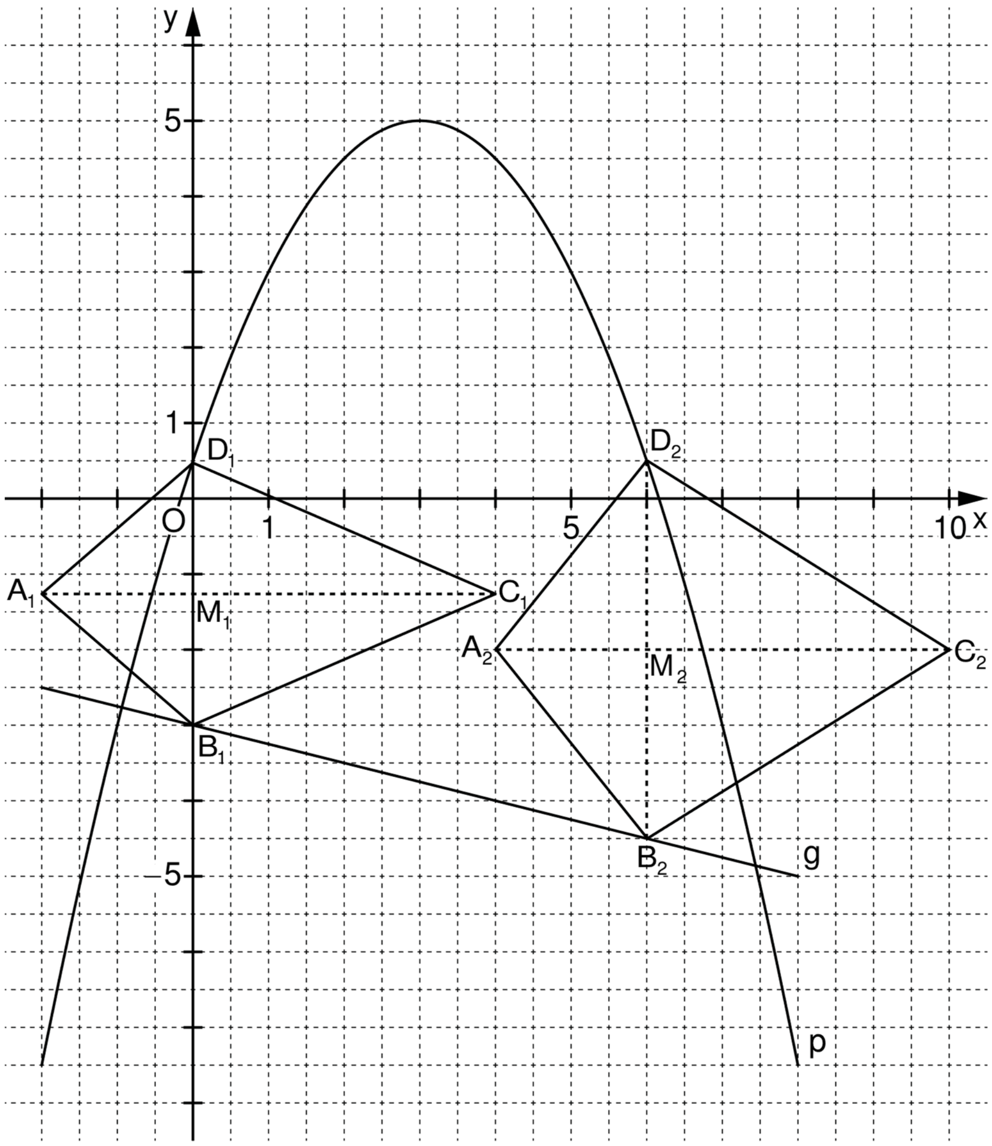
A 2.1	Einzeichnen der Strecke $\overline{BD}$ $\frac{\sin\sphericalangle DBA}{3\text{ cm}}=\frac{\sin 80^\circ}{8\text{ cm}}$ $\qquad\sphericalangle DBA = 21{,}67^\circ$ $\frac{\lvert\overline{BD}\rvert}{\sin\sphericalangle BAD}=\frac{\lvert\overline{AB}\rvert}{\sin\sphericalangle ADB}$ $\sphericalangle BAD = 180^\circ-80^\circ-21{,}67^\circ$ $\qquad\sphericalangle BAD = 78{,}33^\circ$ $\frac{\lvert\overline{BD}\rvert}{\sin 78{,}33^\circ}=\frac{8\text{ cm}}{\sin 80^\circ}$ $\qquad\lvert\overline{BD}\rvert = 7{,}96\text{ cm}$	3	L 2 L 3 K 4 K 5
A 2.2	$A_{ABCD}=0{,}5\cdot\lvert\overline{AB}\rvert\cdot\lvert\overline{BD}\rvert\cdot\sin\sphericalangle DBA+0{,}5\cdot\lvert\overline{BD}\rvert\cdot\lvert\overline{BC}\rvert\cdot\sin\sphericalangle CBD$ $\sphericalangle CBD = 110^\circ-21{,}67^\circ$ $\qquad\sphericalangle CBD = 88{,}33^\circ$ $A_{ABCD}=\left(0{,}5\cdot 8\cdot 7{,}96\cdot\sin 21{,}67^\circ+0{,}5\cdot 7{,}96\cdot 8\cdot\sin 88{,}33^\circ\right)\text{ cm}^2$ $\qquad A_{ABCD}=43{,}58\text{ cm}^2$	2	L 2 K 2 K 5
A 2.3	Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{CB}$ und der Strecke $\overline{EM}$	1	L 3 K 4
A 2.4	Der Winkel CME ist ein Stufenwinkel zum Winkel CBA an den Parallelen AB und EM. Somit gilt: $\sphericalangle CBA=\sphericalangle CME=110^\circ \Rightarrow \sphericalangle EMB=180^\circ-110^\circ=70^\circ$. $b=\frac{70^\circ}{360^\circ}\cdot 2\cdot\left(0{,}5\cdot 8\right)\cdot\pi\text{ cm}$ $\qquad b = 4{,}89\text{ cm}$	2	L 2 L 3 K 1 K 5
A 2.5	$A_{Figur}=\frac{70^\circ}{360^\circ}\cdot\left(0{,}5\cdot 8\right)^2\cdot\pi\text{ cm}^2$ $\qquad A_{Figur}=9{,}77\text{ cm}^2$ $\frac{9{,}77}{43{,}58}\cdot 100\,\% = 22{,}42\,\%$	2	L 1 L 2 K 5

AUFGABE A 3: FUNKTIONEN

A 3.1	$S\left(-\frac{3{,}5}{2\cdot(-0{,}1)}\,\middle\vert\, 0-\frac{3{,}5^2}{4\cdot(-0{,}1)}\right)$ $\qquad S\left(17{,}5\,\vert\, 30{,}625\right)$  	3	L 4 K 4 K 5

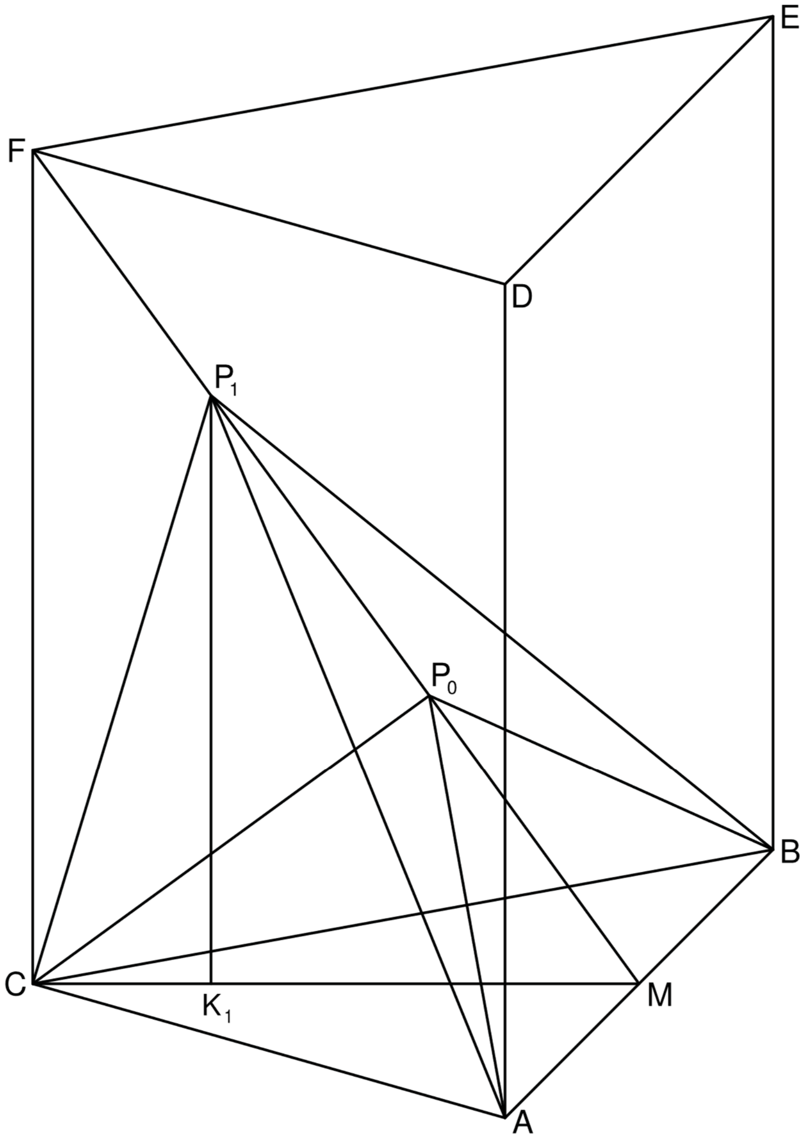
A 3.2	maximale Höhe: 31 cm Weite: 35 cm	1	L 4 K 3
A 3.3	360 m	1	L 4 K 3 K 5
		20	

Aufgabengruppe B **Haupttermin**

AUFGABE B 1: FUNKTIONEN			
B 1.1	$S(3\|5) \in p$ $y = -0{,}5 \cdot (x-3)^2 + 5 \qquad x, y \in \mathbb{R}$ ... p: $y = -0{,}5x^2 + 3x + 0{,}5$ 	3	L 4 K 4 K 5

B 1.2	Einzeichnen der Drachenvierecke $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L 3 K 4
B 1.3	Die Dreiecke $A_nB_nD_n$ und $B_nC_nD_n$ stimmen jeweils in der Seite $\overline{B_nD_n}$ überein, während die zugehörigen Höhen der Dreiecke $A_nB_nD_n$ halb so lang wie bei den Dreiecken $B_nC_nD_n$ sind. Daher ist der Flächeninhalt der Dreiecke $A_nB_nD_n$ stets halb so groß wie der Flächeninhalt der Dreiecke $B_nC_nD_n$.	1	L 3 K 1 K 6
B 1.4	$-0{,}5x^2+3x+0{,}5=-0{,}25x-3$ $\quad x\in\mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow\quad x=-0{,}94 \;\vee\; x=7{,}44$ $\quad \mathbb{L}=\{-0{,}94;\,7{,}44\}$ Für $x\in\,]-0{,}94\,;\,7{,}44[$ gibt es Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$.	3	L 3 L 4 K 2 K 5
B 1.5	$A=0{,}5\cdot\lvert\overline{A_nC_n}\rvert\cdot\lvert\overline{B_nD_n}\rvert$ $\lvert\overline{A_nC_n}\rvert=(2+4)\text{ LE}$ $\quad \lvert\overline{A_nC_n}\rvert=6\text{ LE}$ $\lvert\overline{B_nD_n}\rvert(x)=\left[-0{,}5x^2+3x+0{,}5-(-0{,}25x-3)\right]\text{ LE}$ $\quad x\in\mathbb{R};\,x\in\,]-0{,}94\,;\,7{,}44[$ $\lvert\overline{B_nD_n}\rvert(x)=(-0{,}5x^2+3{,}25x+3{,}5)\text{ LE}$ $A(x)=0{,}5\cdot6\cdot(-0{,}5x^2+3{,}25x+3{,}5)\text{ FE}$ $\quad x\in\mathbb{R};\,x\in\,]-0{,}94\,;\,7{,}44[$ $A(x)=(-1{,}5x^2+9{,}75x+10{,}5)\text{ FE}$ ... $A_{max}=26{,}34\text{ FE}$ für $x=3{,}25$	4	L 3 L 4 K 5
B 1.6	Die Dreiecke $B_3C_3D_3$ und $B_4C_4D_4$ sind gleichschenklig-rechtwinklig. Folglich gilt: $\lvert\overline{B_3D_3}\rvert=\lvert\overline{B_4D_4}\rvert=2\cdot\lvert\overline{M_nC_n}\rvert$ und somit $\lvert\overline{B_3D_3}\rvert=\lvert\overline{B_4D_4}\rvert=8\text{ LE}$. $-0{,}5x^2+3{,}25x+3{,}5=8$ $\quad x\in\mathbb{R};\,x\in\,]-0{,}94\,;\,7{,}44[$ ... $\Leftrightarrow\quad x=2 \;\vee\; x=4{,}5$ $\quad \mathbb{L}=\{2;\,4{,}5\}$	3	L 3 L 4 K 1 K 5
		16	

AUFGABE B 2: RAUMGEOMETRIE

B 2.1	 $\left\lvert\overline{FM}\right\rvert = \sqrt{8^2 + 11^2}$ cm $\left\lvert\overline{FM}\right\rvert = 13{,}60$ cm $\tan \sphericalangle CFM = \frac{8}{11}$ $\sphericalangle CFM = 36{,}03°$	4	L 2 L 3 K 4 K 5
B 2.2	Einzeichnen des Dreiecks CP_1F $A_{CP_1F} = 0{,}5 \cdot 11 \cdot 4 \cdot \sin 36{,}03°\ \text{cm}^2$ $A_{CP_1F} = 12{,}94\ \text{cm}^2$ $\left\lvert\overline{CP_1}\right\rvert = \sqrt{11^2 + 4^2 - 2 \cdot 11 \cdot 4 \cdot \cos 36{,}03°}$ cm $\left\lvert\overline{CP_1}\right\rvert = 8{,}11$ cm	3	L 2 L 3 K 4 K 5
B 2.3	Einzeichnen der Pyramide $ABCP_1$ und der Höhe $\overline{P_1K_1}$	1	L 3 K 4

B 2.4	$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \lvert\overline{AB}\rvert \cdot \lvert\overline{CM}\rvert \cdot \lvert\overline{P_nK_n}\rvert$ $\frac{\lvert\overline{P_nK_n}\rvert(x)}{11\,cm} = \frac{(13{,}60 - x)\,cm}{13{,}60\,cm}$ $\quad x \in IR\,;\, x \in [\,0\,;\,13{,}60\,[$ $\lvert\overline{P_nK_n}\rvert(x) = (11 - 0{,}81x)\,cm$ $V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 \cdot (11 - 0{,}81x)\,cm^3$ $\quad x \in IR\,;\, x \in [\,0\,;\,13{,}60\,[$ $V(x) = (146{,}67 - 10{,}80x)\,cm^3$	3	L 2 L 3 K 2 K 5
B 2.5	$V_{ABCDEF} = 0{,}5 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 11\,cm^3$ $\quad V_{ABCDEF} = 440\,cm^3$ $146{,}67 - 10{,}80x = 0{,}15 \cdot 440$ $\quad x \in IR\,;\, x \in [\,0\,;\,13{,}60\,[$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 7{,}47$ $\quad L = \{7{,}47\}$	2	L 2 L 4 K 5
B 2.6	Einzeichnen der Pyramide $ABCP_0$ $\sphericalangle AP_0B = 2 \cdot \sphericalangle AP_0M$ $\tan \sphericalangle AP_0M = \frac{\lvert\overline{AM}\rvert}{\lvert\overline{FM}\rvert - \lvert\overline{FP_0}\rvert}$ $\cos 36{,}03° = \frac{\lvert\overline{FP_0}\rvert}{11\,cm}$ $\quad \lvert\overline{FP_0}\rvert = 8{,}90\,cm$ $\tan \sphericalangle AP_0M = \frac{0{,}5 \cdot 10}{13{,}60 - 8{,}90}$ $\quad \sphericalangle AP_0M = 46{,}77°$ $\sphericalangle AP_0B = 2 \cdot 46{,}77°$ $\quad \sphericalangle AP_0B = 93{,}54°$	4	L 2 L 3 K 2 K 4
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.