Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

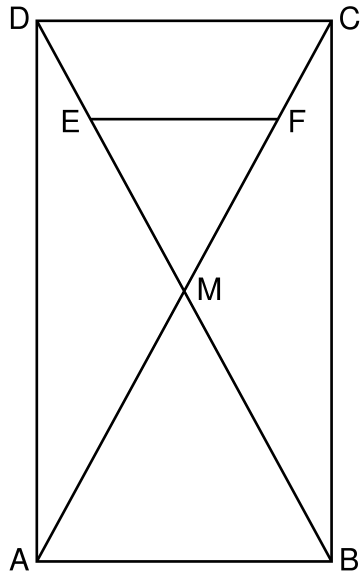
! inhaltlich unveränderte, an den Zeichenkatalog des LehrplanPLUS angepasste Fassung !

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: __________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 — Nachtermin

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt das Rechteck ABCD mit den Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$, den Diagonalenschnittpunkt M und die Strecke $\overline{EF}$.



Es gilt:

$\left|\overline{AB}\right| = 6\text{ cm}$; $\left|\overline{BC}\right| = 11\text{ cm}$; $E \in \overline{DM}$; $F \in \overline{CM}$;

$\overline{EF} \parallel \overline{CD}$; $d(E;CD) = 2\text{ cm}$.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhalts des Dreiecks MFE am Flächeninhalt des Rechtecks ABCD.

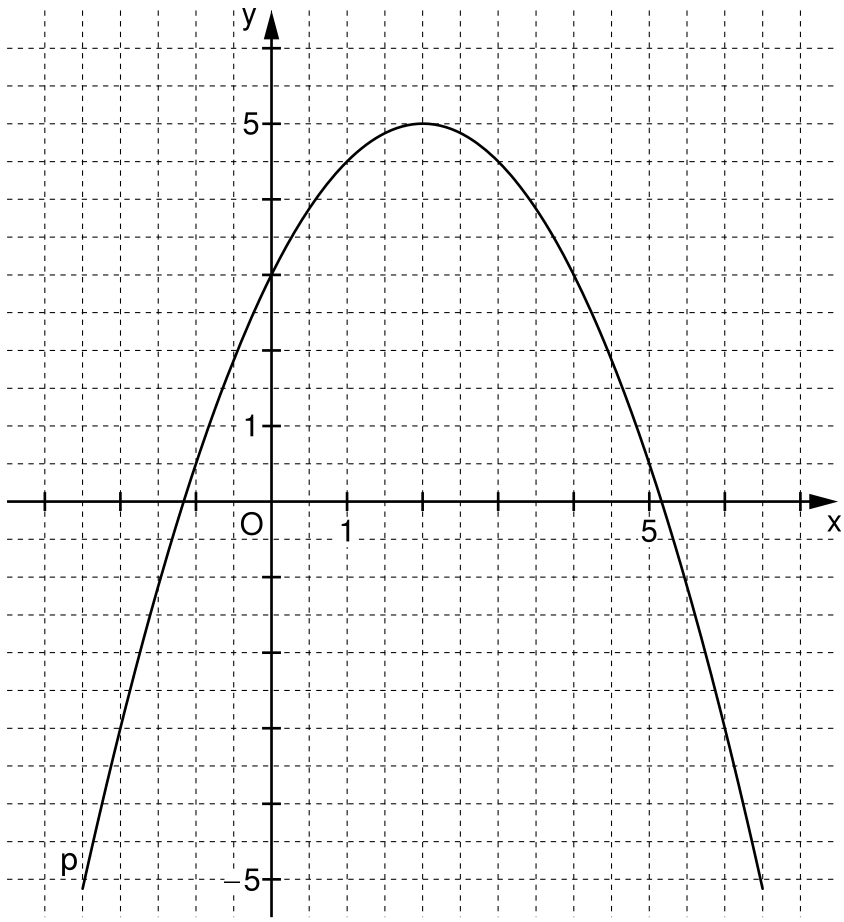
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

$\left[\text{Zwischenergebnisse: } \left|\overline{EF}\right| = 3{,}82\text{ cm};\ A_{MFE} = 6{,}69\text{ cm}^2\right]$

4 P

A 2.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + 2x + 3$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Die Parabel q ist eine nach oben geöffnete Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $S(1|-4)$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Zeichnen Sie die Parabel q für $x \in [-2; 4]$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein und zeigen Sie rechnerisch, dass q die Gleichung $y = x^2 - 2x - 3$ $(x, y \in \mathbb{R})$ hat.

3 P

A 2.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte A und C der Parabeln p und q, wobei gelten soll: $x_A < x_C$.

$\left[\text{Teilergebnis: } x_A = -1{,}07\,;\ x_C = 3{,}74\right]$

3 P

A 2.3 Punkte $B_n\left(x \mid x^2 - 2x - 3\right)$ auf der Parabel q und Punkte $D_n\left(x \mid -0{,}5x^2 + 2x + 3\right)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit den Punkten A und C für $x \in \left]-1{,}07; 3{,}74\right[$ Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n.

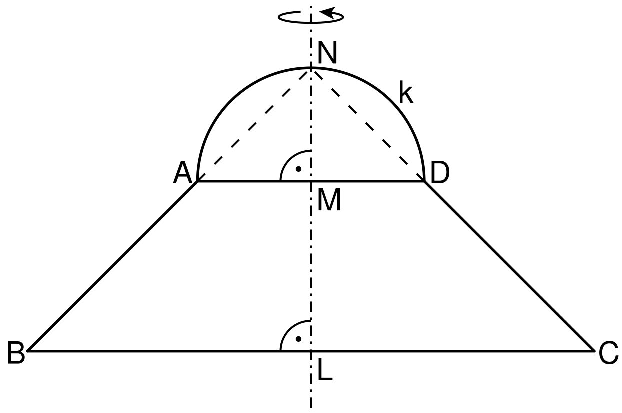
Zeichnen Sie das Viereck AB_1CD_1 für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.4 Ist das Viereck AB_1CD_1 ein Trapez mit den Grundseiten $\overline{AD_1}$ und $\overline{B_1C}$?

Begründen Sie Ihre Entscheidung rechnerisch.

4 P

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt eine zur Geraden LN achsensymmetrische Figur, die aus dem gleichschenkligen Trapez ABCD und dem Halbkreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $r = |\overline{MA}| = |\overline{MD}| = |\overline{MN}|$ besteht.



Es gilt: $|\overline{BC}| = 10 \text{ cm}$; $|\overline{LM}| = 3 \text{ cm}$;

$N \in BA$; $N \in CD$; $N \in k$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Begründen Sie, dass gilt: $\sphericalangle AND = 90°$.

Bestimmen Sie sodann den Radius r des Halbkreises k.

[Teilergebnis: $r = 2 \text{ cm}$]

3 P

A 3.2 Durch Rotation der Figur aus A 3.0 um die Achse LN entsteht ein Rotationskörper. Berechnen Sie dessen Volumen.

3 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

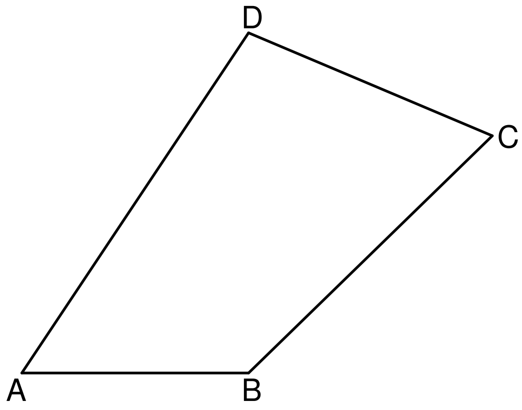
an den Realschulen in Bayern

inhaltlich unveränderte, an den Zeichenkatalog des LehrplanPLUS angepasste Fassung

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt das Viereck ABCD.



Es gilt:
$\left|\overline{AB}\right| = 6\text{ cm}$; $\left|\overline{BC}\right| = \left|\overline{BD}\right| = 9\text{ cm}$;
$\left|\overline{CD}\right| = 7\text{ cm}$; $\sphericalangle DBA = 90°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD sowie die Strecke $\overline{BD}$.
Berechnen Sie sodann den Umfang des Vierecks ABCD. 4 P

B 1.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels BDC.
$\left[\text{Ergebnis: } \sphericalangle BDC = 67{,}11°\right]$ 2 P

B 1.3 Die Strecke $\overline{CE}$ mit $E \in \overline{BD}$ ist senkrecht zur Strecke $\overline{BD}$.
Ergänzen Sie die Zeichnung zu B 1.1 um die Strecke $\overline{CE}$.
Bestimmen Sie sodann rechnerisch die Längen der Strecken $\overline{CE}$ und $\overline{DE}$.
$\left[\text{Teilergebnisse: } \left|\overline{CE}\right| = 6{,}45\text{ cm};\ \left|\overline{DE}\right| = 2{,}72\text{ cm}\right]$ 3 P

B 1.4 Die Strecke $\overline{EN}$ ist die kürzeste Verbindung des Punktes E zur Strecke $\overline{BC}$.
Zeichnen Sie die Strecke $\overline{EN}$ in die Zeichnung zu B 1.1 ein und berechnen Sie deren Länge. 4 P

B 1.5 Der Kreis mit dem Mittelpunkt D und dem Radius $r = \left|\overline{DE}\right|$ schneidet die Strecke $\overline{CD}$ im Punkt F.
Ergänzen Sie in der Zeichnung zu B 1.1 den zugehörigen Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Figur BCFE, die durch die Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CF}$ und den Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ begrenzt wird. 3 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

! inhaltlich unveränderte, an den Zeichenkatalog des LehrplanPLUS angepasste Fassung !

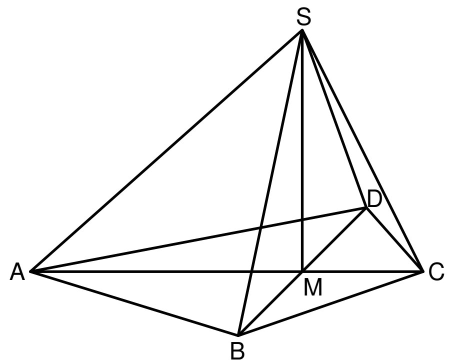
Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit der Höhe $\overline{MS}$, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD ist. M ist der Diagonalenschnittpunkt des Drachenvierecks ABCD.

Es gilt:

$\left|\overline{AC}\right| = 13$ cm; $\left|\overline{AM}\right| = 9$ cm; $\left|\overline{BD}\right| = 12$ cm; $\left|\overline{MS}\right| = 8$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $\overline{AC}$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $\overline{AS}$ und das Maß des Winkels SCA.

$\left[\text{Teilergebnisse: } \left|\overline{AS}\right| = 12{,}04 \text{ cm}; \sphericalangle SCA = 63{,}43°\right]$ 4 P

B 2.2 Der Punkt N liegt auf der Strecke $\overline{MS}$ mit $\left|\overline{MN}\right| = 2{,}5$ cm. Der Punkt F ist der Schnittpunkt der Halbgeraden $[AN$ mit der Strecke $\overline{CS}$.

Zeichnen Sie den Punkt N und die Strecke $\overline{AF}$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie das Maß des Winkels CAF.

$\left[\text{Teilergebnis: } \sphericalangle CAF = 15{,}52°\right]$ 2 P

B 2.3 Der Punkt N ist der Diagonalenschnittpunkt des Drachenvierecks AEFG mit den Diagonalen $\overline{AF}$ und $\overline{EG}$, wobei gilt: $E \in \overline{BS}$, $G \in \overline{DS}$ und $\overline{EG} \parallel \overline{BD}$.

Zeichnen Sie die Strecke $\overline{EG}$ und das Drachenviereck AEFG in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie den Flächeninhalt A_{AEFG} des Drachenvierecks AEFG.

$\left[\text{Teilergebnis: } A_{AEFG} = 48{,}88 \text{ cm}^2\right]$ 5 P

B 2.4 Für Punkte $P_n \in \overline{AS}$ gilt: $\left|\overline{AP_n}\right|(x) = x$ cm $(x \in \mathbb{R}; 0 < x \leq 12{,}04)$. Sie sind die Spitzen von Pyramiden $AEFGP_n$ mit den Höhenfußpunkten $Q_n \in \overline{AF}$.

Zeichnen Sie die Pyramide $AEFGP_1$ und die Pyramidenhöhe $\overline{P_1Q_1}$ für $x = 7$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Zeigen Sie sodann, dass für die Pyramidenhöhen $\overline{P_nQ_n}$ in Abhängigkeit von x gilt: $\left|\overline{P_nQ_n}\right|(x) = 0{,}44 \cdot x$ cm. 4 P

B 2.5 Das Volumen der Pyramide $AEFGP_2$ beträgt 14 cm^3.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für x. 2 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

! inhaltlich unveränderte, an den Zeichenkatalog des LehrplanPLUS angepasste Fassung !

Aufgabengruppe A | **Nachtermin**

AUFGABE A 1: EBENE GEOMETRIE

A 1 $A_{ABCD} = 6 \cdot 11\,cm^2$ $\qquad A_{ABCD} = 66\ cm^2$

$A_{MFE} = 0{,}5 \cdot \left|\overline{EF}\right| \cdot d(M;EF)$

$d(M;EF) = (0{,}5 \cdot 11 - 2)\ cm$ $\qquad d(M;EF) = 3{,}5\ cm$

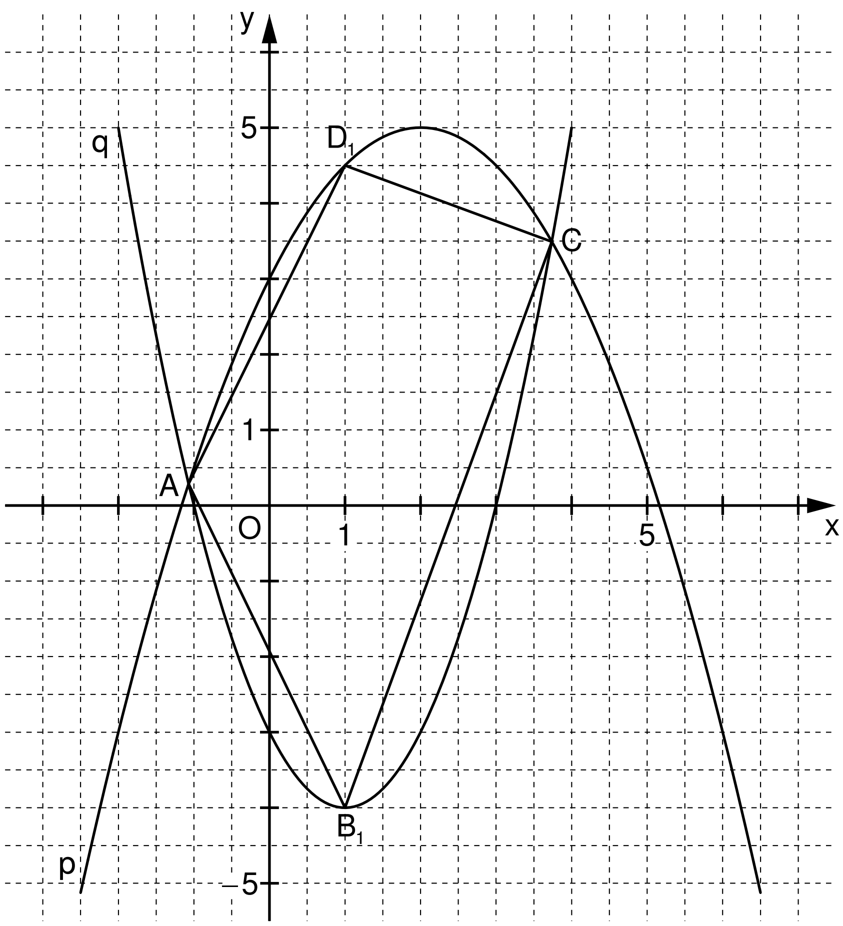
$\dfrac{\left|\overline{EF}\right|}{6\ cm} = \dfrac{3{,}5\ cm}{0{,}5 \cdot 11\,cm}$ $\qquad \left|\overline{EF}\right| = 3{,}82\ cm$ $\qquad$ 4 $\quad$ L 1 L 2 K 5

$A_{MFE} = 0{,}5 \cdot 3{,}82 \cdot 3{,}5\ cm^2$ $\qquad A_{MFE} = 6{,}69\,cm^2$

$\dfrac{6{,}69}{66} \cdot 100\,\% = 10{,}14\,\%$

AUFGABE A 2: FUNKTIONEN

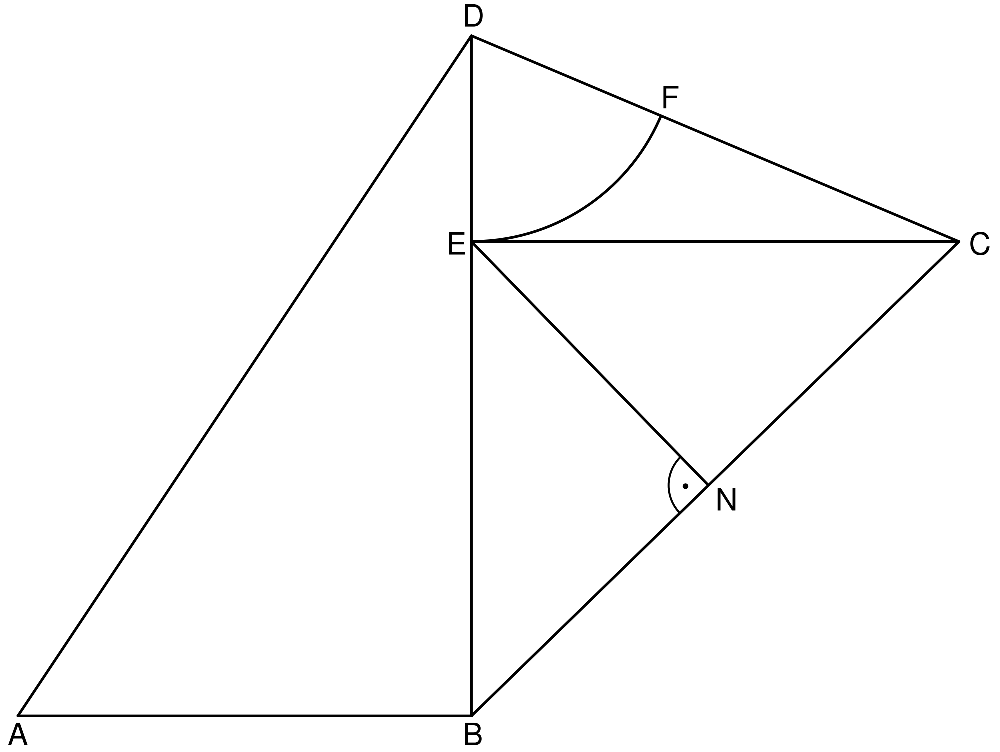
A 2.0



A 2.1	Einzeichnen der Parabel q Die Parabel q ist eine Parabel mit $a=1$ und dem Scheitelpunkt $S(1\|-4)$, also gilt: $y=(x-1)^2-4$ $\quad$ $x,y\in\mathbb{R}$ ... $q\colon y=x^2-2x-3$	3	L 4 K 4 K 5
A 2.2	$x^2-2x-3=-0{,}5x^2+2x+3$ $\quad$ $x\in\mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow\quad x=-1{,}07 \lor x=3{,}74$ $\quad$ $\mathbb{L}=\{-1{,}07;\,3{,}74\}$ $A\left(-1{,}07\,\middle\|\,(-1{,}07)^2-2\cdot(-1{,}07)-3\right)$ $\quad$ $A(-1{,}07\|0{,}28)$ $C\left(3{,}74\,\middle\|\,3{,}74^2-2\cdot 3{,}74-3\right)$ $\quad$ $C(3{,}74\|3{,}51)$	3	L 4 K 5
A 2.3	Einzeichnen des Vierecks AB_1CD_1	1	L 3 K 4
A 2.4	$B_1=S$ $\quad$ $B_1(1\|-4)$ $D_1\left(1\,\middle\|\,-0{,}5\cdot 1^2+2\cdot 1+3\right)$ $\quad$ $D_1(1\|4{,}5)$ $m_{AD_1}=\dfrac{4{,}5-0{,}28}{1-(-1{,}07)}$ $\quad$ $m_{AD_1}=2{,}04$ $m_{B_1C}=\dfrac{3{,}51-(-4)}{3{,}74-1}$ $\quad$ $m_{B_1C}=2{,}74$ Wegen $m_{AD_1}\neq m_{B_1C}$ sind die Strecken $\overline{AD_1}$ und $\overline{B_1C}$ nicht parallel zueinander. Somit ist das Viereck AB_1CD_1 kein Trapez mit den Grundseiten $\overline{AD_1}$ und $\overline{B_1C}$.	4	L 3 L 4 K 1 K 5
AUFGABE A 3: RAUMGEOMETRIE			
A 3.1	Der Punkt N liegt auf dem Thaleskreis über $\overline{AD}$, folglich gilt: $\sphericalangle AND=90^\circ$. $\tan(0{,}5\cdot 90^\circ)=\dfrac{0{,}5\cdot 10\text{ cm}}{r+3\text{ cm}}$ $\quad$ $r=2\text{ cm}$	3	L 2 L 3 K 1 K 2
A 3.2	$V=\left[\dfrac{1}{3}\cdot(0{,}5\cdot 10)^2\cdot\pi\cdot(2+3)-\dfrac{1}{3}\cdot 2^2\cdot\pi\cdot 2+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{3}\cdot 2^3\cdot\pi\right]\text{cm}^3$ $\quad$ $V=139{,}28\text{ cm}^3$	3	L 2 K 5
		21	

Aufgabe B 1: Ebene Geometrie

B 1.1



$u = \left|\overline{AB}\right| + \left|\overline{BC}\right| + \left|\overline{CD}\right| + \left|\overline{DA}\right|$

$\left|\overline{DA}\right| = \sqrt{9^2 + 6^2}$ cm — $\left|\overline{DA}\right| = 10{,}82$ cm

$u = (6 + 9 + 7 + 10{,}82)$ cm — $u = 32{,}82$ cm

4 — L 2, L 3, K 4, K 5

B 1.2 $9^2 = 9^2 + 7^2 - 2 \cdot 9 \cdot 7 \cdot \cos\sphericalangle BDC$ — $\sphericalangle BDC = 67{,}11°$

2 — L 2, K 5

B 1.3 Einzeichnen der Strecke $\overline{CE}$

$\sin 67{,}11° = \dfrac{\left|\overline{CE}\right|}{7\text{ cm}}$ — $\left|\overline{CE}\right| = 6{,}45$ cm

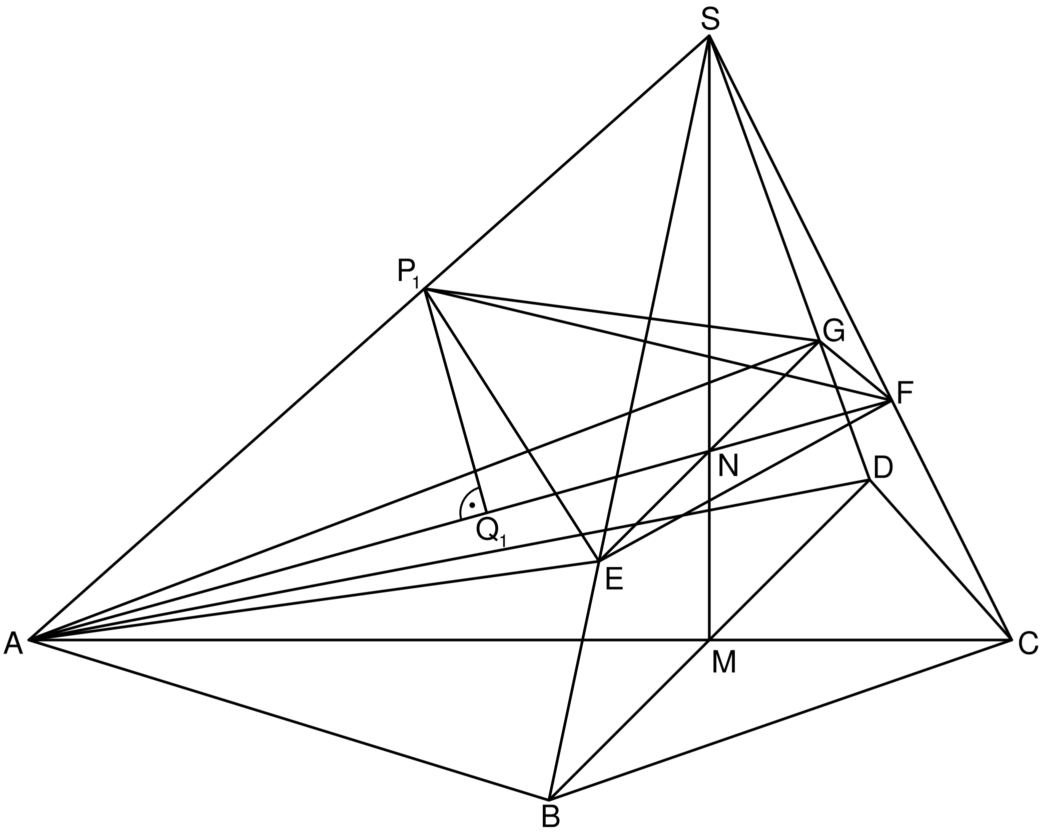
$\left|\overline{DE}\right| = \sqrt{7^2 - 6{,}45^2}$ cm — $\left|\overline{DE}\right| = 2{,}72$ cm

3 — L 2, L 3, K 4, K 5

B 1.4 Einzeichnen der Strecke $\overline{EN}$ $\sin\sphericalangle CBD = \frac{\lvert\overline{EN}\rvert}{\lvert\overline{BE}\rvert}$ Wegen $\lvert\overline{BD}\rvert = \lvert\overline{BC}\rvert$ gilt: $\sphericalangle CBD = 180° - 2 \cdot 67{,}11°$ $\qquad$ $\sphericalangle CBD = 45{,}78°$ $\lvert\overline{BE}\rvert = (9 - 2{,}72)\ \text{cm}$ $\qquad$ $\lvert\overline{BE}\rvert = 6{,}28\ \text{cm}$ $\sin 45{,}78° = \frac{\lvert\overline{EN}\rvert}{6{,}28\ \text{cm}}$ $\qquad$ $\lvert\overline{EN}\rvert = 4{,}50\ \text{cm}$	4	L 2 L 3 K 2 K 4 K 5
B 1.5 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{EF}$ $A_{BCFE} = A_{BCD} - A_{Sektor}$ $A_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 7 \cdot \sin 67{,}11°\ \text{cm}^2$ $\qquad$ $A_{BCD} = 29{,}02\ \text{cm}^2$ $A_{Sektor} = \frac{67{,}11°}{360°} \cdot 2{,}72^2 \cdot \pi\ \text{cm}^2$ $\qquad$ $A_{Sektor} = 4{,}33\ \text{cm}^2$ $A_{BCFE} = (29{,}02 - 4{,}33)\ \text{cm}^2$ $\qquad$ $A_{BCFE} = 24{,}69\ \text{cm}^2$	3	L 2 L 3 K 4 K 5
	16	

AUFGABE B 2: RAUMGEOMETRIE

B 2.1



$\left|\overline{AS}\right| = \sqrt{9^2 + 8^2}$ cm $\qquad \left|\overline{AS}\right| = 12{,}04$ cm

$\tan\sphericalangle SCA = \dfrac{8}{13-9} \qquad \sphericalangle SCA = 63{,}43°$

4 — L 2, L 3, K 4, K 5

B 2.2 Einzeichnen des Punktes N und der Strecke $\overline{AF}$

$\tan\sphericalangle CAF = \dfrac{2{,}5}{9} \qquad \sphericalangle CAF = 15{,}52°$

2 — L 2, L 3, K 4, K 5

B 2.3 Einzeichnen der Strecke $\overline{EG}$ und des Drachenvierecks AEFG

$A_{AEFG} = 0{,}5 \cdot \left|\overline{AF}\right| \cdot \left|\overline{EG}\right|$

$\dfrac{\left|\overline{AF}\right|}{\sin 63{,}43°} = \dfrac{13\text{ cm}}{\sin\left(180° - 63{,}43° - 15{,}52°\right)} \qquad \left|\overline{AF}\right| = 11{,}85$ cm

$\dfrac{\left|\overline{EG}\right|}{12\text{ cm}} = \dfrac{(8-2{,}5)\text{ cm}}{8\text{ cm}} \qquad \left|\overline{EG}\right| = 8{,}25$ cm

$A_{AEFG} = 0{,}5 \cdot 11{,}85 \cdot 8{,}25\text{ cm}^2 \qquad A_{AEFG} = 48{,}88\text{ cm}^2$

5 — L 2, L 3, K 2, K 4, K 5

B 2.4 Einzeichnen der Pyramide $AEFGP_1$ und der Strecke $\overline{P_1Q_1}$ $\sin\sphericalangle Q_nAP_n = \frac{\lvert\overline{P_nQ_n}\rvert}{\lvert\overline{AP_n}\rvert}$ $\sphericalangle Q_nAP_n = \sphericalangle CAS - \sphericalangle CAF$ $\tan\sphericalangle CAS = \frac{8}{9}$ $\quad\sphericalangle CAS = 41{,}63°$ $\sphericalangle Q_nAP_n = 41{,}63° - 15{,}52°$ $\quad\sphericalangle Q_nAP_n = 26{,}11°$ $\sin 26{,}11° = \frac{\lvert\overline{P_nQ_n}\rvert}{x\ \text{cm}}$ $\quad\lvert\overline{P_nQ_n}\rvert(x) = 0{,}44 \cdot x\ \text{cm}$ $\quad x \in \mathbb{R};\ 0 < x \le 12{,}04$	4	L 2 L 3 L 4 K 2 K 4
B 2.5 $V(x) = \frac{1}{3} \cdot 48{,}88 \cdot 0{,}44 \cdot x\ \text{cm}^3$ $\quad V(x) = 7{,}17 \cdot x\ \text{cm}^3$ $\quad x \in \mathbb{R};\ 0 < x \le 12{,}04$ $7{,}17 \cdot x = 14$ $\quad x \in \mathbb{R};\ 0 < x \le 12{,}04$ $\Leftrightarrow \quad x = 1{,}95$ $\quad L = \{1{,}95\}$	2	L 3 L 4 K 5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.