

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

! inhaltlich unveränderte, an den
Zeichenkatalog des LehrplanPLUS
angepasste Fassung !

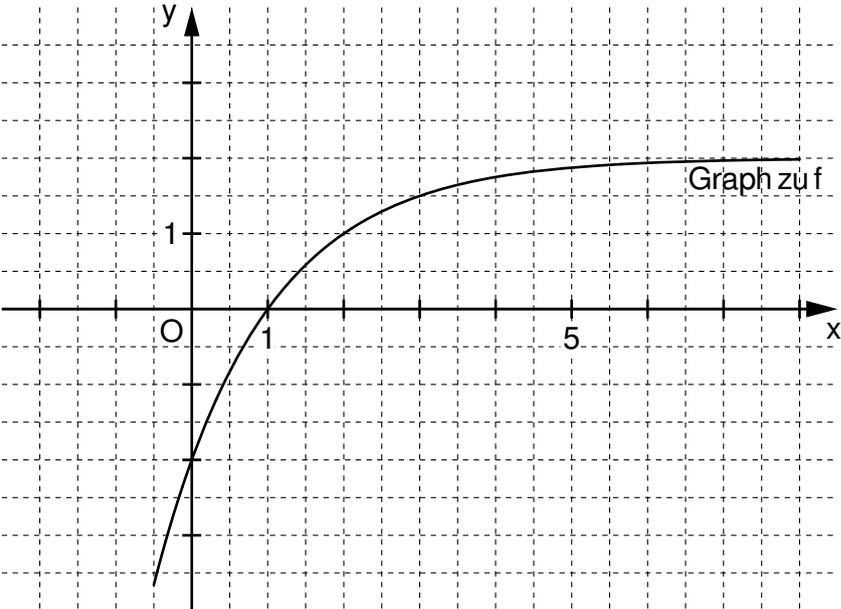
Name: _____ Vorname: _____

Klasse: _____ Platznummer: _____ Punkte: _____

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Punkte B_n auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -1,5$ und Punkte $C_n(x | -0,25 \cdot 0,5^{x-4} + 2)$ auf dem Graphen der Funktion f mit der Gleichung $y = -0,25 \cdot 0,5^{x-4} + 2$ haben dieselbe Abszisse x ($x, y \in \mathbb{R}$). Sie bilden für $x > 0,19$ zusammen mit dem Punkt $A(0|0)$ Dreiecke AB_nC_n .

A 1.1 Im Koordinatensystem ist der Graph der Funktion f bereits eingezeichnet. Ergänzen Sie die Gerade g und das Dreieck AB_1C_1 für $x = 6$.



2 P

A 1.2 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es das gleichschenklige Dreieck AB_2C_2 mit der Basis $\overline{B_2C_2}$.

Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes C_2 .

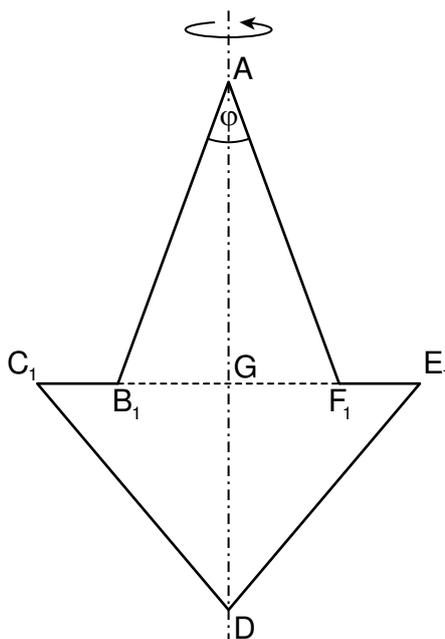
3 P

A 2.0 Gegeben sind Sechsecke $AB_nC_nDE_nF_n$ mit der Symmetrieachse AD . Der Punkt G ist der Mittelpunkt der Strecken $\overline{C_nE_n}$ und $\overline{B_nF_n}$.

Es gilt: $|\overline{AG}| = 4 \text{ cm}$ und $|\overline{DG}| = 3 \text{ cm}$.

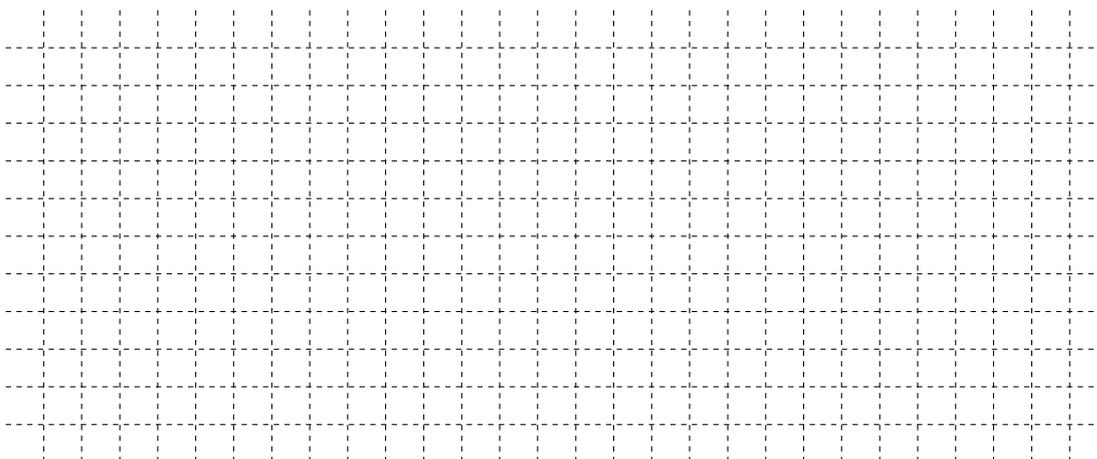
Die Winkel B_nAF_n haben das Maß φ und die Winkel E_nDC_n haben das Maß 2φ mit $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$.

Die Zeichnung zeigt das Sechseck $AB_1C_1DE_1F_1$ für $\varphi = 40^\circ$.



A 2.1 Zeigen Sie, dass für die Längen der Strecken $\overline{B_nF_n}$ und $\overline{C_nE_n}$ in Abhängigkeit von φ gilt:

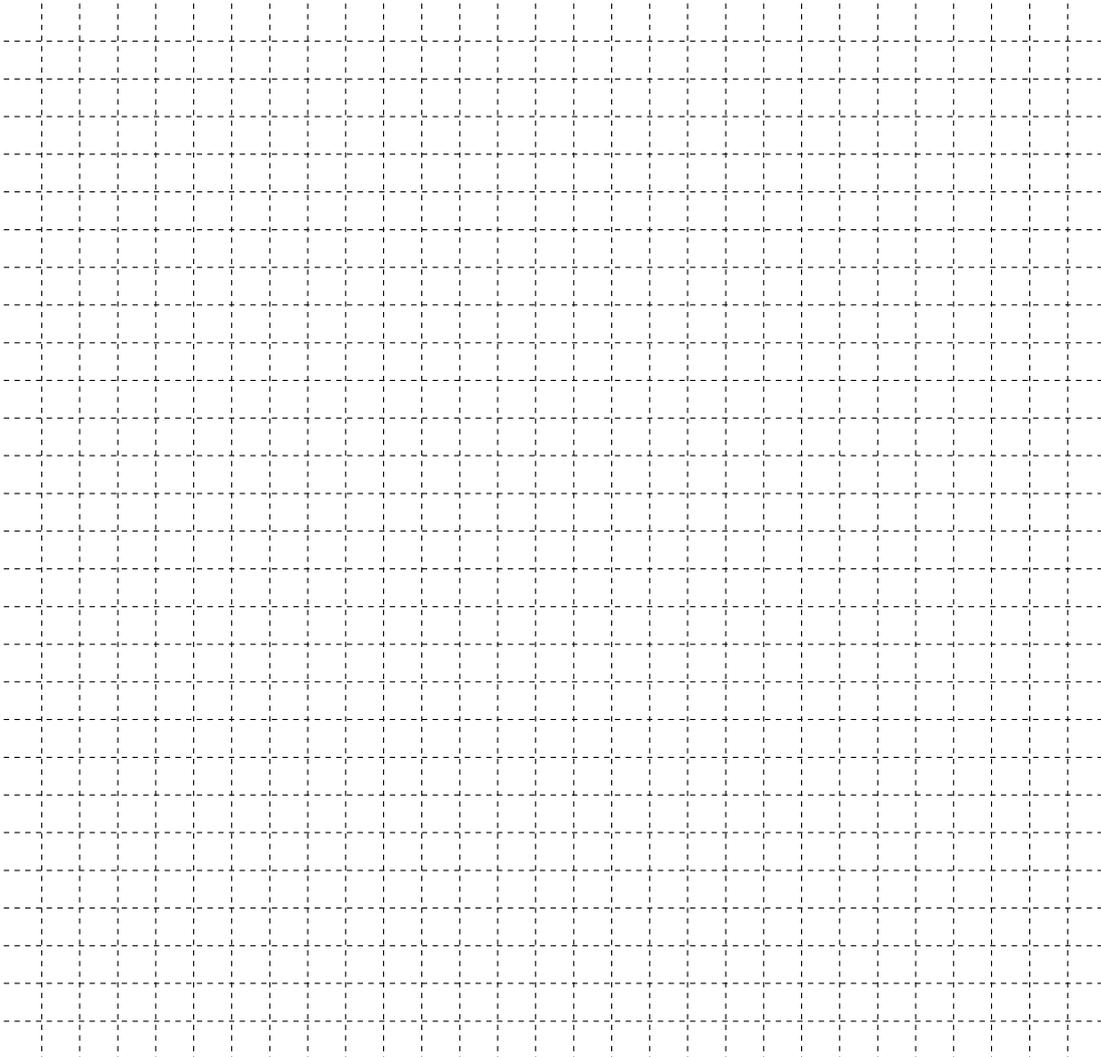
$$|\overline{B_nF_n}|(\varphi) = 8 \cdot \tan(0,5 \cdot \varphi) \text{ cm} \text{ und } |\overline{C_nE_n}|(\varphi) = 6 \cdot \tan\varphi \text{ cm} .$$



A 2.2 Die Sechsecke $AB_nC_nDE_nF_n$ rotieren um die Gerade AD.

Zeigen Sie, dass für den Oberflächeninhalt O der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt:

$$O(\varphi) = \left(16\pi \cdot \frac{\tan(0,5 \cdot \varphi)}{\cos(0,5 \cdot \varphi)} + 9\pi \cdot \frac{\tan \varphi}{\cos \varphi} + 9\pi \cdot \tan^2 \varphi - 16\pi \cdot \tan^2(0,5 \cdot \varphi) \right) \text{cm}^2.$$

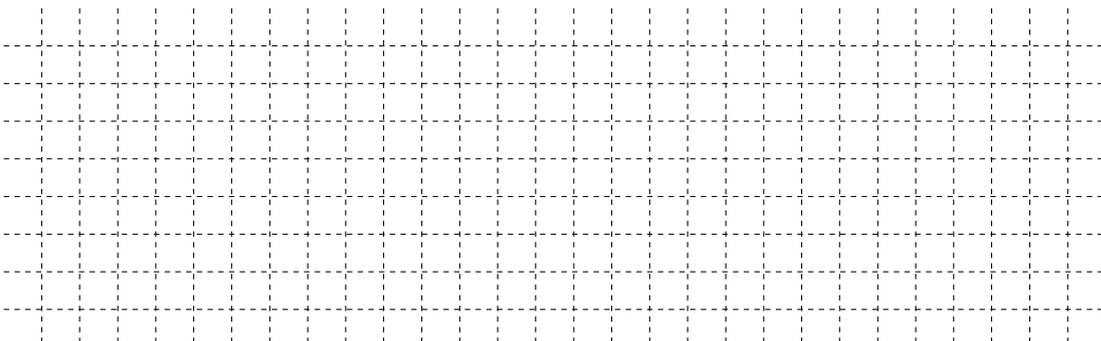


4 P

A 2.3 Für das Sechseck $AB_2C_2DE_2F_2$ gilt: $|\overline{AB_2}| = |\overline{B_2F_2}| = |\overline{F_2A}|$.

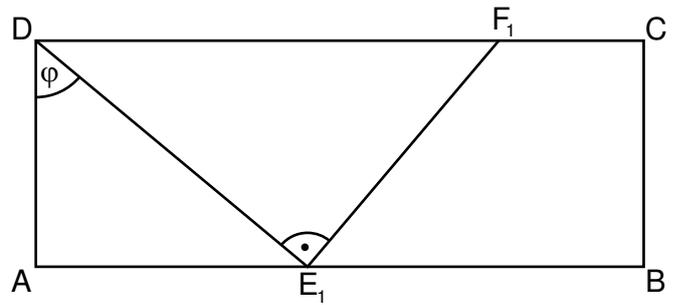
Zeichnen Sie das Sechseck $AB_2C_2DE_2F_2$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein.

Berechnen Sie sodann den Oberflächeninhalt des zugehörigen Rotationskörpers. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.



3 P

A 3.0 Gegeben ist das Rechteck ABCD. Punkte E_n auf der Seite \overline{AB} und Punkte F_n auf der Seite \overline{CD} legen zusammen mit dem Punkt D Dreiecke DE_nF_n fest. Die Winkel $\angle ADE_n$ haben das Maß φ mit $\varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$.



Es gilt: $|\overline{AB}| = 8 \text{ cm}$; $|\overline{AD}| = 3 \text{ cm}$; $\angle F_nE_nD = 90^\circ$.

Die Skizze zeigt das Dreieck DE_1F_1 für $\varphi = 50^\circ$.

A 3.1 Begründen Sie, weshalb die Winkel $\angle DF_nE_n$ stets das Maß φ haben.

Grid for answer A 3.1

1 P

A 3.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $\overline{CF_n}$ in Abhängigkeit von φ

gilt: $|\overline{CF_n}|(\varphi) = \left(8 - \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \right) \text{ cm}.$

Grid for answer A 3.2

3 P

A 3.3 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CF_1}$. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

Grid for answer A 3.3

1 P

Aufgabe B 1

Nachtermin

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -\log_{1,5}(x+5)+2$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Wertemenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-4,5; 8,5]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leq x \leq 9$; $-5 \leq y \leq 6$

2 P

B 1.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S des Graphen der Funktion f_1 mit der x-Achse.

2 P

B 1.3 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = \log_{1,5}(x+3)-1,5$ hat und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 für $x \in [-2,5; 8,5]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

3 P

B 1.4 Punkte $A_n(x | \log_{1,5}(x+3)-1,5)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $B_n(x | -\log_{1,5}(x+5)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -1,73$ zusammen mit Punkten C_n und D_n Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -0,5$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

2 P

B 1.5 Das Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ ist eine Raute.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_3 .

5 P

B 1.6 Begründen Sie rechnerisch, weshalb es unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ kein Parallelogramm $A_4B_4C_4D_4$ gibt, bei dem das Maß des Winkels $B_4A_4D_4$ doppelt so groß ist wie das Maß des Winkels $C_4B_4A_4$.

3 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

inhaltlich unveränderte, an den
Zeichenkatalog des LehrplanPLUS
angepasste Fassung

Aufgabe B 2

Nachtermin

B 2.0 Der Punkt $C(2|-1)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rauten $A_nB_nCD_n$ mit den Diagonalschnittpunkten M_n . Die Punkte $A_n(x|0,25x+2)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0,25x + 2$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Die Diagonalen $\overline{A_nC}$ der Rauten sind doppelt so lang wie die Diagonalen $\overline{B_nD_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Rauten $A_1B_1CD_1$ für $x = -8$ und $A_2B_2CD_2$ für $x = 4$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leq x \leq 5$; $-3 \leq y \leq 4$

3 P

B 2.2 Begründen Sie, weshalb die Winkel B_nA_nC stets das gleiche Maß besitzen.

1 P

B 2.3 Für die Rauten $A_3B_3CD_3$ und $A_4B_4CD_4$ gilt: $|\overline{A_3C}| = |\overline{A_4C}| = 7 \text{ LE}$.

Berechnen Sie die zugehörigen Belegungen von x .

4 P

B 2.4 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte M_n und D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$M_n(0,5x+1|0,13x+0,5)$ und $D_n(0,57x+1,75|-0,12x+1)$.

5 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n .

2 P

B 2.6 Bei der Raute $A_5B_5CD_5$ liegt der Punkt D_5 ebenfalls auf der Geraden g .

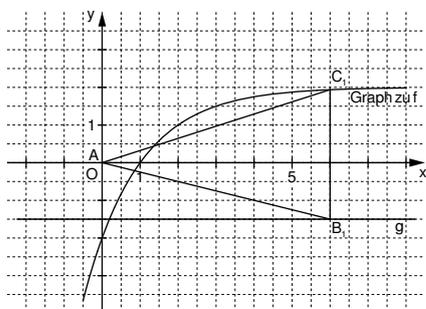
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_5 .

3 P

Bitte wenden!

FUNKTIONEN

A 1.1



Zeichnung im Maßstab 1:2

2

L 4
K 4

A 1.2

$$1,5 = -0,25 \cdot 0,5^{x-4} + 2$$

$$x \in \mathbb{R}; x > 0,19$$

...

$$\Leftrightarrow x = 3$$

$$L = \{3\}$$

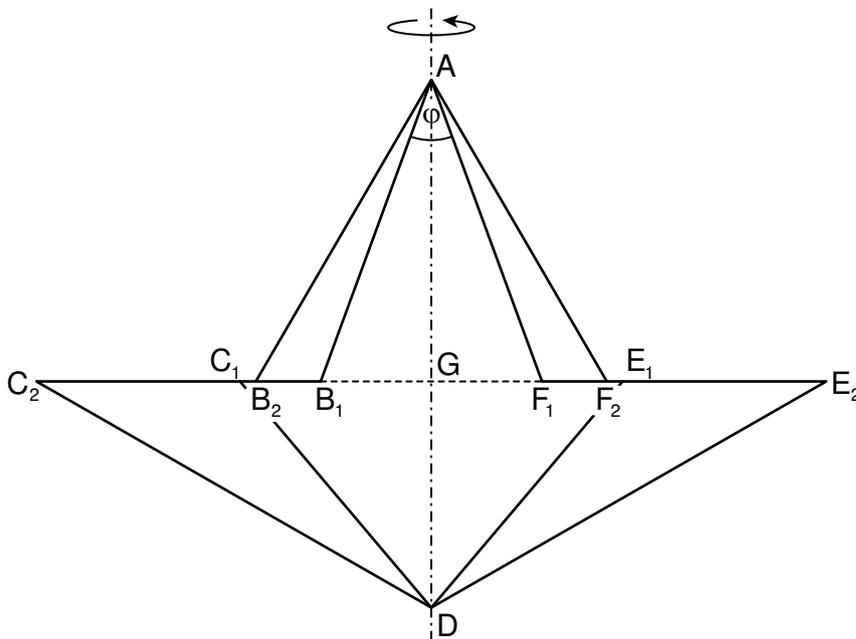
$$C_2(3|1,5)$$

3

L 3
L 4
K 2
K 5

RAUMGEOMETRIE

A 2.0



A 2.1

$$\tan(0,5 \cdot \varphi) = \frac{0,5 \cdot |\overline{B_n F_n}|}{4 \text{ cm}}$$

$$|\overline{B_n F_n}|(\varphi) = 8 \cdot \tan(0,5 \cdot \varphi) \text{ cm}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$$

$$\tan \varphi = \frac{0,5 \cdot |\overline{C_n E_n}|}{3 \text{ cm}}$$

$$|\overline{C_n E_n}|(\varphi) = 6 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$$

2

L 3
L 4
K 5

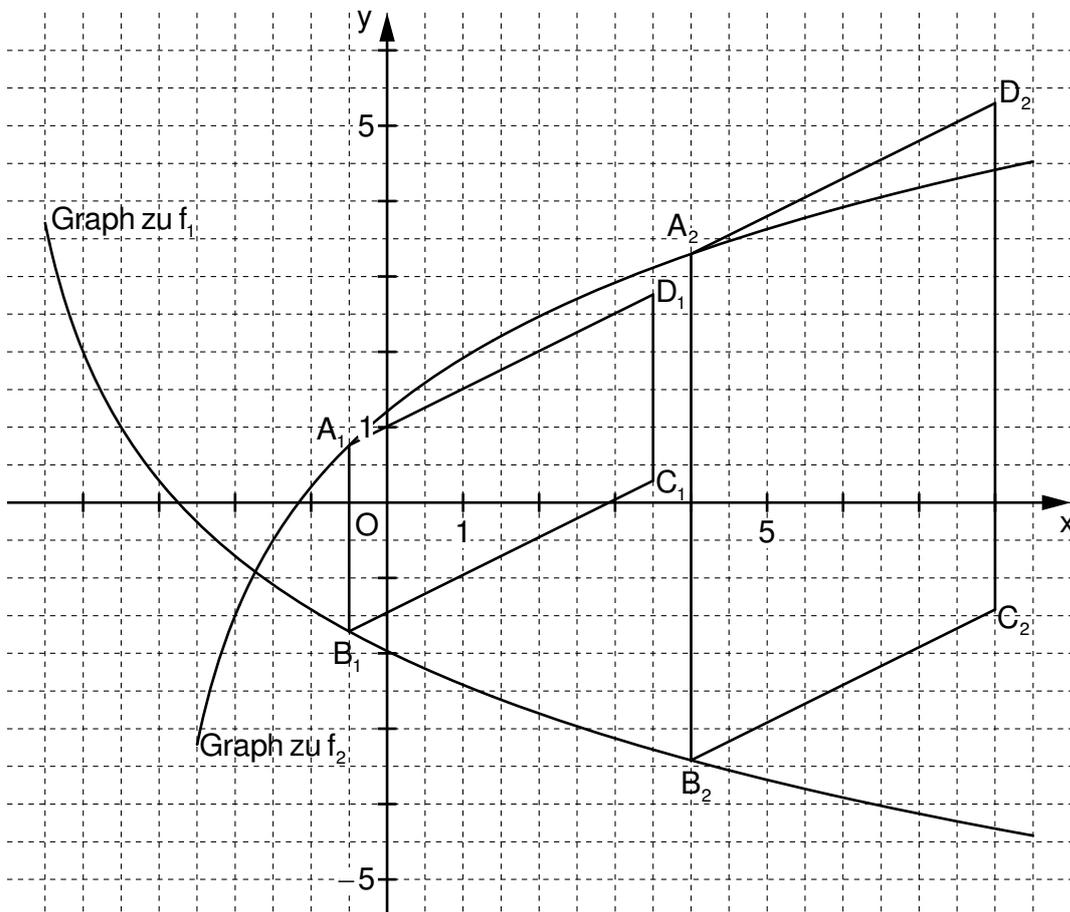
<p>A 2.2 $O = \overline{B_n G} \cdot \pi \cdot \overline{AB_n} + \overline{C_n G} \cdot \pi \cdot \overline{C_n D} + \overline{C_n G} ^2 \cdot \pi - \overline{B_n G} ^2 \cdot \pi$</p> <p>Für $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$ gilt:</p> $ \overline{B_n G} = 0,5 \cdot \overline{B_n F_n} \quad \overline{B_n G} (\varphi) = 4 \cdot \tan(0,5 \cdot \varphi) \text{ cm}$ $\cos(0,5 \cdot \varphi) = \frac{4 \text{ cm}}{ \overline{AB_n} } \quad \overline{AB_n} (\varphi) = \frac{4}{\cos(0,5 \cdot \varphi)} \text{ cm}$ $ \overline{C_n G} = 0,5 \cdot \overline{C_n E_n} \quad \overline{C_n G} (\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$ $\cos \varphi = \frac{3 \text{ cm}}{ \overline{C_n D} } \quad \overline{C_n D} (\varphi) = \frac{3}{\cos \varphi} \text{ cm}$ $O(\varphi) = \left(\frac{4 \cdot \tan(0,5 \cdot \varphi) \cdot 4}{\cos(0,5 \cdot \varphi)} \cdot \pi + \frac{3 \cdot \tan \varphi \cdot 3}{\cos \varphi} \cdot \pi + (3 \cdot \tan \varphi)^2 \cdot \pi - (4 \cdot \tan(0,5 \cdot \varphi))^2 \cdot \pi \right) \text{ cm}^2$ $O(\varphi) = \left(16\pi \cdot \frac{\tan(0,5 \cdot \varphi)}{\cos(0,5 \cdot \varphi)} + 9\pi \cdot \frac{\tan \varphi}{\cos \varphi} + 9\pi \cdot \tan^2 \varphi - 16\pi \cdot \tan^2(0,5 \cdot \varphi) \right) \text{ cm}^2$	4	L 3 L 4 K 2 K 5
<p>A 2.3 Einzeichnen des Sechsecks $AB_2C_2DE_2F_2$</p> $O(60^\circ) = \pi \cdot \left(16 \cdot \frac{\tan(0,5 \cdot 60^\circ)}{\cos(0,5 \cdot 60^\circ)} + 9 \cdot \frac{\tan 60^\circ}{\cos 60^\circ} + 9 \cdot \tan^2 60^\circ - 16 \cdot \tan^2(0,5 \cdot 60^\circ) \right) \text{ cm}^2$ $O(60^\circ) = 199,52 \text{ cm}^2$	3	L 2 L 3 K 4 K 5
EBENE GEOMETRIE		
<p>A 3.1 $\sphericalangle DF_n E_n = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \varphi)$</p>	1	L 3 K 1
<p>A 3.2 $\overline{CF_n} = \overline{CD} - \overline{DF_n}$</p> $\sin \varphi = \frac{ \overline{DE_n} }{ \overline{DF_n} }$ $\cos \varphi = \frac{3 \text{ cm}}{ \overline{DE_n} } \quad \overline{DE_n} (\varphi) = \frac{3}{\cos \varphi} \text{ cm} \quad \varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$ $\sin \varphi = \frac{3 \text{ cm}}{ \overline{DF_n} } \quad \overline{DF_n} (\varphi) = \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \text{ cm} \quad \varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$ $ \overline{CF_n} (\varphi) = \left(8 - \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \right) \text{ cm} \quad \varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$	3	L 2 L 4 K 2 K 5
<p>A 3.3 $\overline{CF_1} = \left(8 - \frac{3}{\sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \text{ cm}$</p>	1	L 2 K 5
		19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

FUNKTIONEN

B 1.1 $W = \mathbb{R}$



2 L 3
K 4

B 1.2 $0 = -\log_{1,5}(x+5) + 2$

$x \in \mathbb{R}; x > -5$

$\Leftrightarrow x = -2,75$

$L = \{-2,75\}$
 $S(-2,75|0)$

2 L 4
K 5

B 1.3 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -(-\log_{1,5}(x+5) + 2) \end{pmatrix}$

$x', y', x \in \mathbb{R}; x > -5$

$\Rightarrow y' = \log_{1,5}(x+5) - 2$

$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ \log_{1,5}(x+5) - 2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$

$x'', y'', x' \in \mathbb{R}; x' > -5$

3 L 4
K 4
K 5

$\Rightarrow y'' = \log_{1,5}(x''+3) - 1,5$

$f_2: y = \log_{1,5}(x+3) - 1,5$

$x, y \in \mathbb{R}$

Einzeichnen des Graphen zu f_2

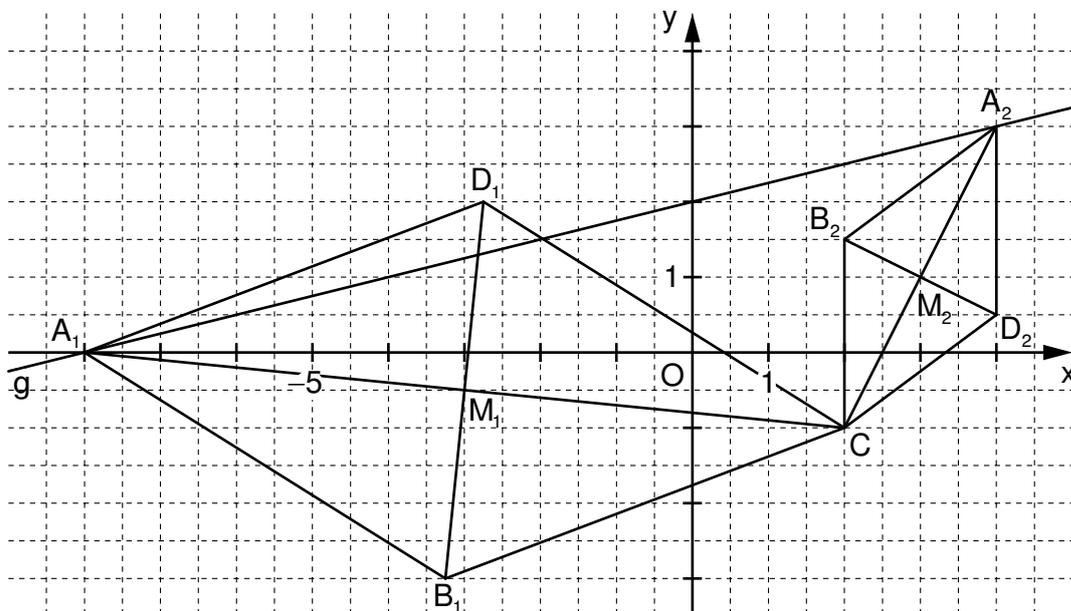
B 1.4 Einzeichnen der Parallelegramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L 3 K 4
<p>B 1.5 Für die Raute $A_3B_3C_3D_3$ gilt: $\overline{A_3B_3} = \overline{B_3C_3}$.</p> $ \overline{A_nB_n} (x) = [\log_{1,5}(x+3) - 1,5 - (-\log_{1,5}(x+5) + 2)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x > -1,73$ $ \overline{A_nB_n} (x) = [\log_{1,5}(x+3) + \log_{1,5}(x+5) - 3,5] \text{ LE}$ $ \overline{B_nC_n} = \sqrt{4^2 + 2^2} \text{ LE} \quad \overline{B_nC_n} = 4,47 \text{ LE}$ $4,47 = \log_{1,5}(x+3) + \log_{1,5}(x+5) - 3,5 \quad x \in \mathbb{R}; x > -1,73$ <p>...</p> $\Leftrightarrow x = 1,13 \quad L = \{1,13\}$ $A_3(1,13 \log_{1,5}(1,13+3) - 1,5) \quad A_3(1,13 2,00)$	5	L 3 L 4 K 2 K 5
<p>B 1.6 Für alle Parallelegramme $A_nB_nC_nD_n$ gilt:</p> $\tan \sphericalangle C_nB_nA_n = \frac{4}{2} \quad \sphericalangle C_nB_nA_n = 63,43^\circ$ $\sphericalangle B_nA_nD_n = 180^\circ - 63,43^\circ \quad \sphericalangle B_nA_nD_n = 116,57^\circ$ <p>Wegen $116,57^\circ \neq 2 \cdot 63,43^\circ$ kann es also kein Parallelogramm $A_4B_4C_4D_4$ geben, bei dem das Maß des Winkels $B_4A_4D_4$ doppelt so groß ist wie das Maß des Winkels $C_4B_4A_4$.</p>	3	L 2 L 3 K 1 K 6
17		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

EBENE GEOMETRIE

B 2.1



3

L 4
K 4
K 5

B 2.2 Für alle Winkel $B_n A_n C$ gilt: $\tan \sphericalangle B_n A_n C = \frac{|B_n M_n|}{|A_n M_n|} = \frac{1}{2}$.

Folglich besitzen die Winkel $B_n A_n C$ stets das gleiche Maß.

1

L 3
K 1

B 2.3 $\vec{A_n C}(x) = \begin{pmatrix} 2-x \\ -1-(0,25x+2) \end{pmatrix}$ $\vec{A_n C}(x) = \begin{pmatrix} 2-x \\ -0,25x-3 \end{pmatrix}$ $x \in \mathbb{R}$

$|\vec{A_n C}|(x) = \sqrt{(2-x)^2 + (-0,25x-3)^2}$ LE $x \in \mathbb{R}$

$7 = \sqrt{(2-x)^2 + (-0,25x-3)^2}$ $x \in \mathbb{R}$

...

$\Leftrightarrow x = -4,76 \vee x = 7,12$ $L = \{-4,76; 7,12\}$

4

L 4
K 5

<p>B 2.4 Für $x \in \mathbb{R}$ gilt:</p>	$M_n \left(\frac{x+2}{2} \mid \frac{0,25x+2+(-1)}{2} \right)$ $M_n(0,5x+1 \mid 0,13x+0,5)$ $\overrightarrow{OD_n} = \overrightarrow{OM_n} \oplus \overrightarrow{M_nD_n}$ $\overrightarrow{M_nC} \xrightarrow{O; \varphi=90^\circ} \overrightarrow{M_nC'}$ $\overrightarrow{M_nC}(x) = \begin{pmatrix} 2 - (0,5x+1) \\ -1 - (0,13x+0,5) \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{M_nC'}(x) = \begin{pmatrix} -(-0,13x-1,5) \\ 1 - 0,5x \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{M_nC}(x) = \begin{pmatrix} 1 - 0,5x \\ -0,13x - 1,5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{M_nC'}(x) = \begin{pmatrix} 0,13x + 1,5 \\ 1 - 0,5x \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{M_nC'} \xrightarrow{O; k=0,5} \overrightarrow{M_nD_n}$ $\overrightarrow{M_nD_n}(x) = 0,5 \cdot \begin{pmatrix} 0,13x + 1,5 \\ 1 - 0,5x \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{M_nD_n}(x) = \begin{pmatrix} 0,07x + 0,75 \\ 0,5 - 0,25x \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OD_n}(x) = \begin{pmatrix} 0,5x + 1 \\ 0,13x + 0,5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0,07x + 0,75 \\ 0,5 - 0,25x \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OD_n}(x) = \begin{pmatrix} 0,57x + 1,75 \\ -0,12x + 1 \end{pmatrix}$ $D_n(0,57x + 1,75 \mid -0,12x + 1)$	5	L 3 L 4 K 2 K 5
<p>B 2.5</p>	$\begin{cases} x_{D_n} = 0,57x + 1,75 \\ \wedge y_{D_n} = -0,12x + 1 \end{cases}$ $x_{D_n}, y_{D_n}, x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $\Rightarrow y_{D_n} = -0,21x_{D_n} + 1,37$ $t: y = -0,21x + 1,37 \quad x, y \in \mathbb{R}$	2	L 4 K 5
<p>B 2.6</p>	$-0,12x + 1 = 0,25 \cdot (0,57x + 1,75) + 2$ $x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -5,48$ $L = \{-5,48\}$ $A_5(-5,48 \mid 0,25 \cdot (-5,48) + 2)$ $A_5(-5,48 \mid 0,63)$	3	L 4 K 2 K 5
18			

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu punkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.