

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

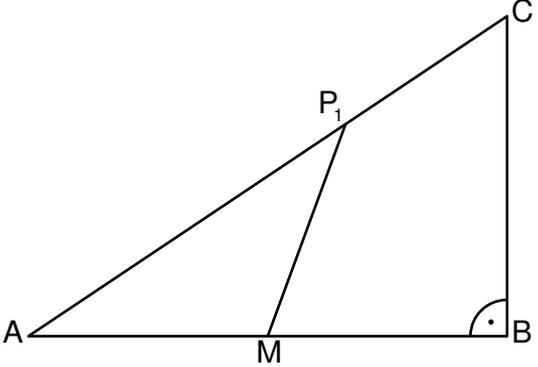
! inhaltlich unveränderte, an den
Zeichenkatalog des LehrplanPLUS
angepasste Fassung **!**

Name: _____ Vorname: _____

Klasse: _____ Platznummer: _____ Punkte: _____

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Nebenstehende Skizze zeigt das rechtwinklige
Dreieck ABC mit der Hypotenuse \overline{AC} .
M ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AB} .
Punkte P_n liegen auf der Strecke \overline{AC} mit
 $|\overline{AP_n}|(x) = x \text{ cm}$ ($x \in \mathbb{R}; x \in]0; 10,86[$).
Es gilt: $|\overline{AB}| = 9 \text{ cm}$; $\sphericalangle BAC = 34^\circ$; $\sphericalangle BMP_1 = 70^\circ$.



A 1.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken \overline{AC} und $\overline{AP_1}$.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

Grid area for calculation of A 1.1.

3 P

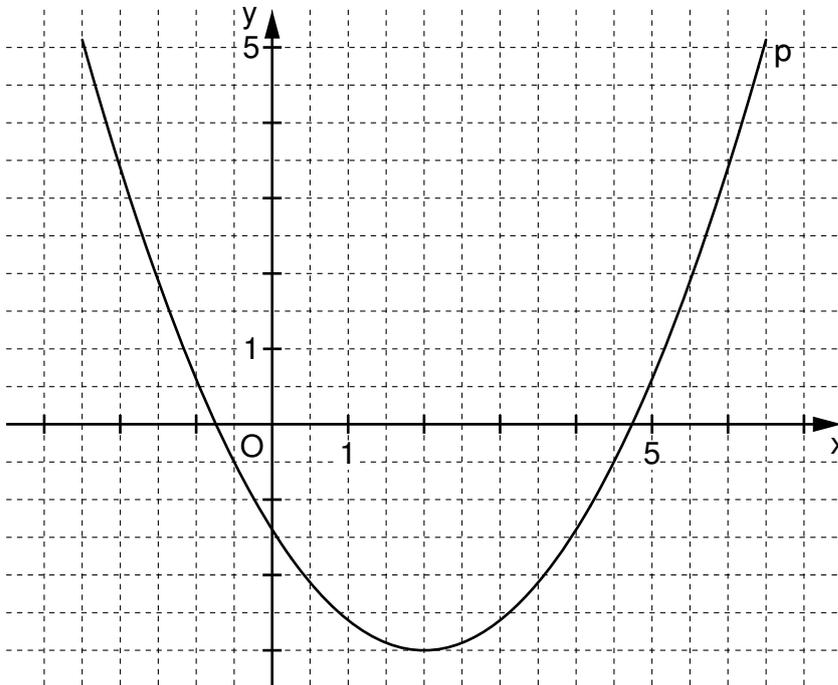
A 1.2 Begründen Sie, weshalb für alle Punkte P_n gilt: $\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC = 214^\circ$.

Grid area for justification of A 1.2.

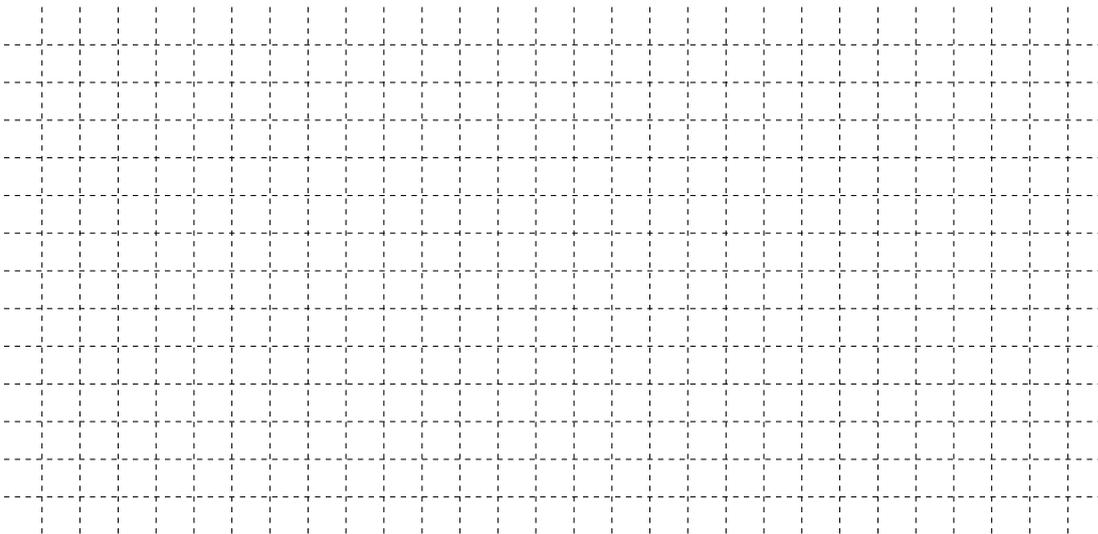
2 P

A 2.0 Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(2|-3)$ hat eine Gleichung der Form $y = 0,4x^2 + bx + c$ mit $b, c, x, y \in \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,3x + 4$ mit $x, y \in \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0,4x^2 - 1,6x - 1,4$ hat und zeichnen Sie die Gerade g für $x \in [-3; 7]$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.



2 P

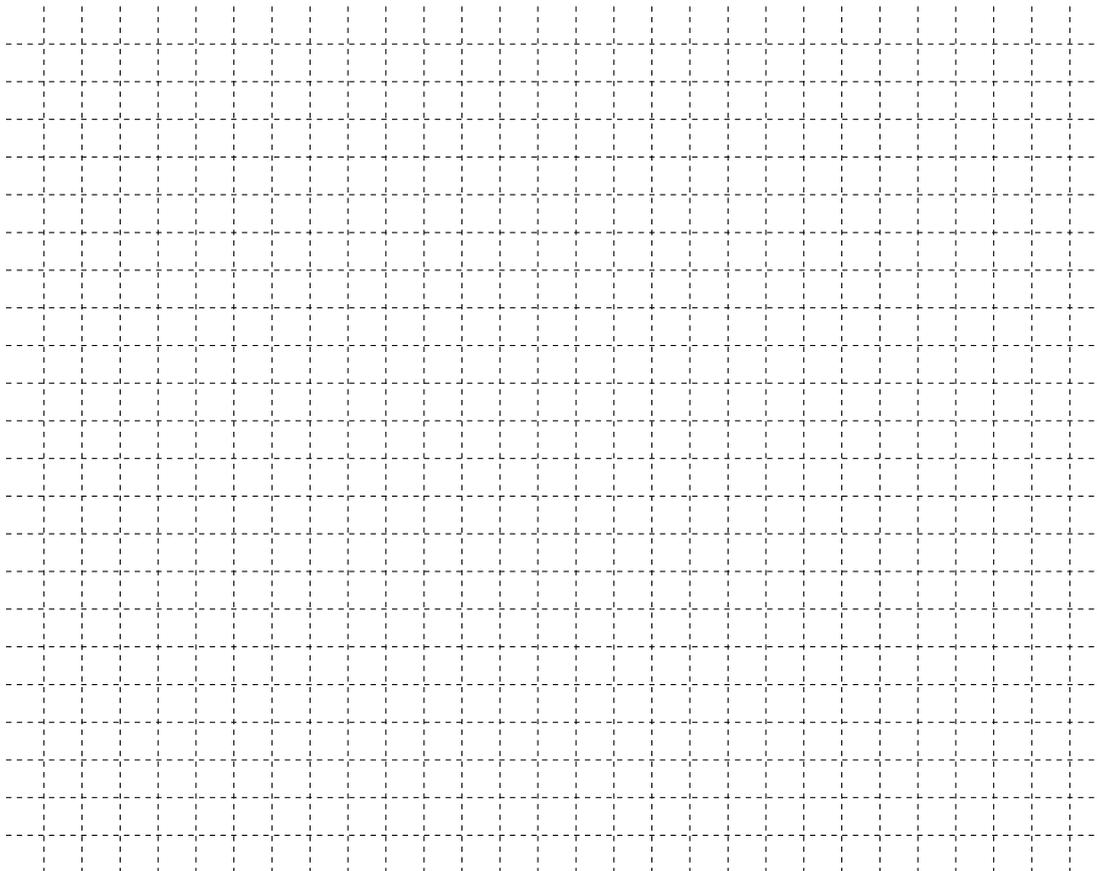
A 2.2 Punkte $A_n(x | 0,4x^2 - 1,6x - 1,4)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x | -0,3x + 4)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind für $x \in]-2,39; 5,64[$ Eckpunkte von Rauten $A_n B_n C_n D_n$. Dabei gilt: $|\overline{B_n D_n}| = 4 \text{ LE}$.

Zeichnen Sie die Raute $A_1 B_1 C_1 D_1$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

1 P

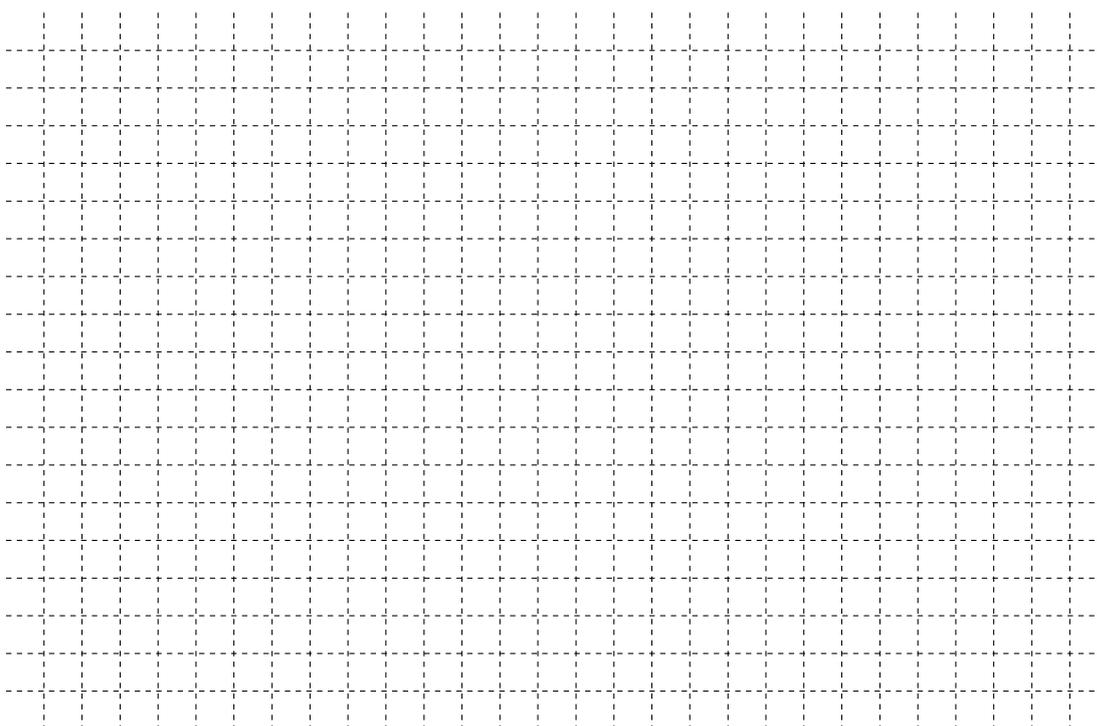
A 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rauten $A_n B_n C_n D_n$ in Abhängigkeit von x und begründen Sie sodann, weshalb es unter den Rauten $A_n B_n C_n D_n$ keine Raute mit einem Flächeninhalt von 15 FE geben kann.

$$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{A_n C_n}(x) = (-0,4x^2 + 1,3x + 5,4) \text{ LE} \right]$$



4 P

A 2.4 Unter den Rauten $A_n B_n C_n D_n$ gibt es die Quadrate $A_2 B_2 C_2 D_2$ und $A_3 B_3 C_3 D_3$. Bestimmen Sie rechnerisch die x -Koordinaten der Punkte B_2 und B_3 .



3 P

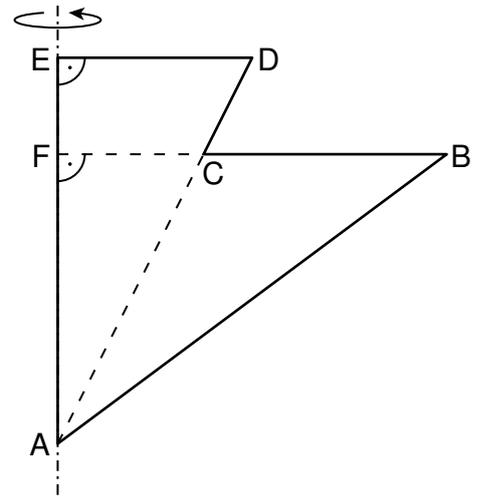
A 3.0 Nebenstehende Skizze zeigt das Fünfeck ABCDE mit dem Punkt $F \in \overline{AE}$.

Es gilt:

$$|\overline{DE}| = 4 \text{ cm}; |\overline{BF}| = 8 \text{ cm};$$

$$\sphericalangle AED = \sphericalangle AFB = 90^\circ; \overline{CF} \parallel \overline{DE}.$$

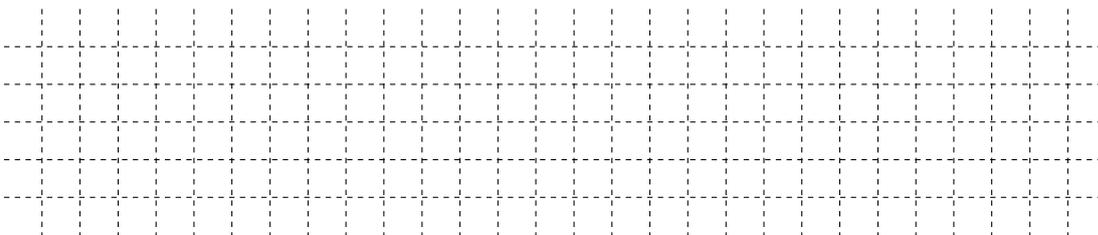
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Der Kegel, der durch Rotation des Dreiecks ADE um die Achse AE entsteht, hat ein Volumen von 134 cm^3 .

Berechnen Sie die Höhe dieses Kegels.

$$\left[\text{Ergebnis: } |\overline{AE}| = 8,00 \text{ cm} \right]$$

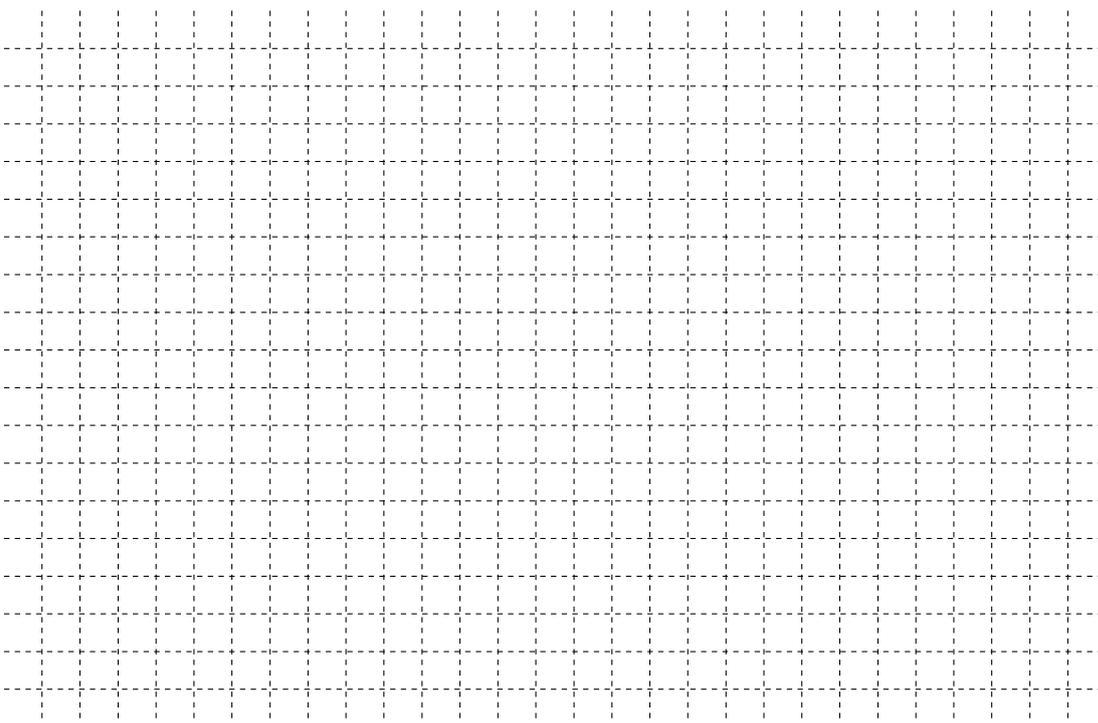


1 P

A 3.2 Die Strecke \overline{AF} ist um 25% kürzer als die Strecke \overline{AE} .

Berechnen Sie das Volumen V des Rotationskörpers, der durch Rotation des Fünfecks ABCDE um die Achse AE entsteht.

$$\left[\text{Zwischenergebnis: } |\overline{CF}| = 3,00 \text{ cm} \right]$$



4 P

Aufgabe B 1

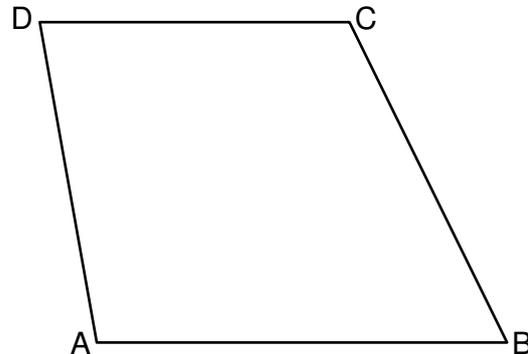
Nachtermin

B 1.0 Nebenstehende Skizze zeigt das Viereck ABCD, für das gilt:

$$|\overline{AB}| = |\overline{AC}| = 10 \text{ cm}; |\overline{AD}| = 8 \text{ cm};$$

$$\sphericalangle BAD = 100^\circ; \overline{AB} \parallel \overline{CD}.$$

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD mit den Diagonalen \overline{AC} und \overline{BD} .

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke \overline{BD} sowie das Maß des Winkels DBA.

$$[\text{Ergebnis: } |\overline{BD}| = 13,85 \text{ cm}; \sphericalangle DBA = 34,67^\circ]$$

4 P

B 1.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels DCA und begründen Sie, dass gilt:
 $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DCA = 51,98^\circ$.

2 P

B 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A_{ABCD} des Vierecks ABCD.

$$[\text{Ergebnis: } A_{ABCD} = 69,12 \text{ cm}^2]$$

2 P

B 1.4 Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AB} . Ein Kreis um M berührt die Strecke \overline{BD} im Punkt E und schneidet die Strecke \overline{AM} im Punkt F.

Ergänzen Sie die Zeichnung zu B 1.1 um die Strecke \overline{ME} und den Kreisbogen \widehat{EF} mit dem Mittelpunkt M.

1 P

B 1.5 Die Strecken \overline{FB} und \overline{BE} sowie der Kreisbogen \widehat{EF} legen die Figur FBE fest.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhalts A_{FBE} der Figur FBE am Flächeninhalt A_{ABCD} des Vierecks ABCD.

$$[\text{Zwischenergebnis: } |\overline{ME}| = 2,84 \text{ cm}]$$

5 P

B 1.6 Der Punkt G ist der Schnittpunkt der Diagonalen des Vierecks ABCD.

Berechnen Sie das Maß des Winkels CGD.

Begründen Sie sodann, dass gilt: $|\overline{DG}| > d(D; \overline{AC})$.

2 P

Bitte wenden!

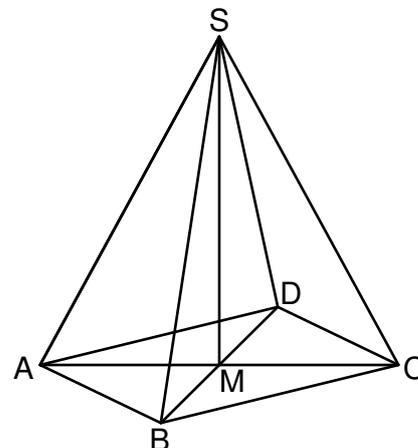
Aufgabe B 2

Nachtermin

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit der Höhe \overline{MS} , deren Grundfläche die Raute ABCD mit dem Diagonalschnittpunkt M ist.

$$\text{Es gilt: } |\overline{AC}| = 13 \text{ cm; } |\overline{BD}| = 12 \text{ cm; } |\overline{MS}| = 12 \text{ cm.}$$

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke \overline{AC} auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

$$\text{Für die Zeichnung gilt: } q = \frac{1}{2}; \omega = 45^\circ.$$

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke \overline{CS} und das Maß des Winkels SCA.

$$\left[\text{Teilergebnis: } |\overline{CS}| = 13,65 \text{ cm} \right]$$

4 P

B 2.2 Punkte H_n liegen auf der Strecke \overline{AM} mit $|\overline{AH_n}|(x) = x \text{ cm}$ ($x \in \mathbb{R}; 0 < x < 6,5$). Sie sind Mittelpunkte von Strecken $\overline{P_nQ_n}$ mit $P_n \in \overline{AB}$, $Q_n \in \overline{AD}$ und $\overline{P_nQ_n} \parallel \overline{BD}$.

Punkte R_n sind Spitzen von Pyramiden $AP_nCQ_nR_n$ mit den Grundflächen AP_nCQ_n und den Höhen $\overline{H_nR_n}$, wobei gilt: $|\overline{CR_n}| = |\overline{CS}|$.

Zeichnen Sie die Pyramide $AP_1CQ_1R_1$ und die zugehörige Höhe $\overline{H_1R_1}$ für $x = 3$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

2 P

B 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V_1 der Pyramide $AP_1CQ_1R_1$ gilt:
 $V_1 = 111,51 \text{ cm}^3$.

Bestimmen Sie sodann den prozentualen Anteil des Volumens V_1 am Volumen V der Pyramide ABCDS.

5 P

B 2.4 In der Pyramide $AP_2CQ_2R_2$ gilt: $|\overline{H_2R_2}| = 6 \text{ cm}$.

Bestimmen Sie rechnerisch den zugehörigen Wert für x .

2 P

B 2.5 Zeigen Sie, dass für die Höhen $\overline{H_nR_n}$ der Pyramiden $AP_nCQ_nR_n$ in Abhängigkeit von x gilt:

$$|\overline{H_nR_n}|(x) = \sqrt{-x^2 + 26x + 17,32} \text{ cm.}$$

2 P

B 2.6 Begründen Sie, weshalb es unter den Pyramiden $AP_nCQ_nR_n$ keine Pyramide $AP_3CQ_3R_3$ mit $\sphericalangle R_3CA = 15^\circ$ gibt.

2 P

Bitte wenden!

Aufgaben A 1 – 3

Nachtermin

EBENE GEOMETRIE

A 1.1 $\cos 34^\circ = \frac{9 \text{ cm}}{|\overline{AC}|}$ $|\overline{AC}| = 10,86 \text{ cm}$

$$\frac{|\overline{AP_1}|}{\sin \sphericalangle P_1MA} = \frac{|\overline{AM}|}{\sin \sphericalangle AP_1M}$$

$$\sphericalangle P_1MA = 180^\circ - 70^\circ$$

$$\sphericalangle AP_1M = 180^\circ - 34^\circ - 110^\circ$$

$$\sphericalangle P_1MA = 110^\circ$$

$$\sphericalangle AP_1M = 36^\circ$$

$$\frac{|\overline{AP_1}|}{\sin 110^\circ} = \frac{0,5 \cdot 9 \text{ cm}}{\sin 36^\circ}$$

$$|\overline{AP_1}| = 7,19 \text{ cm}$$

3
L 2
K 2
K 5

A 1.2 $\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC + \sphericalangle ACB + \sphericalangle CBA = 360^\circ$

$$\sphericalangle ACB = 180^\circ - 90^\circ - 34^\circ$$

$$\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC + 56^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

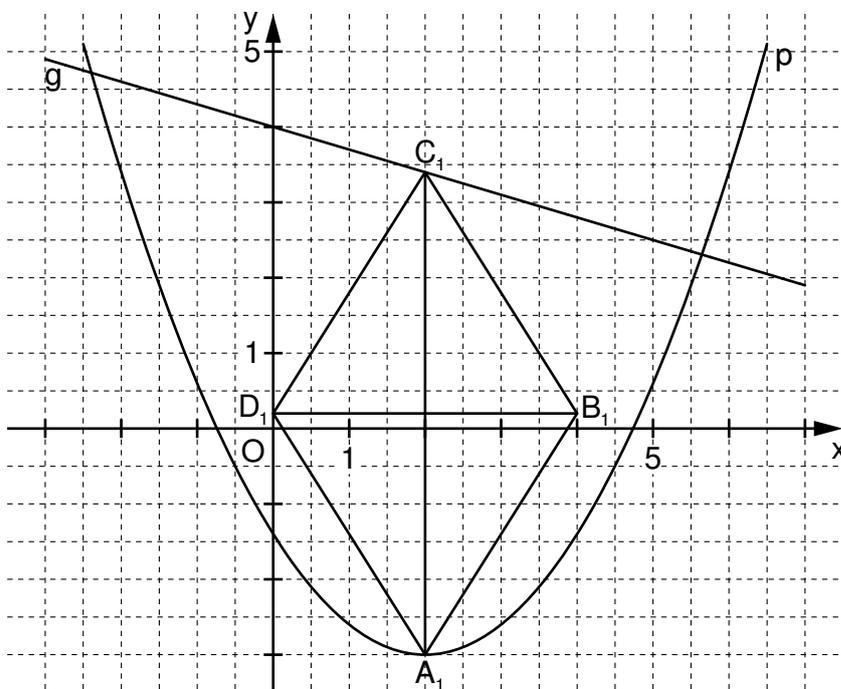
$$\sphericalangle ACB = 56^\circ$$

$$\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC = 214^\circ$$

2
L 2
L 3
K 1

FUNKTIONEN

A 2.0



A 2.1 $S(2|-3) \in p$

$$y = 0,4(x-2)^2 - 3$$

$$x, y \in \mathbb{R}$$

...

p: $y = 0,4x^2 - 1,6x - 1,4$

Einzeichnen der Gerade g

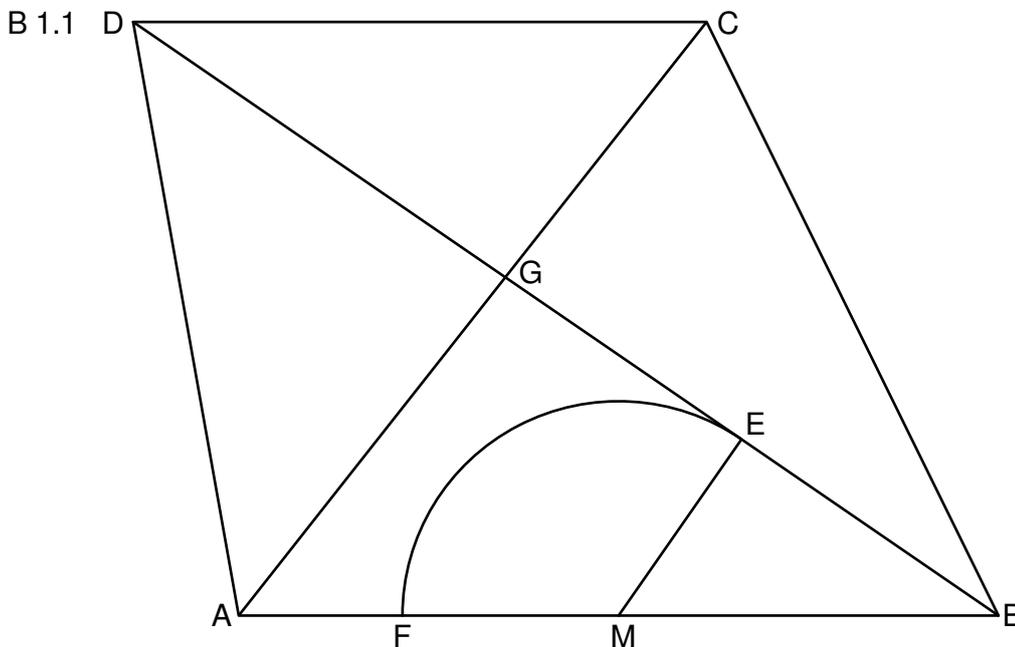
2
L 4
K 4
K 5

A 2.2 Einzeichnen der Raute $A_1B_1C_1D_1$	1	L 4 K 4
<p>A 2.3 $A = 0,5 \cdot \overline{A_nC_n} \cdot \overline{B_nD_n}$</p> $ \overline{A_nC_n} (x) = [-0,3x + 4 - (0,4x^2 - 1,6x - 1,4)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]-2,39; 5,64[$ $ \overline{A_nC_n} (x) = (-0,4x^2 + 1,3x + 5,4) \text{ LE}$ $A(x) = 0,5 \cdot (-0,4x^2 + 1,3x + 5,4) \cdot 4 \text{ FE} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]-2,39; 5,64[$ $A(x) = (-0,8x^2 + 2,6x + 10,8) \text{ FE}$ <p>...</p> $A_{\max} = 12,91 \text{ FE} < 15 \text{ FE}$ <p>Folglich kann es keine Raute mit einem Flächeninhalt von 15 FE geben.</p>	4	L 4 K 1 K 5
<p>A 2.4 $-0,4x^2 + 1,3x + 5,4 = 4$</p> <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -0,85 \vee x = 4,10$ $x_{B_2} = -0,85 + 2$ $x_{B_3} = 4,10 + 2$	$x \in \mathbb{R}; x \in]-2,39; 5,64[$ $L = \{-0,85; 4,10\}$ $x_{B_2} = 1,15$ $x_{B_3} = 6,10$	3 L 4 K 2 K 5
RAUMGEOMETRIE		
A 3.1 $134 \text{ cm}^3 = \frac{1}{3} \cdot (4 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot \overline{AE} $	1	L 2 L 3 K 5
<p>A 3.2 $V = V_{ADE} - V_{ACF} + V_{ABF}$</p> $V_{ACF} = \frac{1}{3} \cdot \overline{CF} ^2 \cdot \pi \cdot \overline{AF} $ $ \overline{AF} = 0,75 \cdot 8,00 \text{ cm} \quad \overline{AF} = 6,00 \text{ cm}$ $\frac{ \overline{CF} }{4 \text{ cm}} = \frac{6,00 \text{ cm}}{8,00 \text{ cm}} \quad \overline{CF} = 3,00 \text{ cm}$ $V_{ACF} = \frac{1}{3} \cdot 3,00^2 \cdot \pi \cdot 6,00 \text{ cm}^3 \quad V_{ACF} = 56,55 \text{ cm}^3$ $V_{ABF} = \frac{1}{3} \cdot 8,00^2 \cdot \pi \cdot 6,00 \text{ cm}^3 \quad V_{ABF} = 402,12 \text{ cm}^3$ $V = (134 - 56,55 + 402,12) \text{ cm}^3 \quad V = 479,57 \text{ cm}^3$	4	L 2 L 3 K 2 K 5
		20

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bewerten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

EBENE GEOMETRIE



$$|\overline{BD}| = \sqrt{10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 100^\circ} \text{ cm}$$

$$|\overline{BD}| = 13,85 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin \sphericalangle DBA}{8 \text{ cm}} = \frac{\sin 100^\circ}{13,85 \text{ cm}}$$

$$\sphericalangle DBA = 34,67^\circ$$

4

L 2
L 3
K 4
K 5

B 1.2 $\frac{\sin \sphericalangle DCA}{8 \text{ cm}} = \frac{\sin(180^\circ - 100^\circ)}{10 \text{ cm}}$

$$\sphericalangle DCA = 51,98^\circ$$

Die Winkel BAC und DCA sind Wechselwinkel an den zueinander parallelen Geraden AB und CD. Folglich gilt: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DCA = 51,98^\circ$.

2

L 2
L 3
K 1
K 5

B 1.3 $A = 0,5 \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cdot \sin \sphericalangle BAC + 0,5 \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{AD}| \cdot \sin \sphericalangle CAD$

$$\sphericalangle CAD = 100^\circ - 51,98^\circ$$

$$\sphericalangle CAD = 48,02^\circ$$

$$A_{ABCD} = (0,5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 51,98^\circ + 0,5 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \sin 48,02^\circ) \text{ cm}^2$$

$$A_{ABCD} = 69,12 \text{ cm}^2$$

2

L 2
K 5

B 1.4 Einzeichnen der Strecke \overline{ME} und des Kreisbogens \widehat{EF}

1

L 3
K 4

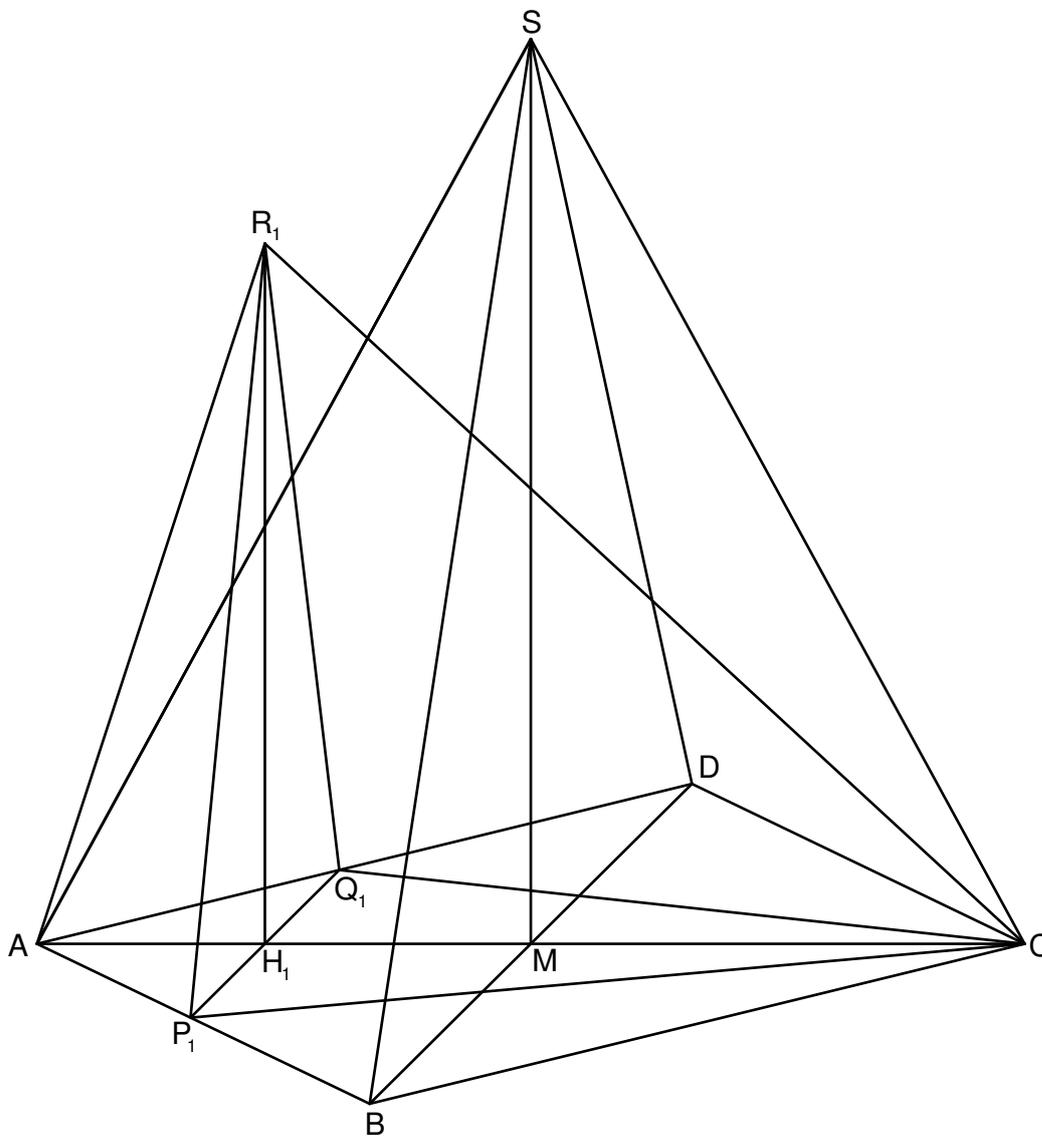
<p>B 1.5 $A_{\text{FBE}} = \frac{\sphericalangle\text{EMF}}{360^\circ} \cdot \overline{\text{ME}} ^2 \cdot \pi + 0,5 \cdot \overline{\text{MB}} \cdot \overline{\text{ME}} \cdot \sin \sphericalangle\text{BME}$</p> <p>$\sphericalangle\text{BME} = 180^\circ - 90^\circ - 34,67^\circ$ $\sphericalangle\text{BME} = 55,33^\circ$</p> <p>$\sphericalangle\text{EMF} = 180^\circ - 55,33^\circ$ $\sphericalangle\text{EMF} = 124,67^\circ$</p> <p>$\sin 34,67^\circ = \frac{ \overline{\text{ME}} }{0,5 \cdot 10 \text{ cm}}$ $\overline{\text{ME}} = 2,84 \text{ cm}$</p> <p>$A_{\text{FBE}} = \left(\frac{124,67^\circ}{360^\circ} \cdot 2,84^2 \cdot \pi + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 2,84 \cdot \sin 55,33^\circ \right) \text{ cm}^2$ $A_{\text{FBE}} = 14,61 \text{ cm}^2$</p> <p>$\frac{14,61}{69,12} \cdot 100\% = 21,14\%$</p>	5	L 2 L 3 K 5
<p>B 1.6 $\sphericalangle\text{CGD} = 180^\circ - 51,98^\circ - 34,67^\circ$ $\sphericalangle\text{CGD} = 93,35^\circ$</p> <p>Wegen $\sphericalangle\text{CGD} \neq 90^\circ$ gilt: $\overline{\text{DG}} > d(\text{D}; \overline{\text{AC}})$.</p>	2	L 2 L 3 K 1 K 5
16		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

RAUMGEOMETRIE

B 2.1



$$|\overline{CS}| = \sqrt{(0,5 \cdot 13)^2 + 12^2} \text{ cm}$$

$$\tan \sphericalangle SCA = \frac{12}{0,5 \cdot 13}$$

$$|\overline{CS}| = 13,65 \text{ cm}$$

$$\sphericalangle SCA = 61,56^\circ$$

4

L 2
L 3
K 4
K 5

B 2.2 Einzeichnen der Pyramide $AP_1CQ_1R_1$ und der Höhe $\overline{H_1R_1}$

2

L 3
K 4

<p>B 2.3 $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{P_1Q_1} \cdot \overline{H_1R_1}$</p> $\frac{ \overline{P_1Q_1} }{12 \text{ cm}} = \frac{3 \text{ cm}}{0,5 \cdot 13 \text{ cm}} \quad \overline{P_1Q_1} = 5,54 \text{ cm}$ $ \overline{H_1R_1} = \sqrt{13,65^2 - (13 - 3)^2} \text{ cm} \quad \overline{H_1R_1} = 9,29 \text{ cm}$ $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 5,54 \cdot 9,29 \text{ cm}^3 \quad V_1 = 111,51 \text{ cm}^3$ $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 12 \cdot 12 \text{ cm}^3 \quad V = 312 \text{ cm}^3$ $\frac{111,51}{312} \cdot 100\% = 35,74\%$	5	L 1 L 2 K 2 K 5
<p>B 2.4 $\overline{AH_2} = \overline{AC} - \overline{CH_2}$</p> $ \overline{CH_2} = \sqrt{13,65^2 - 6^2} \text{ cm} \quad \overline{CH_2} = 12,26 \text{ cm}$ $ \overline{AH_2} = (13 - 12,26) \text{ cm} \quad \overline{AH_2} = 0,74 \text{ cm}$ <p>Für die Pyramide $AP_2CQ_2R_2$ gilt folglich: $x = 0,74$.</p>	2	L 2 L 4 K 2 K 5
<p>B 2.5 $\overline{H_nR_n} (x) = \sqrt{13,65^2 - (13 - x)^2} \text{ cm}$</p> <p>...</p> $ \overline{H_nR_n} (x) = \sqrt{-x^2 + 26x + 17,32} \text{ cm}$ <p style="text-align: right;">$x \in \mathbb{R}; 0 < x < 6,5$</p>	2	L 4 K 5
<p>B 2.6 Wenn es eine Pyramide $AP_3CQ_3R_3$ mit $\sphericalangle R_3CA = 15^\circ$ gäbe, dann würde gelten:</p> $\cos 15^\circ = \frac{ \overline{CH_3} }{13,65 \text{ cm}} \text{ und damit } \overline{CH_3} = 13,18 \text{ cm} > \overline{AC} .$ <p>Dies kann aber nicht sein, da dann $H_3 \notin \overline{AM}$ wäre.</p>	2	L 3 K 1 K 6
17		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bewerten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.