

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

! inhaltlich unveränderte, an den
Zeichenkatalog des LehrplanPLUS
angepasste Fassung **!**

Name: _____ Vorname: _____

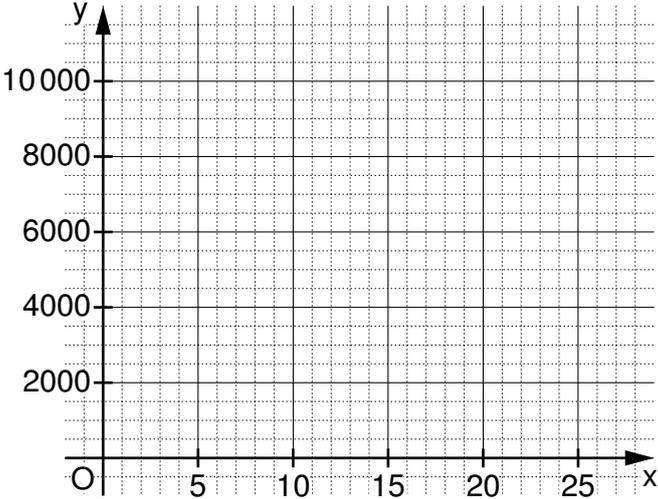
Klasse: _____ Platznummer: _____ Punkte: _____

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Am 22.02.2020 kaufte sich Claudia für 2000 € Aktien. Sie geht davon aus, dass der Wert y € ihrer Aktien nach x Jahren durch die Funktion $f: y = 2000 \cdot 1,07^x$ mit $x, y \in \mathbb{R}_0^+$ dargestellt werden kann.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem ein.

x	0	5	10	15	20	25
$2000 \cdot 1,07^x$						



2 P

A 1.2 Ergänzen Sie die folgende Aussage.

Claudia nimmt an, dass der Wert ihrer Aktien jährlich um _____ Prozent zunimmt.

1 P

A 1.3 Ermitteln Sie mithilfe des Graphen, nach welcher Zeit sich das Anfangskapital verfünffacht hätte.

1 P

A 1.4 Claudia plant, am 22.02.2065 in den Ruhestand zu gehen.

Bestimmen Sie rechnerisch, wie viel ihre Aktien zu diesem Zeitpunkt nach der oben getroffenen Annahme wert wären. Runden Sie auf ganze Euro.

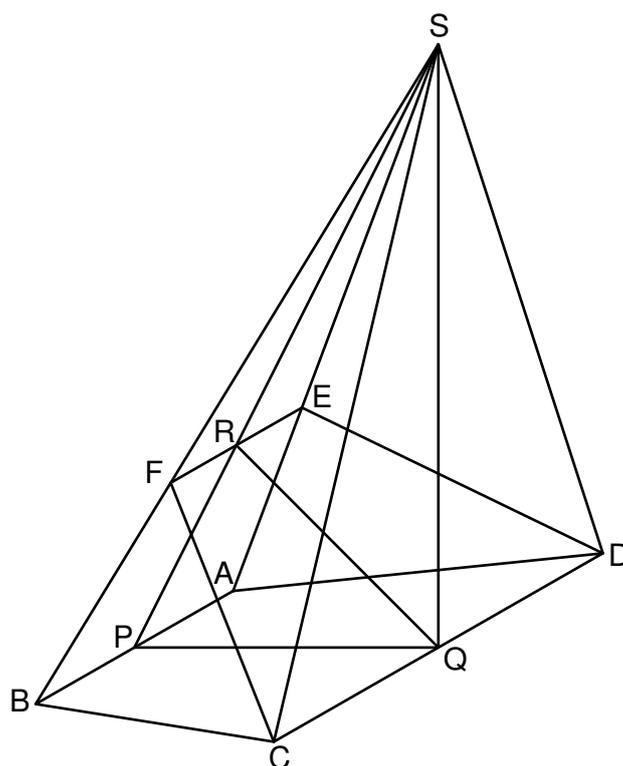
1 P

A 2.0 Das Schrägbild zeigt die Pyramide ABCDS mit dem gleichschenkligen Trapez ABCD als Grundfläche und der Höhe \overline{QS} . Der Punkt P ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AB} und der Punkt Q ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{CD} .

Es gilt: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; $|\overline{AB}| = 6 \text{ cm}$; $|\overline{CD}| = 10 \text{ cm}$; $|\overline{QS}| = 8 \text{ cm}$; $|\overline{PQ}| = 4 \text{ cm}$.

Der Punkt R liegt auf der Strecke \overline{PS} mit $|\overline{PR}| = 3 \text{ cm}$. Er ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{EF} mit $E \in \overline{AS}$, $F \in \overline{BS}$ und $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



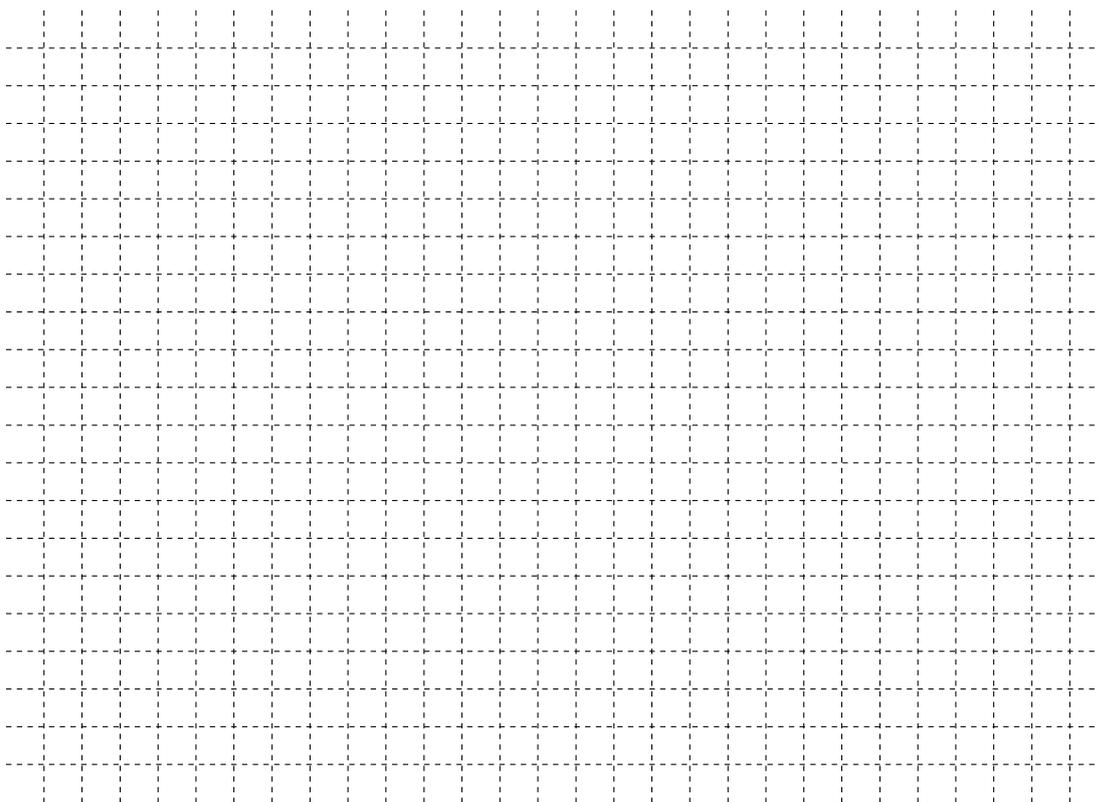
A 2.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken \overline{PS} und \overline{EF} .

[Ergebnis: $|\overline{PS}| = 8,94 \text{ cm}$; $|\overline{EF}| = 3,99 \text{ cm}$]

A grid of dashed lines for calculation.

A 2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Trapezes CDEF.

[Zwischenergebnis: $\sphericalangle QPS = 63,43^\circ$]

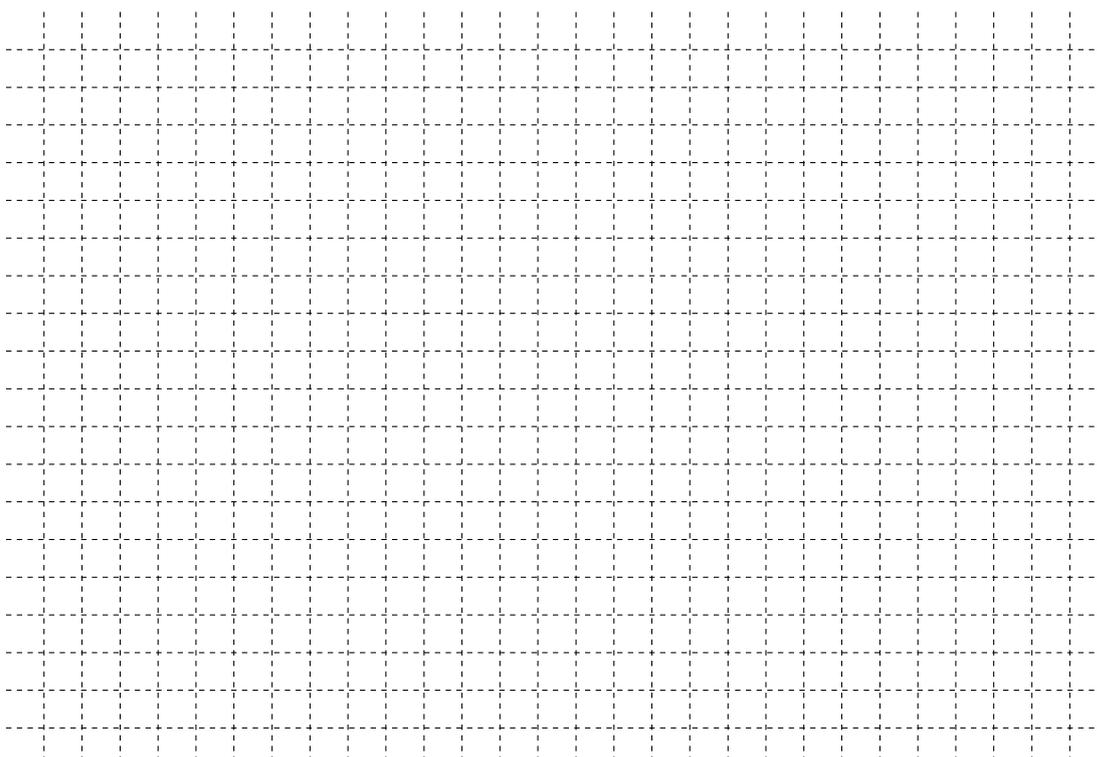


3 P

A 2.3 Der Punkt T liegt auf der Strecke \overline{QS} mit $\overline{RT} \parallel \overline{PQ}$. Das Dreieck EFT ist die Grundfläche der Pyramide EFTS mit der Spitze S.

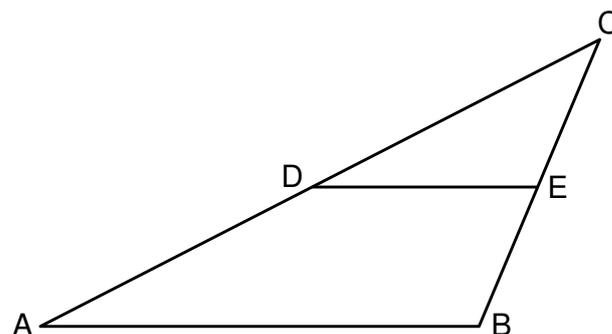
Zeichnen Sie die Pyramide EFTS in das Schrägbild zu A 2.0 ein.

Berechnen Sie sodann das Volumen V der Pyramide EFTS.



4 P

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt das Dreieck ABC mit $|\overline{AB}| = 7 \text{ cm}$, $|\overline{BC}| = 5 \text{ cm}$ und $\sphericalangle ACB = 40^\circ$. Die Strecke \overline{DE} wird durch die Punkte $D \in \overline{AC}$ und $E \in \overline{BC}$ festgelegt.

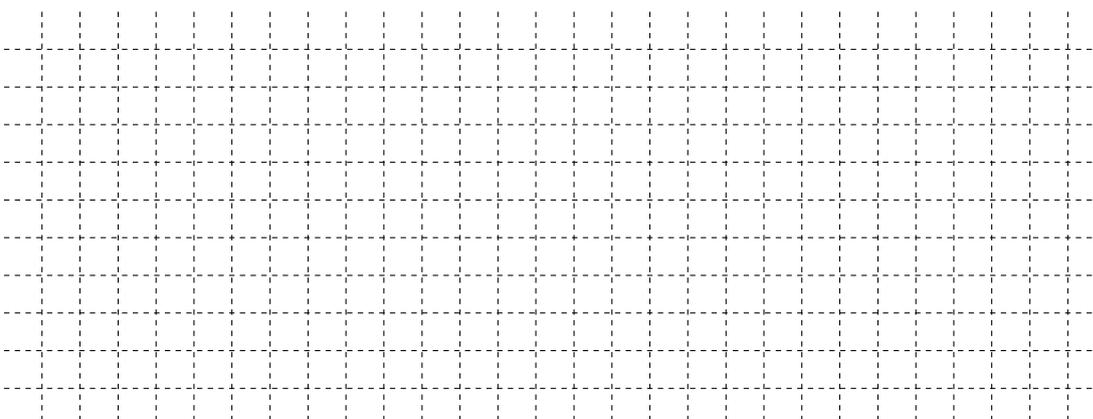


Es gilt: $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$; $|\overline{DE}| = 3,6 \text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

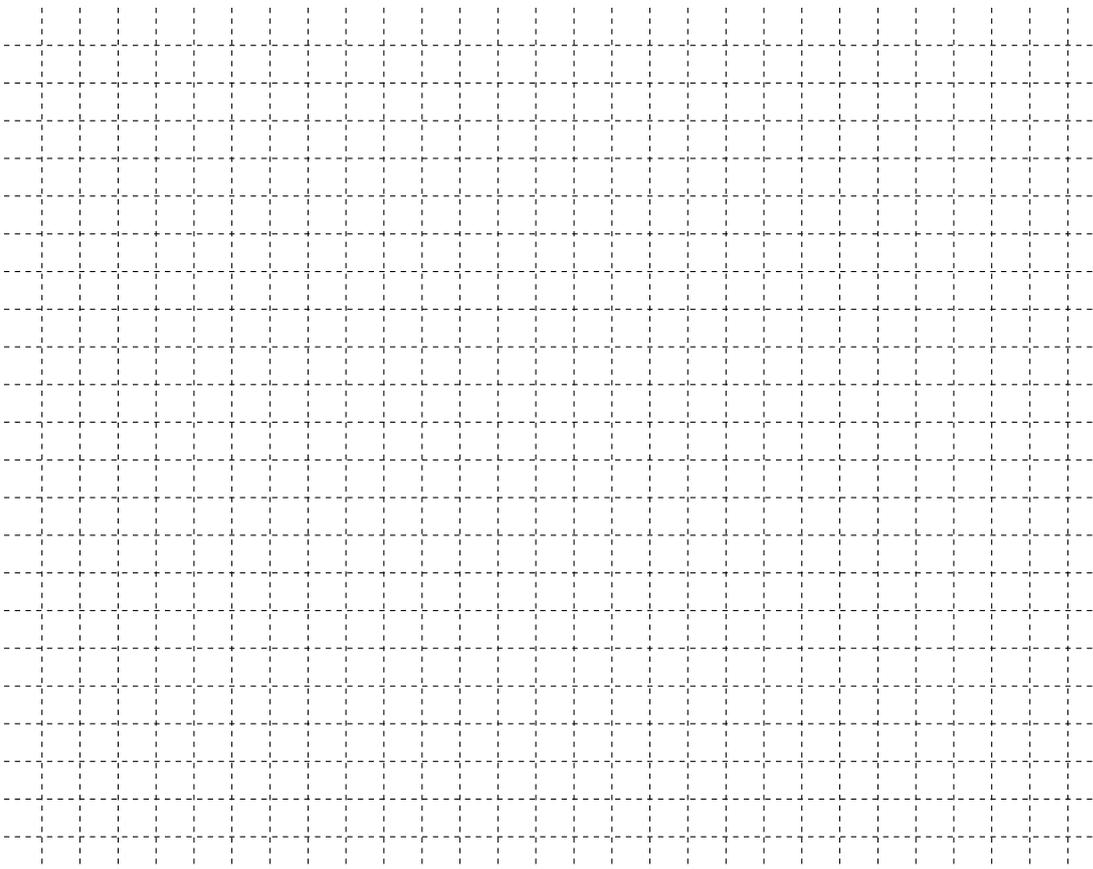
A 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke \overline{BE} .

[Ergebnis: $|\overline{BE}| = 2,43 \text{ cm}$]



2 P

A 3.2 Berechnen Sie den Abstand d der Strecken \overline{AB} und \overline{DE} .



3 P

Aufgabe B 1

Haupttermin

B 1.0 Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(5 | -4,5)$ hat eine Gleichung der Form $y = 0,1x^2 + bx + c$ ($b, c, x, y \in \mathbb{R}$).

Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,5x + 1$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Parabel p gilt:
 $y = 0,1x^2 - x - 2$.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-4; 9]$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 9$; $-6 \leq y \leq 4$

3 P

B 1.2 Punkte $A_n(x | -0,5x + 1)$ auf der Geraden g und Punkte $B_n(x | 0,1x^2 - x - 2)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten C_n und D_n Eckpunkte von Trapezen $A_n B_n C_n D_n$.

Es gilt: $\overline{A_n B_n} \parallel \overline{C_n D_n}$; $\overrightarrow{A_n D_n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $|\overline{C_n D_n}| = 5 \text{ LE}$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1 B_1 C_1 D_1$ für $x = -1$ und $A_2 B_2 C_2 D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

2 P

B 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x es Trapeze $A_n B_n C_n D_n$ gibt.

3 P

B 1.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Trapeze $A_n B_n C_n D_n$ in Abhängigkeit von x .

Bestimmen Sie sodann den maximalen Flächeninhalt A_{\max} der Trapeze $A_n B_n C_n D_n$ und geben Sie den zugehörigen Wert für x an.

[Zwischenergebnis: $|\overline{A_n B_n}|(x) = (-0,1x^2 + 0,5x + 3) \text{ LE}$]

4 P

B 1.5 Der Punkt D_3 des Trapezes $A_3 B_3 C_3 D_3$ liegt auf der y -Achse.

Ermitteln Sie durch Rechnung die Koordinaten des Punktes B_3 .

2 P

B 1.6 Die kongruenten Trapeze $A_4 B_4 C_4 D_4$ und $A_5 B_5 C_5 D_5$ sind gleichschenkelig.

Zeigen Sie, dass die Strecken $\overline{A_4 B_4}$ und $\overline{A_5 B_5}$ jeweils 3 LE lang sind.

Berechnen Sie sodann das Maß γ der Winkel $D_4 C_4 B_4$ bzw. $D_5 C_5 B_5$.

3 P

Aufgabe B 2

Haupttermin

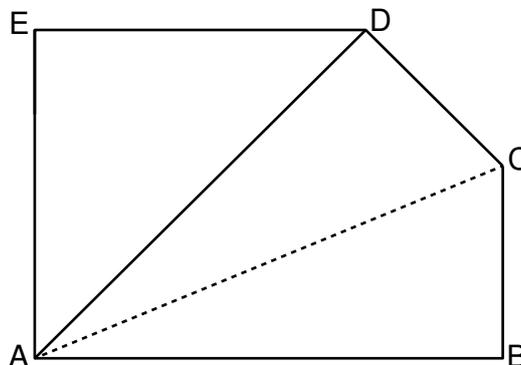
B 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt das Fünfeck ABCDE, das aus dem Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC und dem Dreieck ADE besteht.

Es gilt:

$$|\overline{AB}| = |\overline{AD}| = 11 \text{ cm}; \quad \sphericalangle \text{BAD} = 45^\circ;$$

$$\sphericalangle \text{CBA} = \sphericalangle \text{ADC} = \sphericalangle \text{BAE} = 90^\circ; \quad \overline{AB} \parallel \overline{ED}.$$

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Fünfeck ABCDE sowie die Strecken \overline{AD} und \overline{AC} . 2 P

B 2.2 Begründen Sie, weshalb $\sphericalangle \text{EDC} = 135^\circ$ und $|\overline{AE}| = |\overline{ED}|$ gilt.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke \overline{ED} .

[Teilergebnis: $|\overline{ED}| = 7,78 \text{ cm}$] 3 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecke \overline{BC} und den prozentualen Anteil des Flächeninhalts des Drachenvierecks ABCD am Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE.

[Teilergebnis: $|\overline{BC}| = 4,56 \text{ cm}$] 4 P

B 2.4 Auf der Strecke \overline{AE} liegen Punkte S_n , für die gilt: $|\overline{ES_n}|(x) = x \text{ cm}$ mit $x \in \mathbb{R}$, $x \in]0; 7,78[$. Punkte R_n liegen auf dem Kreisbogen \widehat{AD} mit dem Mittelpunkt E.

Ferner gilt: $\overline{S_n R_n} \parallel \overline{ED}$.

Zeichnen Sie den Kreisbogen \widehat{AD} und die Strecke $\overline{S_1 R_1}$ für $x = 2$ in die Zeichnung zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.5 Der Punkt R_2 ist der Schnittpunkt des Kreisbogens \widehat{AD} mit der Symmetrieachse AC des Drachenvierecks ABCD.

Ergänzen Sie die Zeichnung zu B 2.1 um das Dreieck $S_2 R_2 E$ und berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{S_2 R_2}$.

[Zwischenergebnis: $\sphericalangle R_2 A E = \sphericalangle E R_2 A = 67,5^\circ$] 3 P

B 2.6 Die Bogenlänge b des Kreisbogens $\widehat{R_3 D}$ mit dem Mittelpunkt E beträgt 3 cm .

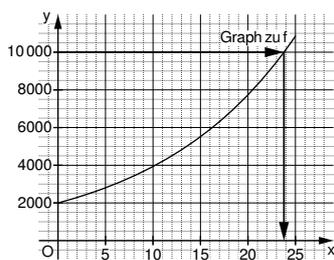
Berechnen Sie das Maß des Winkels $\sphericalangle R_3 E D$ und den zugehörigen Wert für x . 3 P

Bitte wenden!

FUNKTIONEN

A 1.1

x	0	5	10	15	20	25
$2000 \cdot 1,07^x$	2000	2805	3934	5518	7739	10855



Zeichnung im Maßstab 1:2

2
L 4
K 4
K 5

A 1.2 7

1
L 1
K 3
K 5

A 1.3 Im Rahmen der Zeichengenauigkeit: nach 24 Jahren

1
L 4
K 4

A 1.4 $y = 2000 \cdot 1,07^{2065-2020}$

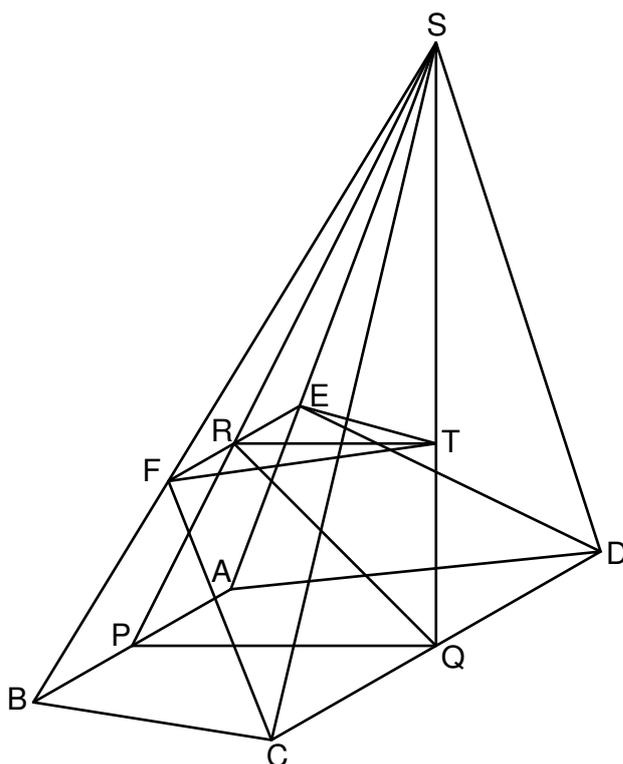
$y = 42005$

Die Aktien wären zu diesem Zeitpunkt 42 005 € wert.

1
L 4
K 3
K 5

RAUMGEOMETRIE

A 2.0



<p>A 2.1 $\overline{PS} = \sqrt{4^2 + 8^2} \text{ cm}$ $\frac{ \overline{EF} }{6 \text{ cm}} = \frac{(8,94 - 3) \text{ cm}}{8,94 \text{ cm}}$</p>	<p>$\overline{PS} = 8,94 \text{ cm}$ $\overline{EF} = 3,99 \text{ cm}$</p>	<p>2</p>	<p>L 2 K 5</p>
<p>A 2.2 $A = 0,5 \cdot (\overline{EF} + \overline{CD}) \cdot \overline{QR}$ $\tan \sphericalangle QPS = \frac{8}{4}$ $\overline{QR} = \sqrt{3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 63,43^\circ} \text{ cm}$ $A = 0,5 \cdot (3,99 + 10) \cdot 3,78 \text{ cm}^2$</p>	<p>$\sphericalangle QPS = 63,43^\circ$ $\overline{QR} = 3,78 \text{ cm}$ $A = 26,44 \text{ cm}^2$</p>	<p>3</p>	<p>L 2 K 5</p>
<p>A 2.3 Einzeichnen der Pyramide EFTS $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{EF} \cdot \overline{RT} \cdot \overline{ST}$ $\sphericalangle TRS = \sphericalangle QPS$ $\cos 63,43^\circ = \frac{ \overline{RT} }{(8,94 - 3) \text{ cm}}$ $\sin 63,43^\circ = \frac{ \overline{ST} }{(8,94 - 3) \text{ cm}}$ $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,99 \cdot 2,66 \cdot 5,31 \text{ cm}^3$</p>	<p>$\sphericalangle TRS = 63,43^\circ$ $\overline{RT} = 2,66 \text{ cm}$ $\overline{ST} = 5,31 \text{ cm}$ $V = 9,39 \text{ cm}^3$</p>	<p>4</p>	<p>L 2 L 3 K 4 K 5</p>
EBENE GEOMETRIE			
<p>A 3.1 $\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC}$ $\frac{ \overline{EC} }{5 \text{ cm}} = \frac{3,6 \text{ cm}}{7 \text{ cm}}$ $\overline{BE} = 5 \text{ cm} - 2,57 \text{ cm}$</p>	<p>$\overline{EC} = 2,57 \text{ cm}$ $\overline{BE} = 2,43 \text{ cm}$</p>	<p>2</p>	<p>L 2 K 2 K 5</p>
<p>A 3.2 $\cos(\sphericalangle CBA - 90^\circ) = \frac{d}{ \overline{BE} }$ $\frac{\sin \sphericalangle BAC}{5 \text{ cm}} = \frac{\sin 40^\circ}{7 \text{ cm}}$ $\sphericalangle CBA = 180^\circ - 40^\circ - 27,33^\circ$ $\cos(112,67^\circ - 90^\circ) = \frac{d}{2,43 \text{ cm}}$</p>	<p>$\sphericalangle BAC = 27,33^\circ$ $\sphericalangle CBA = 112,67^\circ$ $d = 2,24 \text{ cm}$</p>	<p>3</p>	<p>L 2 K 2 K 5</p>
			<p>19</p>

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

FUNKTIONEN

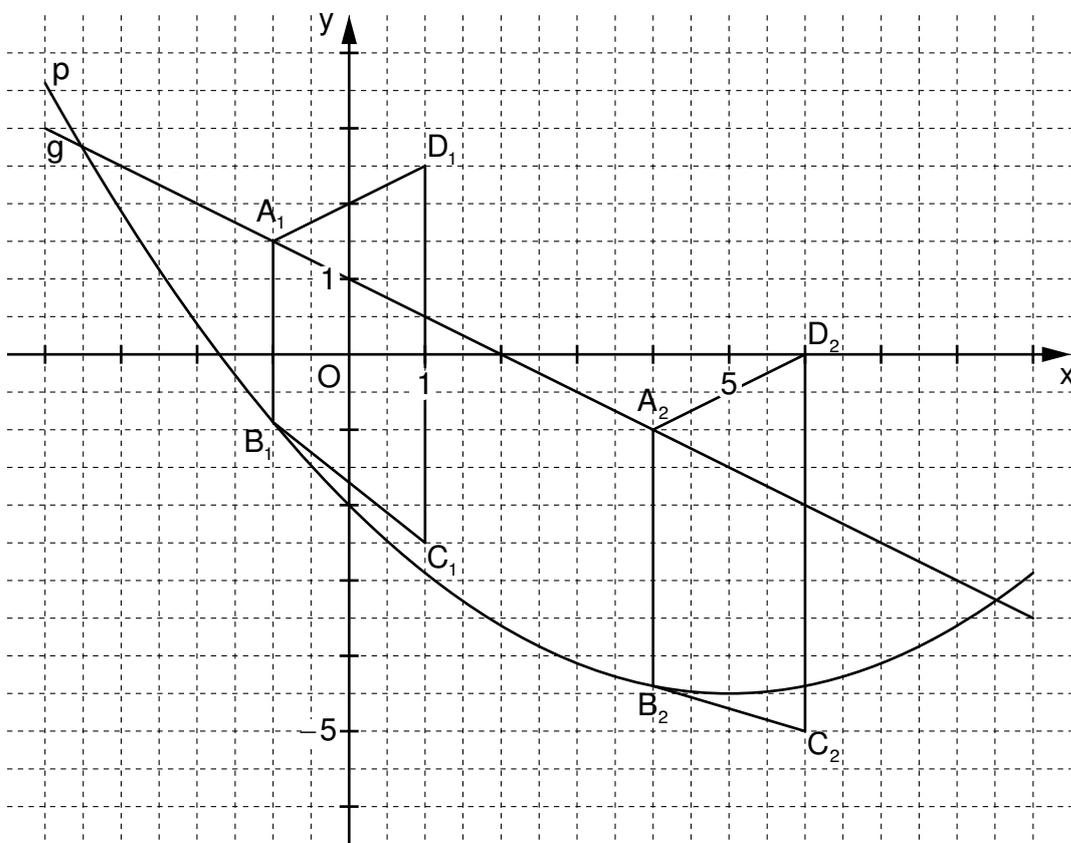
B 1.1 $S(5|-4,5) \in p$

$$y = 0,1(x-5)^2 - 4,5$$

$$x, y \in \mathbb{R}$$

...

$$p: y = 0,1x^2 - x - 2$$



3

L 4
K 4
K 5

B 1.2 Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

2

L 3
K 4

B 1.3 $0,1x^2 - x - 2 = -0,5x + 1$

$$x \in \mathbb{R}$$

...

$$\Leftrightarrow x = -3,52 \vee x = 8,52$$

$$L = \{-3,52; 8,52\}$$

Für $x \in]-3,52; 8,52[$ gibt es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$.

3

L 3
L 4
K 2
K 5

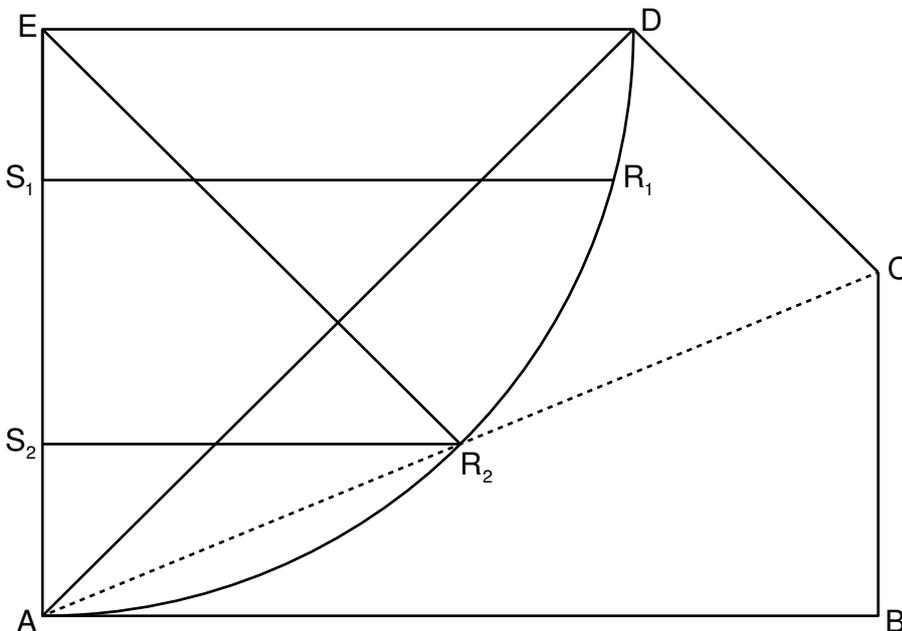
<p>B 1.4 $A = 0,5 \cdot (\overline{A_n B_n} + \overline{C_n D_n}) \cdot d(A_n; C_n D_n)$</p> $ \overline{A_n B_n} (x) = [-0,5x + 1 - (0,1x^2 - x - 2)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]-3,52; 8,52[$ $ \overline{A_n B_n} (x) = (-0,1x^2 + 0,5x + 3) \text{ LE}$ $A(x) = 0,5 \cdot (-0,1x^2 + 0,5x + 3 + 5) \cdot 2 \text{ FE} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]-3,52; 8,52[$ $A(x) = (-0,1x^2 + 0,5x + 8) \text{ FE}$ <p>...</p> $A_{\max} = 8,63 \text{ FE für } x = 2,5$	4	L 3 L 4 K 2 K 5
<p>B 1.5 Aus $x_{D_3} = 0$ folgt: $x_{A_3} = x_{B_3} = -2$.</p> $B_3(-2 \mid 0,1 \cdot (-2)^2 - (-2) - 2) \quad B_3(-2 \mid 0,4)$	2	L 3 K 5
<p>B 1.6 Die kongruenten Trapeze $A_4 B_4 C_4 D_4$ und $A_5 B_5 C_5 D_5$ sind gleichschenkelig. Daraus folgt:</p> $ \overline{A_4 B_4} = \overline{A_5 B_5} = \overline{C_n D_n} - 2 \cdot (y_{D_n} - y_{A_n}) \text{ LE}$ $ \overline{A_4 B_4} = \overline{A_5 B_5} = (5 - 2 \cdot 1) \text{ LE} \quad \overline{A_4 B_4} = \overline{A_5 B_5} = 3 \text{ LE}$ $\tan \gamma = \frac{2}{1} \quad \gamma = 63,43^\circ$	3	L 2 L 3 K 5 K 6
17		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

EBENE GEOMETRIE

B 2.1



2 L 3
K 4

B 2.2 $\sphericalangle EDC = \sphericalangle EDA + \sphericalangle ADC$

Wegen $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ gilt: $\sphericalangle EDA = \sphericalangle BAD = 45^\circ$.

Im Drachenviereck ABCD gilt: $\sphericalangle ADC = \sphericalangle CBA = 90^\circ$.

$$\sphericalangle EDC = 45^\circ + 90^\circ$$

$$\sphericalangle EDC = 135^\circ$$

$$\sphericalangle DAE = 90^\circ - 45^\circ$$

$$\sphericalangle DAE = 45^\circ$$

Wegen $\sphericalangle DAE = \sphericalangle EDA$ ist das Dreieck ADE somit gleichschenkelig-rechtwinklig mit $|\overline{AE}| = |\overline{ED}|$.

$$\sin 45^\circ = \frac{|\overline{ED}|}{11 \text{ cm}}$$

$$|\overline{ED}| = 7,78 \text{ cm}$$

3 L 2
L 3
K 1
K 5

B 2.3 $\tan(0,5 \cdot \sphericalangle BAD) = \frac{|\overline{BC}|}{|\overline{AB}|}$

$$\tan(0,5 \cdot 45^\circ) = \frac{|\overline{BC}|}{11 \text{ cm}}$$

$$|\overline{BC}| = 4,56 \text{ cm}$$

$$A_{ABCD} = 2 \cdot 0,5 \cdot 11 \cdot 4,56 \text{ cm}^2$$

$$A_{ABCD} = 50,16 \text{ cm}^2$$

$$A_{ABCDE} = (50,16 + 0,5 \cdot 7,78 \cdot 7,78) \text{ cm}^2$$

$$A_{ABCDE} = 80,42 \text{ cm}^2$$

$$\frac{50,16}{80,42} \cdot 100\% = 62,37\%$$

4 L 1
L 2
K 2
K 5

B 2.4 Einzeichnen des Kreisbogens \widehat{AD} und der Strecke $\overline{S_1R_1}$	2	L 3 K 4
<p>B 2.5 Einzeichnen des Dreiecks S_2R_2E</p> $\sin \sphericalangle AER_2 = \frac{ \overline{S_2R_2} }{ \overline{ER_2} }$ $\sphericalangle R_2AE = 90^\circ - 0,5 \cdot 45^\circ \qquad \sphericalangle R_2AE = 67,5^\circ$ <p>Wegen $\overline{EA} = \overline{ER_2}$ gilt $\sphericalangle ER_2A = \sphericalangle R_2AE$. Daraus folgt:</p> $\sphericalangle AER_2 = 180^\circ - 2 \cdot 67,5^\circ \qquad \sphericalangle AER_2 = 45^\circ$ $\sin 45^\circ = \frac{ \overline{S_2R_2} }{7,78 \text{ cm}} \qquad \overline{S_2R_2} = 5,50 \text{ cm}$	3	L 2 L 3 K 2 K 4 K 5
<p>B 2.6 $3 = \frac{\sphericalangle R_3ED}{360^\circ} \cdot 2 \cdot 7,78 \cdot \pi$</p> $\cos \sphericalangle S_3ER_3 = \frac{ \overline{ES_3} }{ \overline{ER_3} }$ $\sphericalangle S_3ER_3 = 90^\circ - 22,09^\circ \qquad \sphericalangle S_3ER_3 = 67,91^\circ$ $\cos 67,91^\circ = \frac{x}{7,78} \qquad x \in \mathbb{R}, x \in]0; 7,78[$ $\Leftrightarrow x = 2,93 \qquad L = \{2,93\}$	3	L 2 L 4 K 2 K 5
17		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.