

Bildungsstandards

Mathematik

Allgemeine mathematische Kompetenzen

- (K1) Mathematisch argumentieren
- (K2) Probleme mathematisch lösen
- (K3) Mathematisch modellieren
- (K4) Mathematische Darstellungen verwenden
- (K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- (K6) Kommunizieren

Mathematische Leitideen

- (L1) Zahl
- (L2) Messen
- (L3) Raum und Form
- (L4) Funktionaler Zusammenhang
- (L5) Daten und Zufall

Hinweis: Im Lösungsmuster ist zu jeder Aufgabe eine Zuordnung zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen und mathematischen Leitideen grau hinterlegt.

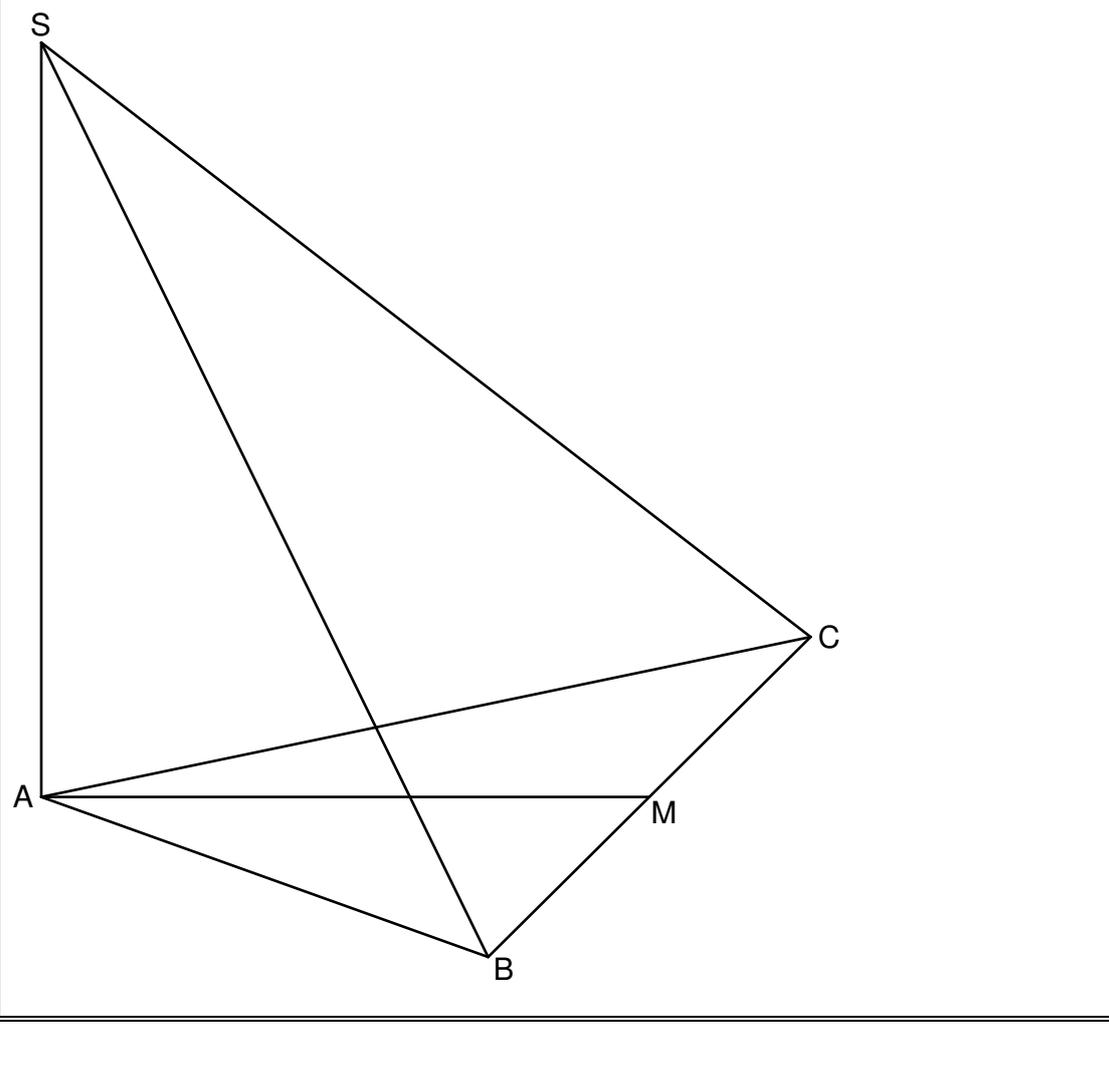
Aufgeführt sind jeweils die im Vordergrund stehenden Kompetenzen und Leitideen, bezogen auf den dargestellten Lösungsvorschlag.

So sind beispielsweise die allgemeine mathematische Kompetenz „(K6) Kommunizieren“ – hierzu gehören das Verstehen der Aufgabentexte und die verständliche Darstellung der Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse – und die mathematische Leitidee „(L1) Zahl“ – diese beinhaltet das vorteilhafte Rechnen und das sinnvolle Runden – bei fast jeder Aufgabe zutreffend, aber nicht explizit angegeben, sofern sie nicht im Vordergrund stehen.



AUFGABE A 1: DATEN UND ZUFALL				
A 1.1	$\frac{40}{100} \cdot \frac{p}{100} = \frac{28}{100}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow p = 70$	$p \in \mathbb{R}_0^+$ $L = \{70\}$	2	L 5 K 3 K 5
A 1.2	$\frac{6}{10} \cdot \frac{1}{10} + \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{36}{100}$ <p>Eine unter den Befragten zufällig ausgewählte Person kommt mit einer Wahrscheinlichkeit von 36% entweder mit dem Roller oder zu Fuß zur Schule.</p>		2	L 5 K 3 K 5
AUFGABE A 2: DATEN UND ZUFALL				
A 2.1	1000		1	L 1 K 5
A 2.2	Ziehen mit Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge		1	L 5 K 3
AUFGABE A 3: EBENE GEOMETRIE				
A 3	$\frac{\sin \sphericalangle ACB}{9 \text{ cm}} = \frac{\sin 30^\circ}{5 \text{ cm}}$ $\frac{\sin \sphericalangle ACB}{9 \text{ cm}} = \frac{0,5}{5 \text{ cm}}$ $(\sphericalangle ACB = 64,2^\circ \quad \sphericalangle \vee) \quad \sphericalangle ACB = 180^\circ - 64,2^\circ$	$\sin \sphericalangle ACB = 0,9$ $\sphericalangle ACB = 115,8^\circ$	3	L 2 K 2 K 5

AUFGABE A 4: RAUMGEOMETRIE

A 4		2	L 3 K 4
			11

AUFGABE B 1: EBENE GEOMETRIE			
B 1.1	$\cos 34^\circ = \frac{9 \text{ cm}}{ \overline{AC} } \quad \overline{AC} = 10,86 \text{ cm}$ $\frac{ \overline{AP_1} }{\sin \sphericalangle P_1MA} = \frac{ \overline{AM} }{\sin \sphericalangle AP_1M}$ $\sphericalangle P_1MA = 180^\circ - 70^\circ \quad \sphericalangle P_1MA = 110^\circ$ $\sphericalangle AP_1M = 180^\circ - 34^\circ - 110^\circ \quad \sphericalangle AP_1M = 36^\circ$ $\frac{ \overline{AP_1} }{\sin 110^\circ} = \frac{0,5 \cdot 9 \text{ cm}}{\sin 36^\circ} \quad \overline{AP_1} = 7,19 \text{ cm}$	3	L 2 K 2 K 5
B 1.2	$\sin 34^\circ = \frac{ \overline{MP_0} }{0,5 \cdot 9 \text{ cm}} \quad \overline{MP_0} = 2,52 \text{ cm}$	1,5	L 2 L 3 K 2 K 5
B 1.3	$\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC + \sphericalangle ACB + \sphericalangle CBA = 360^\circ$ $\sphericalangle ACB = 180^\circ - 90^\circ - 34^\circ \quad \sphericalangle ACB = 56^\circ$ $\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC + 56^\circ + 90^\circ = 360^\circ \quad \sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC = 214^\circ$	2	L 2 L 3 K 1
			6,5
AUFGABE B 2: FUNKTIONEN			
B 2.1	Die Anzahl der Eichhörnchen steigt in einem Jahr um 3%.	1	L 1 K 3 K 5
B 2.2	$1,03^7 = 1,23$ Die Anzahl der Eichhörnchen wird um 23% zunehmen.	2	L 4 K 2 K 5
B 2.3	$6 \cdot 500 = 500 \cdot 1,03^x \quad x \in \mathbb{R}_0^+$ \dots $\Leftrightarrow x = 61 \quad L = \{61\}$ Die ursprüngliche Anzahl der Eichhörnchen wird sich nach 61 Jahren erstmals versechsfacht haben.	2	L 4 K 3 K 5
			5

AUFGABE B 3: FUNKTIONEN

$S(5|-4,5) \in p$

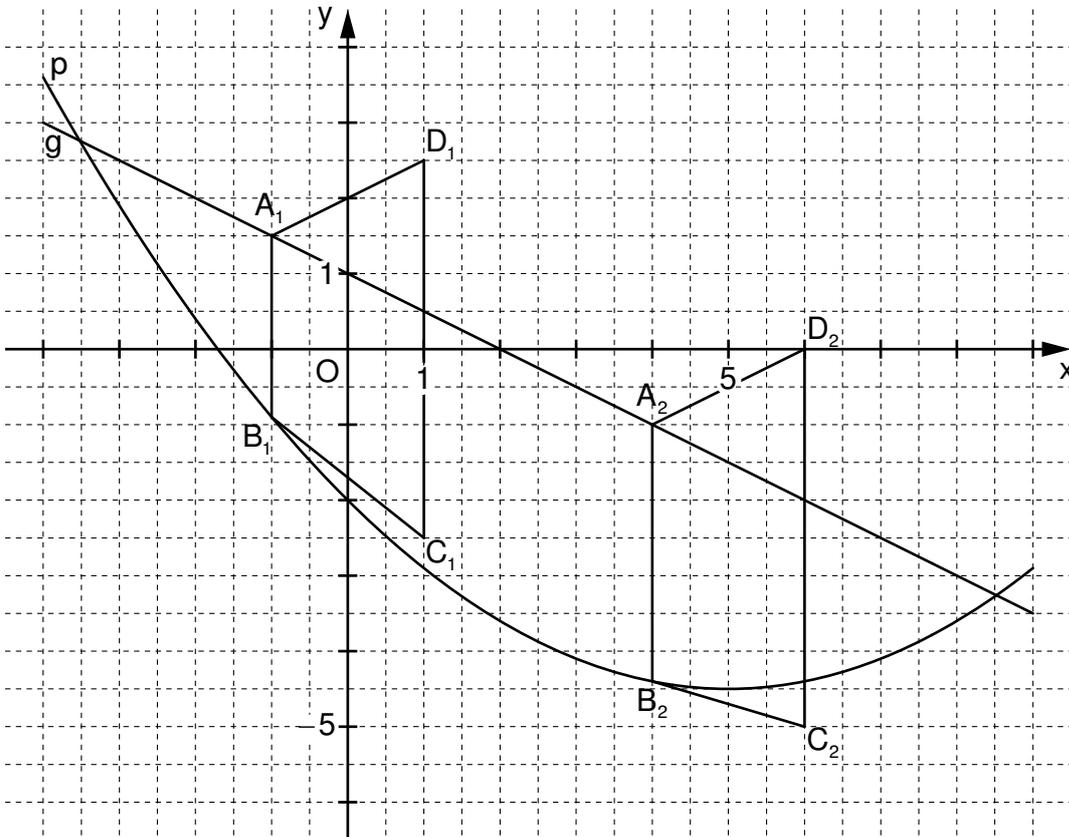
$y = 0,1(x-5)^2 - 4,5$

$x, y \in \mathbb{R}$

...

$p: y = 0,1x^2 - x - 2$

B 3.1



3

L 4
K 4
K 5

B 3.2

Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

2

L 3
K 4

B 3.3

$0,1x^2 - x - 2 = -0,5x + 1$

$x \in \mathbb{R}$

...

$\Leftrightarrow x = -3,52 \vee x = 8,52$

$L = \{-3,52; 8,52\}$

Für $x \in]-3,52; 8,52[$ gibt es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$.

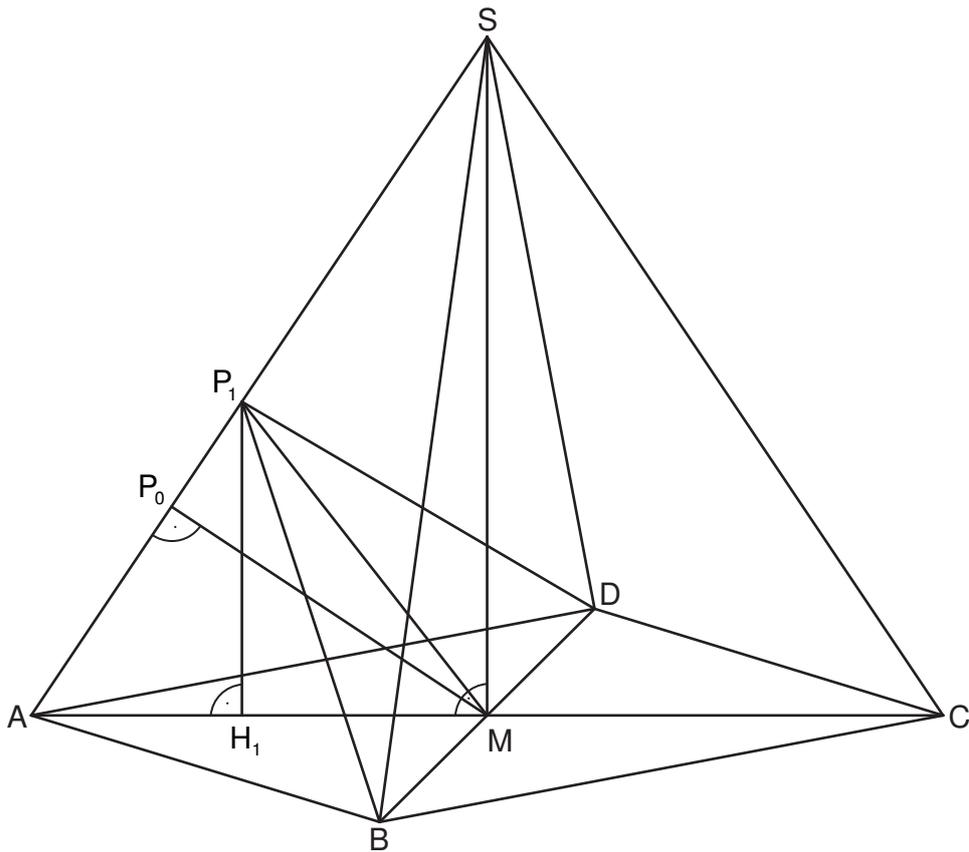
3

L 3
L 4
K 2
K 5

B 3.4	$A = 0,5 \cdot (\overline{A_n B_n} + \overline{C_n D_n}) \cdot d(A_n; C_n D_n)$ $ \overline{A_n B_n} (x) = [-0,5x + 1 - (0,1x^2 - x - 2)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]-3,52; 8,52[$ $ \overline{A_n B_n} (x) = (-0,1x^2 + 0,5x + 3) \text{ LE}$ $A(x) = 0,5 \cdot (-0,1x^2 + 0,5x + 3 + 5) \cdot 2 \text{ FE} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]-3,52; 8,52[$ $A(x) = (-0,1x^2 + 0,5x + 8) \text{ FE}$ <p>...</p> $A_{\max} = 8,63 \text{ FE} \text{ f\u00fcr } x = 2,5$	4	L 3 L 4 K 2 K 5
B 3.5	<p>Die kongruenten Trapeze $A_3 B_3 C_3 D_3$ und $A_4 B_4 C_4 D_4$ sind gleichschenkelig. Daraus folgt:</p> $ \overline{A_3 B_3} = \overline{A_4 B_4} = \overline{C_n D_n} - 2 \cdot (y_{D_n} - y_{A_n}) \text{ LE}$ $ \overline{A_3 B_3} = \overline{A_4 B_4} = (5 - 2 \cdot 1) \text{ LE} \quad \overline{A_3 B_3} = \overline{A_4 B_4} = 3 \text{ LE}$ $\tan \gamma = \frac{2}{1} \quad \gamma = 63,43^\circ$	3	L 2 L 3 K 5 K 6
15			

AUFGABE B 4: RAUMGEOMETRIE

B 4.1



$$|\overline{AS}| = \sqrt{(0,5 \cdot 12)^2 + 9^2} \text{ cm}$$

$$\tan \sphericalangle CAS = \frac{9}{0,5 \cdot 12}$$

$$|\overline{AS}| = 10,82 \text{ cm}$$

$$\sphericalangle CAS = 56,31^\circ$$

4

L 2
L 3
K 4
K 5

B 4.2

Einzeichnen der Pyramide $ABDP_1$ und der dazugehörigen Höhe $\overline{H_1P_1}$

$$|\overline{MP_1}| = \sqrt{6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos 56,31^\circ} \text{ cm}$$

$$|\overline{MP_1}| = 5,26 \text{ cm}$$

$$V_{ABDP_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot |\overline{BD}| \cdot |\overline{AM}| \cdot |\overline{H_1P_1}|$$

$$\sin 56,31^\circ = \frac{|\overline{H_1P_1}|}{5 \text{ cm}}$$

$$|\overline{H_1P_1}| = 4,16 \text{ cm}$$

$$V_{ABDP_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4,16 \text{ cm}^3$$

$$V_{ABDP_1} = 33,28 \text{ cm}^3$$

4

L 2
L 3
K 2
K 4
K 5

B 4.3

$$A_{MSP_1} = \frac{1}{2} \cdot |\overline{MS}| \cdot |\overline{MP_1}| \cdot \sin \sphericalangle SMP_1$$

$$\sin \sphericalangle P_1MA = \frac{4,16}{5,26}$$

$$\sphericalangle P_1MA = 52,27^\circ$$

$$\sphericalangle SMP_1 = 90^\circ - 52,27^\circ$$

$$\sphericalangle SMP_1 = 37,73^\circ$$

$$A_{MSP_1} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5,26 \cdot \sin 37,73^\circ \text{ cm}^2$$

$$A_{MSP_1} = 14,48 \text{ cm}^2$$

2,5

L 2
L 3
K 4
K 5

B 4.4	Einzeichnen der Strecke $\overline{MP_0}$ $\sin 56,31^\circ = \frac{ \overline{MP_0} }{6 \text{ cm}} \qquad \overline{MP_0} = 4,99 \text{ cm}$ $A_{\min} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4,99 \text{ cm}^2 \qquad A_{\min} = 19,96 \text{ cm}^2$ <p>Da der minimale Flächeninhalt $19,96 \text{ cm}^2$ beträgt, gibt es unter den Dreiecken BDP_n kein Dreieck mit einem Flächeninhalt von 18 cm^2.</p>	4	L 2 L 3 K 1 K 2 K 5

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.