Bildungsstandards

Mathematik

Allgemeine mathematische Kompetenzen

(K1) Mathematisch argumentieren

(K2) Probleme mathematisch lösen

(K3) Mathematisch modellieren

(K4) Mathematische Darstellungen verwenden

(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

(K6) Kommunizieren

Mathematische Leitideen

(L1) Zahl

(L2) Messen

(L3) Raum und Form

(L4) Funktionaler Zusammenhang

(L5) Daten und Zufall

Hinweis: Im Lösungsmuster ist zu jeder Aufgabe eine Zuordnung zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen und mathematischen Leitideen grau hinterlegt.
Aufgeführt sind jeweils die im Vordergrund stehenden Kompetenzen und Leitideen, bezogen auf den dargestellten Lösungsvorschlag.
So sind beispielsweise die allgemeine mathematische Kompetenz „(K6) Kommunizieren“ – hierzu gehören das Verstehen der Aufgabentexte und die verständliche Darstellung der Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse – und die mathematische Leitidee „(L1) Zahl“ – diese beinhaltet das vorteilhafte Rechnen und das sinnvolle Runden – bei fast jeder Aufgabe zutreffend, aber nicht explizit angegeben, sofern sie nicht im Vordergrund stehen.

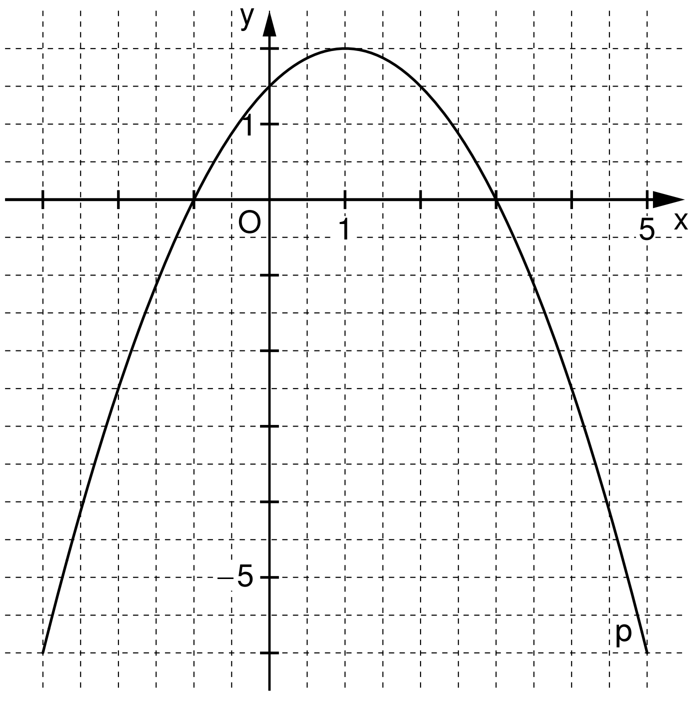
Lösungsmuster
und Bewertung

Abschlussprüfung 20XX

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II – Muster 20XX

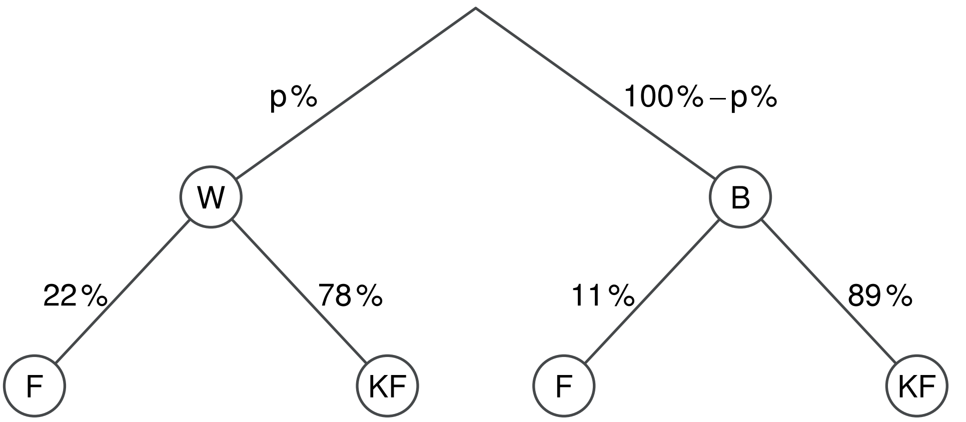
Aufgabengruppe A

Aufgabe A 1: Ebene Geometrie		
A 1.1 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ $m_{AB} = -\frac{3}{4}$ $m_{AC} = \frac{4}{3}$ $m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$ Folglich gilt $AB \perp AC$, also ist das Dreieck ABC rechtwinklig.	2	L 3 L 4 K 1 K 5
A 1.2 $A_{Segment} = \left(\frac{1}{4} \cdot 5^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 5^2\right)$ FE $\quad A_{Segment} = (6{,}25 \cdot \pi - 12{,}5)$ FE	2	L 5 K 2 K 3 K 4
Aufgabe A 2: Funktionen		
A 2 	1,5	L 4 K 4

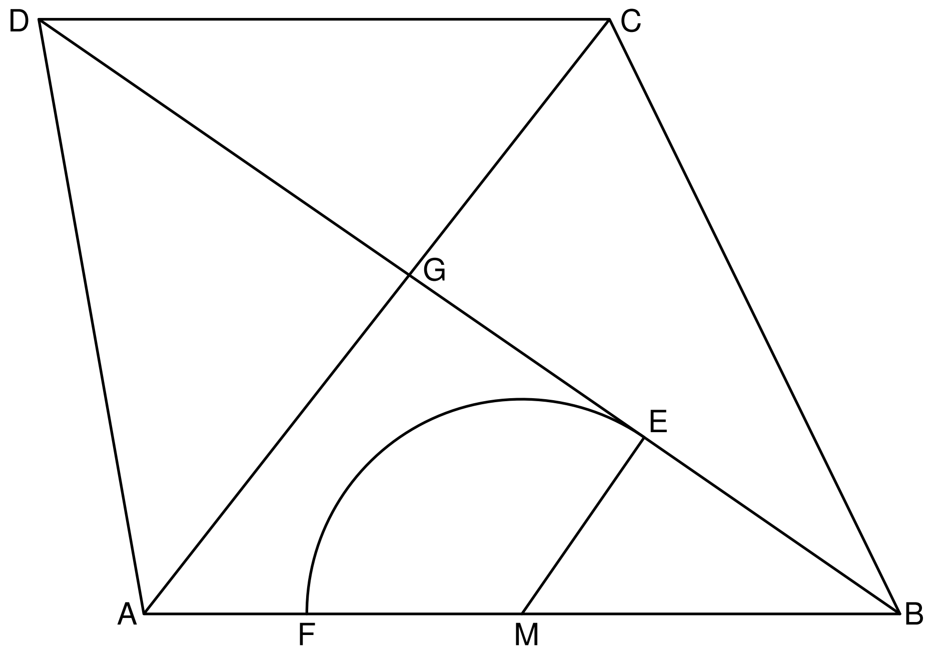
AUFGABE A 3: FUNKTIONEN		
A 3 $\quad 0{,}5x^2+18=6x \qquad x\in\mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow \quad x=6 \qquad L=\{6\}$	2	L 4 K 5

AUFGABE A 4: DATEN UND ZUFALL		
A 4.1 $\frac{2}{100}$ **Hinweis**: Auch gleichwertige Lösungen wie z. B. 2 % oder 0,02 sind bei derartigen Aufgaben gültig.	1	L 5 K 3
A 4.2 $\frac{40}{100}$	1	L 5 K 3
A 4.3 $\frac{20}{100}\cdot\frac{19}{99}=\frac{380}{9900}$	2	L 5 K 2 K 3 K 5
	11,5	

Aufgabengruppe B

AUFGABE B 1: DATEN UND ZUFALL		
B 1.1 	2,5	L 5 K 4
B 1.2 $\quad 0{,}14=0{,}22\cdot\frac{p}{100} \qquad p\in\mathbb{R}^+$ ... $\Leftrightarrow \quad p\%=64\%$	2	L 5 K 2 K 5
	4,5	

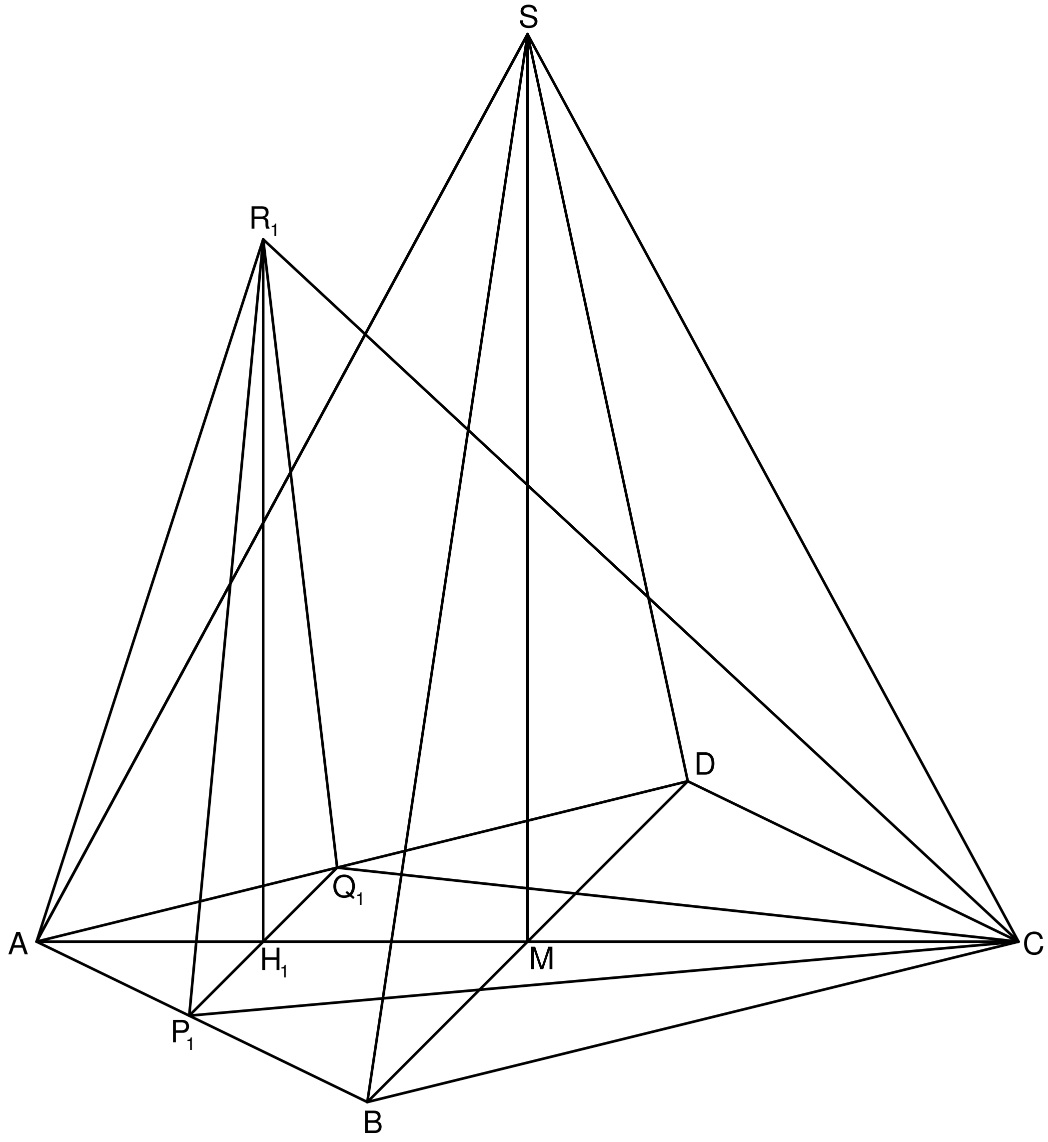
AUFGABE B 2: FUNKTIONEN		
B 2.1 7	1	L 1 K 3 K 5
B 2.2 $y = 2000 \cdot 1{,}07^{2066-2021}$ $\quad$ $y = 42\,005$ Die Aktien wären zu diesem Zeitpunkt 42 005 € wert.	1	L 4 K 3 K 5
B 2.3 $5 \cdot 2000 = 2000 \cdot 1{,}07^{x}$ $\quad$ $x \in \mathbb{R}_0^+$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 23{,}79$ $\quad$ $L = \{23{,}79\}$ Claudia würde es erstmals am 21.02.2045 erfahren.	3	L 4 K 3 K 5
	5	

AUFGABE B 3: EBENE GEOMETRIE		
B 3.1  $\lvert\overline{BD}\rvert = \sqrt{10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 100^\circ}$ cm $\quad$ $\lvert\overline{BD}\rvert = 13{,}85$ cm $\dfrac{\sin\sphericalangle DBA}{8\text{ cm}} = \dfrac{\sin 100^\circ}{13{,}85\text{ cm}}$ $\quad$ $\sphericalangle DBA = 34{,}67^\circ$	4	L 2 L 3 K 4 K 5

B 3.2 $\frac{\sin\sphericalangle DCA}{8\text{ cm}} = \frac{\sin(180^\circ - 100^\circ)}{10\text{ cm}}$	$\sphericalangle DCA = 51{,}98^\circ$	2	L 2 L 3 K 1 K 5
Die Winkel BAC und DCA sind Wechselwinkel an den zueinander parallelen Geraden AB und CD. Folglich gilt: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DCA = 51{,}98^\circ$.			
B 3.3 $A = 0{,}5 \cdot \lvert\overline{AB}\rvert \cdot \lvert\overline{AC}\rvert \cdot \sin\sphericalangle BAC + 0{,}5 \cdot \lvert\overline{AC}\rvert \cdot \lvert\overline{AD}\rvert \cdot \sin\sphericalangle CAD$		2	L 2 K 5
$\sphericalangle CAD = 100^\circ - 51{,}98^\circ$	$\sphericalangle CAD = 48{,}02^\circ$		
$A_{ABCD} = (0{,}5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 51{,}98^\circ + 0{,}5 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \sin 48{,}02^\circ)\text{ cm}^2$	$A_{ABCD} = 69{,}12\text{ cm}^2$		
B 3.4 Einzeichnen der Strecke $\overline{ME}$ und des Kreisbogens $\widehat{EF}$		1	L 3 K 4
B 3.5 $A_{FBE} = \frac{\sphericalangle EMF}{360^\circ} \cdot \lvert\overline{ME}\rvert^2 \cdot \pi + 0{,}5 \cdot \lvert\overline{MB}\rvert \cdot \lvert\overline{ME}\rvert \cdot \sin\sphericalangle BME$		5	L 2 L 3 K 5
$\sphericalangle BME = 180^\circ - 90^\circ - 34{,}67^\circ$	$\sphericalangle BME = 55{,}33^\circ$		
$\sphericalangle EMF = 180^\circ - 55{,}33^\circ$	$\sphericalangle EMF = 124{,}67^\circ$		
$\sin 34{,}67^\circ = \frac{\lvert\overline{ME}\rvert}{0{,}5 \cdot 10\text{ cm}}$	$\lvert\overline{ME}\rvert = 2{,}84\text{ cm}$		
$A_{FBE} = \left(\frac{124{,}67^\circ}{360^\circ} \cdot 2{,}84^2 \cdot \pi + 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 10 \cdot 2{,}84 \cdot \sin 55{,}33^\circ\right)\text{cm}^2$	$A_{FBE} = 14{,}61\text{ cm}^2$		
$\frac{14{,}61}{69{,}12} \cdot 100\,\% = 21{,}14\,\%$			
B 3.6 $\sphericalangle CGD = 180^\circ - 51{,}98^\circ - 34{,}67^\circ$	$\sphericalangle CGD = 93{,}35^\circ$	2	L 2 L 3 K 1 K 5
Wegen $\sphericalangle CGD \neq 90^\circ$ gilt: $\lvert\overline{DG}\rvert > d(D; \overline{AC})$.			
		16	

AUFGABE B 4: RAUMGEOMETRIE

B 4.1



$\left|\overline{CS}\right| = \sqrt{(0,5\cdot 13)^2 + 12^2}$ cm $\qquad \left|\overline{CS}\right| = 13,65$ cm

$\tan\sphericalangle SCA = \dfrac{12}{0,5\cdot 13} \qquad \sphericalangle SCA = 61,56°$

4 | L 2, L 3, K 4, K 5

B 4.2 Einzeichnen der Pyramide $AP_1CQ_1R_1$ und der Höhe $\overline{H_1R_1}$

2 | L 3, K 4

<table>
<tr><td>B 4.3 $V_1 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left|\overline{AC}\right|\cdot\left|\overline{P_1Q_1}\right|\cdot\left|\overline{H_1R_1}\right|$
$\frac{\left|\overline{P_1Q_1}\right|}{12\text{ cm}} = \frac{3\text{ cm}}{0{,}5\cdot 13\text{ cm}}$ $\left|\overline{P_1Q_1}\right| = 5{,}54\text{ cm}$
$\left|\overline{H_1R_1}\right| = \sqrt{13{,}65^2 - (13-3)^2}\text{ cm}$ $\left|\overline{H_1R_1}\right| = 9{,}29\text{ cm}$
$V_1 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 13\cdot 5{,}54\cdot 9{,}29\text{ cm}^3$ $V_1 = 111{,}51\text{ cm}^3$
$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 13\cdot 12\cdot 12\text{ cm}^3$ $V = 312\text{ cm}^3$
$\frac{111{,}51}{312}\cdot 100\,\% = 35{,}74\,\%$</td><td>5</td><td>L 1
L 2
K 2
K 5</td></tr>
<tr><td>B 4.4 $\left|\overline{AH_2}\right| = \left|\overline{AC}\right| - \left|\overline{CH_2}\right|$
$\left|\overline{CH_2}\right| = \sqrt{13{,}65^2 - 6^2}\text{ cm}$ $\left|\overline{CH_2}\right| = 12{,}26\text{ cm}$
$\left|\overline{AH_2}\right| = (13 - 12{,}26)\text{ cm}$ $\left|\overline{AH_2}\right| = 0{,}74\text{ cm}$
Für die Pyramide $AP_2CQ_2R_2$ gilt folglich: $x = 0{,}74$.</td><td>2</td><td>L 2
L 4
K 2
K 5</td></tr>
<tr><td>B 4.5 $\left|\overline{H_nR_n}\right|(x) = \sqrt{13{,}65^2 - (13-x)^2}\text{ cm}$ $x \in \mathbb{R};\ 0 < x < 6{,}5$
...
$\left|\overline{H_nR_n}\right|(x) = \sqrt{-x^2 + 26x + 17{,}32}\text{ cm}$</td><td>2</td><td>L 4
K 5</td></tr>
<tr><td>B 4.6 Wenn es eine Pyramide $AP_3CQ_3R_3$ mit $\sphericalangle R_3CA = 15^\circ$ gäbe, dann würde gelten:
$\cos 15^\circ = \frac{\left|\overline{CH_3}\right|}{13{,}65\text{ cm}}$ und damit $\left|\overline{CH_3}\right| = 13{,}18\text{ cm} > \left|\overline{AC}\right|$.
Dies kann aber nicht sein, da dann $H_3 \notin \overline{AM}$ wäre.</td><td>2</td><td>L 3
K 1
K 6</td></tr>
<tr><td></td><td>17</td><td></td></tr>
</table>

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.