Bildungsstandards

Mathematik

Allgemeine mathematische Kompetenzen

(K1)	Mathematisch argumentieren
(K2)	Probleme mathematisch lösen
(K3)	Mathematisch modellieren
(K4)	Mathematische Darstellungen verwenden
(K5)	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
(K6)	Kommunizieren

Mathematische Leitideen

(L1)	Zahl
(L2)	Messen
(L3)	Raum und Form
(L4)	Funktionaler Zusammenhang
(L5)	Daten und Zufall

Hinweis: Im Lösungsmuster ist zu jeder Aufgabe eine Zuordnung zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen und mathematischen Leitideen grau hinterlegt.
Aufgeführt sind jeweils die im Vordergrund stehenden Kompetenzen und Leitideen, bezogen auf den dargestellten Lösungsvorschlag.
So sind beispielsweise die allgemeine mathematische Kompetenz „(K6) Kommunizieren“ – hierzu gehören das Verstehen der Aufgabentexte und die verständliche Darstellung der Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse – und die mathematische Leitidee „(L1) Zahl“ – diese beinhaltet das vorteilhafte Rechnen und das sinnvolle Runden – bei fast jeder Aufgabe zutreffend, aber nicht explizit angegeben, sofern sie nicht im Vordergrund stehen.

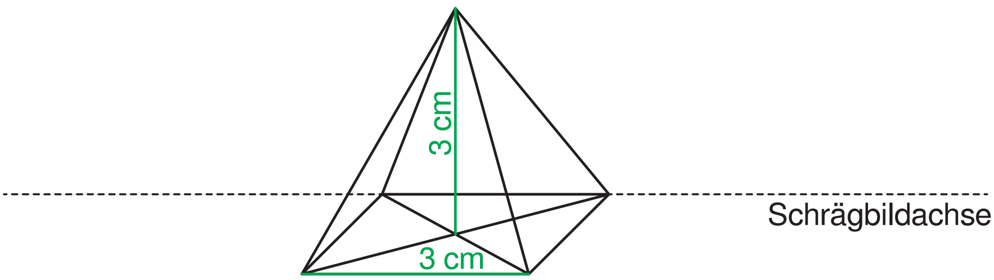
Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 20XX

an den Realschulen in Bayern

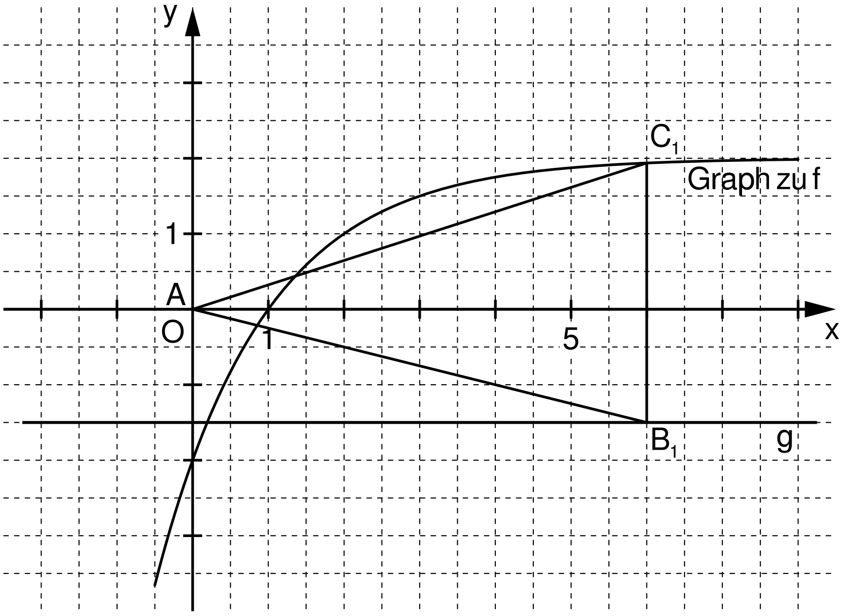
Mathematik I – Muster 20XX

Aufgabengruppe A **Muster 20XX**

Aufgabe A 1: Funktionen			
A 1.1	$12 = 3 \cdot \log_2(10+b)$ $\quad b \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad 4 = \log_2(10+b)$ $\Leftrightarrow \quad 2^4 = 10+b$ $\Leftrightarrow \quad b = 6$ $\quad L = \{6\}$	2	L 4 K 5
A 1.2	Die Wertemenge der Funktion f ist die Menge der reellen Zahlen. Daher gibt es auf jeden Fall einen solchen Punkt P.	1	L 4 K 1
Aufgabe A 2: Daten und Zufall			
A 2	Es gibt 120 Möglichkeiten, die Karten nebeneinander zu legen. Daher liegt die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen bei $\frac{1}{120}$. Wegen $\frac{1}{120} < 1\%$ ist die Vermutung falsch. **Hinweis:** Der Operator „Beurteilen“ verlangt eine mathematisch begründete Einschätzung.	2,5	L 1 L 5 K 1 K 3 K 5
Aufgabe A 3: Ebene Geometrie			
A 3	$\tan(0{,}5 \cdot \varphi) = \frac{2{,}5\text{ cm}}{\lvert\overline{A_nS}\rvert}$ $\quad \lvert\overline{A_nS}\rvert(\varphi) = \frac{2{,}5}{\tan(0{,}5 \cdot \varphi)}\text{ cm}$ $\quad \varphi \in \,]0°; 180°[$	1,5	L 3 L 4 K 2 K 5
Aufgabe A 4: Raumgeometrie			
A 4	Entnahme der erforderlichen Maße aus dem Schrägbild, z. B.:  $V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3\text{ cm}^3$ $\quad V_{\text{Pyramide}} = 9\text{ cm}^3$ $9\text{ cm}^3 \cdot 0{,}8 = 7{,}2\text{ cm}^3$ Wegen $7{,}2\text{ cm}^3 < 8\text{ cm}^3$ ist diese Verpackung folglich geeignet.	3	L 1 L 2 L 3 K 2 K 4 K 5
		10	

AUFGABE B 1: FUNKTIONEN

B 1.1



2 — L 4, K 4

B 1.2

$1{,}5 = -0{,}25 \cdot 0{,}5^{x-4} + 2$ $\qquad x \in \mathbb{R};\ x > 0{,}19$

…

$\Leftrightarrow \quad x = 3$ $\qquad \mathbb{L} = \{3\}$

$C_2\left(3 \middle| 1{,}5\right)$

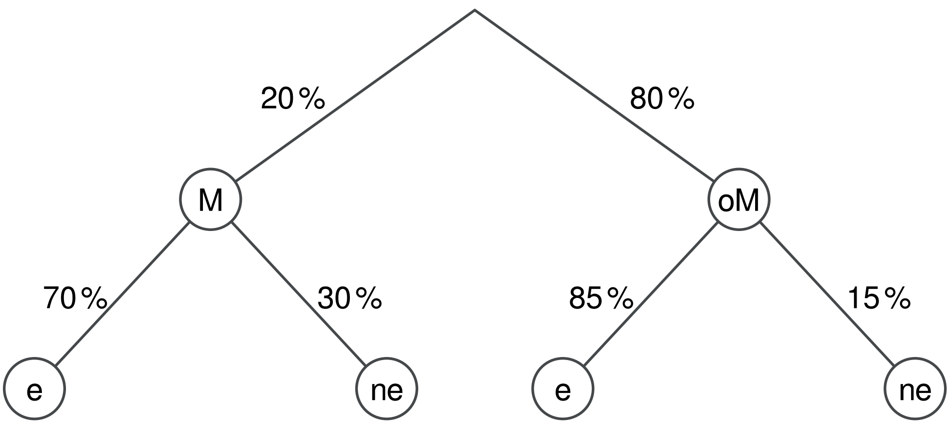
$A_{AB_2C_2} = 0{,}5 \cdot 2 \cdot 1{,}5 \cdot 3\,\text{FE}$ $\qquad A_{AB_2C_2} = 4{,}5\,\text{FE}$

4 — L 2, L 3, L 4, K 2, K 5

6

AUFGABE B 2: DATEN UND ZUFALL

B 2.1

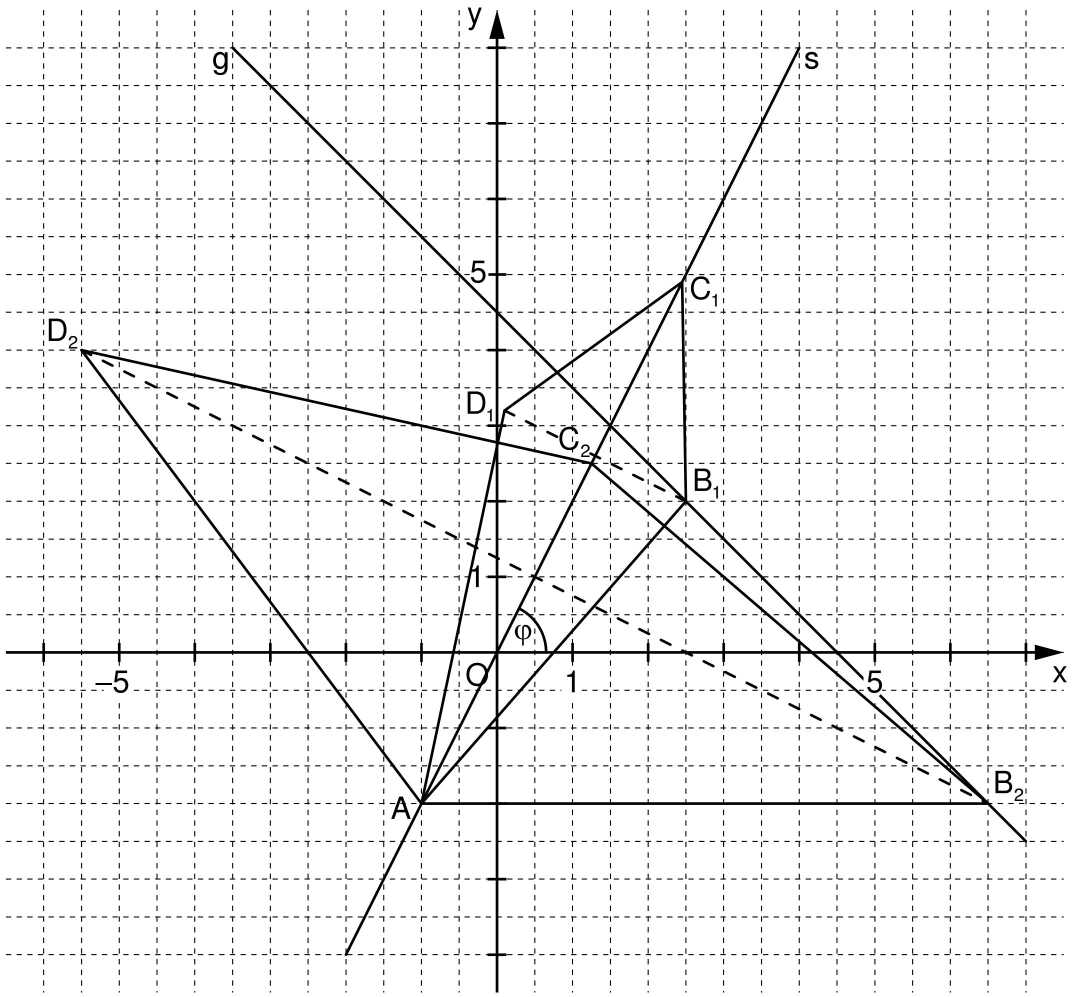


Hinweis: Die Formulierung „in dem die Anteile ersichtlich sind“ bedeutet, dass an jedem Zweig ein Anteil stehen muss.

2,5 — L 5, K 4

<table>
<tr><td>B 2.2</td><td>$0{,}2 \cdot 0{,}7 + 0{,}8 \cdot 0{,}85 = 0{,}82$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt 82 %.</td><td>1,5</td><td>L 5
K 2
K 3
K 5</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
</table>

AUFGABE B 3: EBENE GEOMETRIE

<table>
<tr><td>B 3.1</td><td>
</td><td>4</td><td>L 3
K 4</td></tr>
<tr><td>B 3.2</td><td>

$B_n \xrightarrow{AC_n} D_n$

$\tan\varphi = 2 \qquad\qquad \varphi = 63{,}43^\circ$

Für $x, x', y' \in \mathbb{R}; 1{,}5 < x < 14$ gilt:

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2 \cdot 63{,}43^\circ) & \sin(2 \cdot 63{,}43^\circ) \\ \sin(2 \cdot 63{,}43^\circ) & -\cos(2 \cdot 63{,}43^\circ) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -x + 4{,}5 \end{pmatrix}$

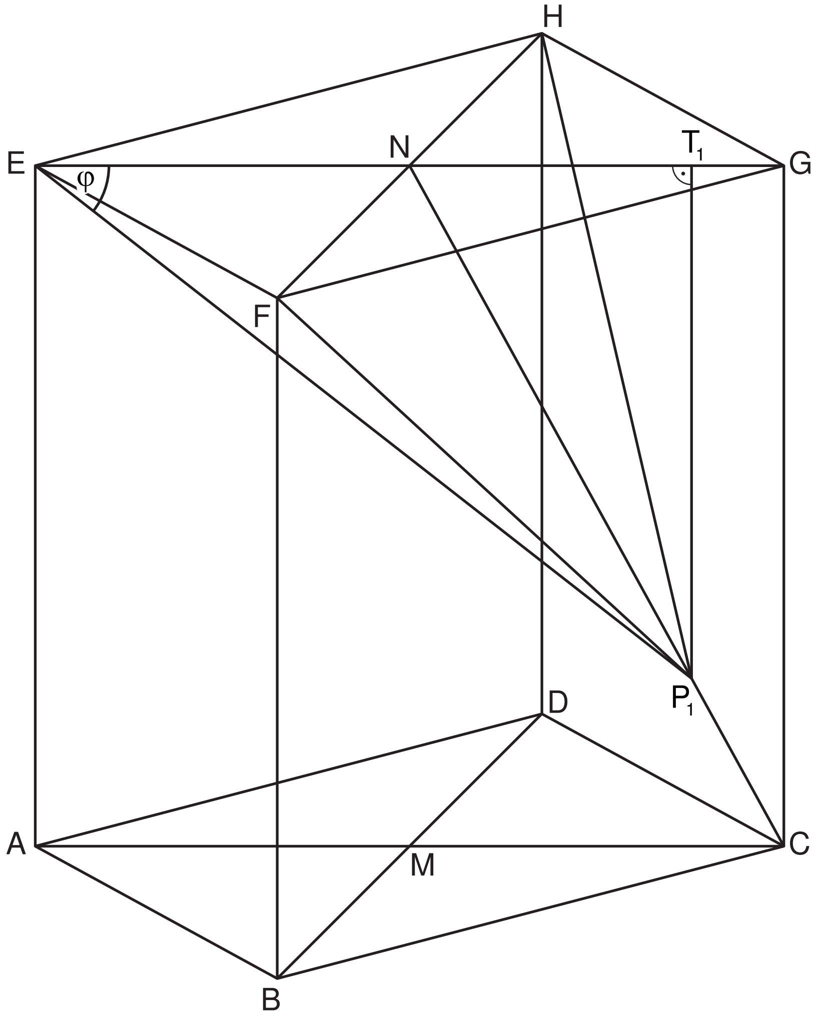
…

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1{,}40x + 3{,}60 \\ 0{,}20x + 2{,}70 \end{pmatrix} \qquad D_n\left(-1{,}40x + 3{,}60 \mid 0{,}20x + 2{,}70\right)$

</td><td>3</td><td>L 3
K 2
K 5</td></tr>
</table>

B 3.3	$\begin{array}{\|l} x_{D_n} = -1{,}40x + 3{,}60 \\ \wedge\ y_{D_n} = 0{,}20x + 2{,}70 \end{array}$ $\quad x_{D_n}, y_{D_n}, x \in \mathbb{R};\ 1{,}5 < x < 14$ $\ldots$ $\Rightarrow \quad y_{D_n} = -0{,}14x_{D_n} + 3{,}21$ $t\colon y = -0{,}14x + 3{,}21 \qquad x, y \in \mathbb{R}$	2	**L 4** **K 5**
B 3.4	$0{,}20x + 2{,}70 = -(-1{,}40x + 3{,}60) \qquad x \in \mathbb{R};\ 1{,}5 < x < 14$ $\ldots$ $\Leftrightarrow \quad x = 5{,}25 \qquad \mathbb{L} = \{5{,}25\} \qquad x_{B_3} = 5{,}25$ $x_{D_3} = -1{,}40 \cdot 5{,}25 + 3{,}60 \qquad x_{D_3} = -3{,}75$	3	**L 4** **K 2** **K 5**
B 3.5	$\{B_4\} = AB_4 \cap g$ $AB_4\colon\ y = m_{AB_4} \cdot (x - x_A) + y_A \qquad x, y \in \mathbb{R};\ 1{,}5 < x < 14$ $m_{AB_4} = \tan(63{,}43° - 35°) \qquad m_{AB_4} = 0{,}54$ $AB_4\colon\ y = 0{,}54 \cdot (x + 1) - 2$ $0{,}54 \cdot (x + 1) - 2 = -x + 4{,}5 \qquad x \in \mathbb{R};\ 1{,}5 < x < 14$ $\ldots$ $\Leftrightarrow \quad x = 3{,}87 \qquad \mathbb{L} = \{3{,}87\}$	3	**L 4** **K 2** **K 5**
B 3.6	Es gilt: $\sphericalangle B_5AD_5 = 90°$. Folglich ist das Dreieck AB_5M_5 gleichschenklig-rechtwinklig mit $\lvert\overline{M_5B_5}\rvert = \lvert\overline{AM_5}\rvert$. $A = 0{,}5 \cdot \lvert\overline{AC_5}\rvert \cdot \lvert\overline{B_5D_5}\rvert$ $\lvert\overline{AC_5}\rvert = 1{,}5 \cdot \lvert\overline{AM_5}\rvert$ $\lvert\overline{B_5D_5}\rvert = 2 \cdot \lvert\overline{AM_5}\rvert$ $A = 0{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot \lvert\overline{AM_5}\rvert \cdot 2 \cdot \lvert\overline{AM_5}\rvert \qquad A = 1{,}5 \cdot \lvert\overline{AM_5}\rvert^2$	2	**L 3** **K 1** **K 6**
		17	

AUFGABE B 4: RAUMGEOMETRIE

B 4.1	$\lvert\overline{AC}\rvert = \sqrt{7^2 + 7^2}$ cm $\lvert\overline{AC}\rvert = 9{,}90$ cm  	3	L 2 L 3 K 4 K 5
B 4.2	$\lvert\overline{CN}\rvert = \sqrt{9^2 + (0{,}5 \cdot 9{,}90)^2}$ cm $\lvert\overline{CN}\rvert = 10{,}27$ cm $\tan\sphericalangle CNG = \frac{9}{0{,}5 \cdot 9{,}90}$ $\sphericalangle CNG = 61{,}19°$	2	L 2 K 5
B 4.3	Einzeichnen des Dreiecks P_1NE Das maximale Maß der Winkel P_nEN ist das Maß des Winkels CEN. $\tan\sphericalangle CEN = \frac{9}{9{,}90}$ $\sphericalangle CEN = 42{,}27°$	2	L 2 L 4 K 1 K 4
B 4.4	$\frac{\lvert\overline{NP_n}\rvert}{\sin\varphi} = \frac{\lvert\overline{EN}\rvert}{\sin(180° - (\varphi + \sphericalangle ENC))}$ $\varphi \in \left]0°; 42{,}27°\right]$ $\sphericalangle ENC = 180° - 61{,}19°$ $\sphericalangle ENC = 118{,}81°$ $\lvert\overline{NP_n}\rvert(\varphi) = \frac{0{,}5 \cdot 9{,}90 \cdot \sin\varphi}{\sin(180° - (\varphi + 118{,}81°))}$ cm $\lvert\overline{NP_n}\rvert(\varphi) = \frac{4{,}95 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 118{,}81°)}$ cm	2	L 3 L 4 K 2

B 4.5	Einzeichnen der Pyramide $EFHP_1$ und ihrer Höhe $\overline{P_1T_1}$ $V = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left|\overline{EF}\right|^2\cdot\left|\overline{P_nT_n}\right|$ $\sin 61{,}19° = \frac{\left|\overline{P_nT_n}\right|}{\left|\overline{NP_n}\right|}$ $\left|\overline{P_nT_n}\right|(\varphi) = \frac{4{,}34\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+118{,}81°)}$ cm $\varphi \in \left]0°;42{,}27°\right]$ $V(\varphi) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 7^2\cdot\frac{4{,}34\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+118{,}81°)}$ cm³ $\varphi \in \left]0°;42{,}27°\right]$ $V(\varphi) = \frac{35{,}44\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+118{,}81°)}$ cm³	3	L 3 L 4 K 2 K 4
B 4.6	Für die Pyramiden $EFHP_2$ und $ABCDP_2$ gilt: $h_{ABCDP_2} = 0{,}5\cdot\left|\overline{P_2T_2}\right|$. $\left|\overline{P_2T_2}\right| + 0{,}5\cdot\left|\overline{P_2T_2}\right| = 9$ cm $\left|\overline{P_2T_2}\right| = 6$ cm $6 = \frac{4{,}34\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+118{,}81°)}$ $\varphi \in \left]0°;42{,}27°\right]$ … $\Leftrightarrow$ $\varphi = 36{,}02°$ $L = \{36{,}02°\}$	4	L 2 L 4 K 2 K 5
		16	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.