

Bildungsstandards

Mathematik

Allgemeine mathematische Kompetenzen

- (K1) Mathematisch argumentieren
- (K2) Probleme mathematisch lösen
- (K3) Mathematisch modellieren
- (K4) Mathematische Darstellungen verwenden
- (K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- (K6) Kommunizieren

Mathematische Leitideen

- (L1) Zahl
- (L2) Messen
- (L3) Raum und Form
- (L4) Funktionaler Zusammenhang
- (L5) Daten und Zufall

Hinweis: Im Lösungsmuster ist zu jeder Aufgabe eine Zuordnung zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen und mathematischen Leitideen grau hinterlegt.

Aufgeführt sind jeweils die im Vordergrund stehenden Kompetenzen und Leitideen, bezogen auf den dargestellten Lösungsvorschlag.

So sind beispielsweise die allgemeine mathematische Kompetenz „(K6) Kommunizieren“ – hierzu gehören das Verstehen der Aufgabentexte und die verständliche Darstellung der Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse – und die mathematische Leitidee „(L1) Zahl“ – diese beinhaltet das vorteilhafte Rechnen und das sinnvolle Runden – bei fast jeder Aufgabe zutreffend, aber nicht explizit angegeben, sofern sie nicht im Vordergrund stehen.

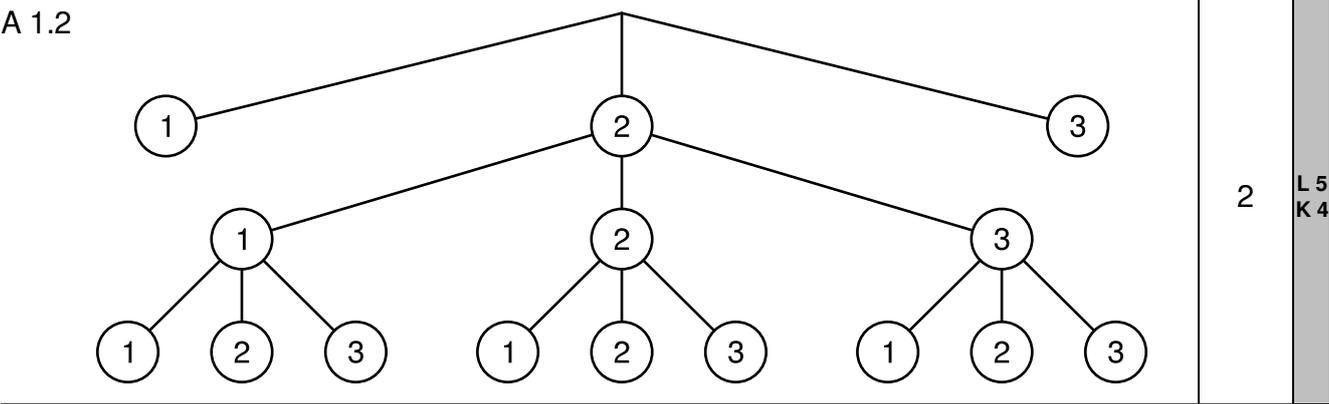


Mathematik I – Muster 20XX

Aufgabengruppe A

AUFGABE A 1: DATEN UND ZUFALL

A 1.1 $\frac{1}{27}$ 1 L 5
K 5



A 1.3 $P(233) + P(332) + P(323) = \frac{1}{27} + \frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{3}{27}$

Hinweis: Auch gleichwertige Lösungen wie z. B. $\frac{1}{9}$ oder $11,1\bar{1}\%$ sind bei derartigen Aufgaben gültig.

2

L 5
K 2
K 3
K 5

AUFGABE A 2: RAUMGEOMETRIE

A 2.1 $\tan \varphi = \frac{|\overline{CD}_n|}{3 \text{ cm}}$ $|\overline{CD}_n|(\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$ $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$ 1 L 3
L 4
K 5

A 2.2 $V(\varphi) = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \tan \varphi \right)^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 3 \cdot \tan \varphi + \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot \tan \varphi)^2 \cdot \pi \cdot 3 \right] \text{ cm}^3$ $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$

$V(\varphi) = (13,5 \cdot \pi \cdot (\tan \varphi)^3 + 9 \cdot \pi \cdot (\tan \varphi)^2) \text{ cm}^3$

Hinweis: Der Operator „Berechnen“ verlangt auch das Zusammenfassen von Termen.

3

L 3
L 4
K 2
K 5

AUFGABE A 3: EBENE GEOMETRIE

A 3 $\cos 60^\circ = \frac{134 \text{ km}}{|\overline{WR}|}$ $\frac{1}{2} = \frac{134 \text{ km}}{|\overline{WR}|}$ $|\overline{WR}| = 268 \text{ km}$ 2 L 2
K 3
K 5

Hinweis: Der Operator „Berechnen“ verlangt eine Lösung ohne Zuhilfenahme von Messergebnissen.

11

Aufgabengruppe B

AUFGABE B1: FUNKTIONEN

B 1.1 Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um 7%.	1	L 1 K 5
B 1.2 $y = 55 \cdot 0,93^3$ $y = 44,24$ Nach 21 Tagen beträgt die Konzentration an Vitamin D bei Andreas $44,24 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$.	1	L 1 K 3 K 5
B 1.3 $0,5 \cdot 55 = 55 \cdot 0,93^x$... $\Leftrightarrow x = 9,6$	$x \in \mathbb{R}_0^+$ $L = \{9,6\}$	2 L 4 K 3 K 5
B 1.4 $\underbrace{55}_{>51} \cdot \underbrace{0,93^x}_{>0,91} > 51 \cdot 0,91^x$ Die Konzentrationen können folglich niemals den gleichen Wert erreichen.	$x \in \mathbb{R}_0^+$	1 L 4 K 1 K 6
5		

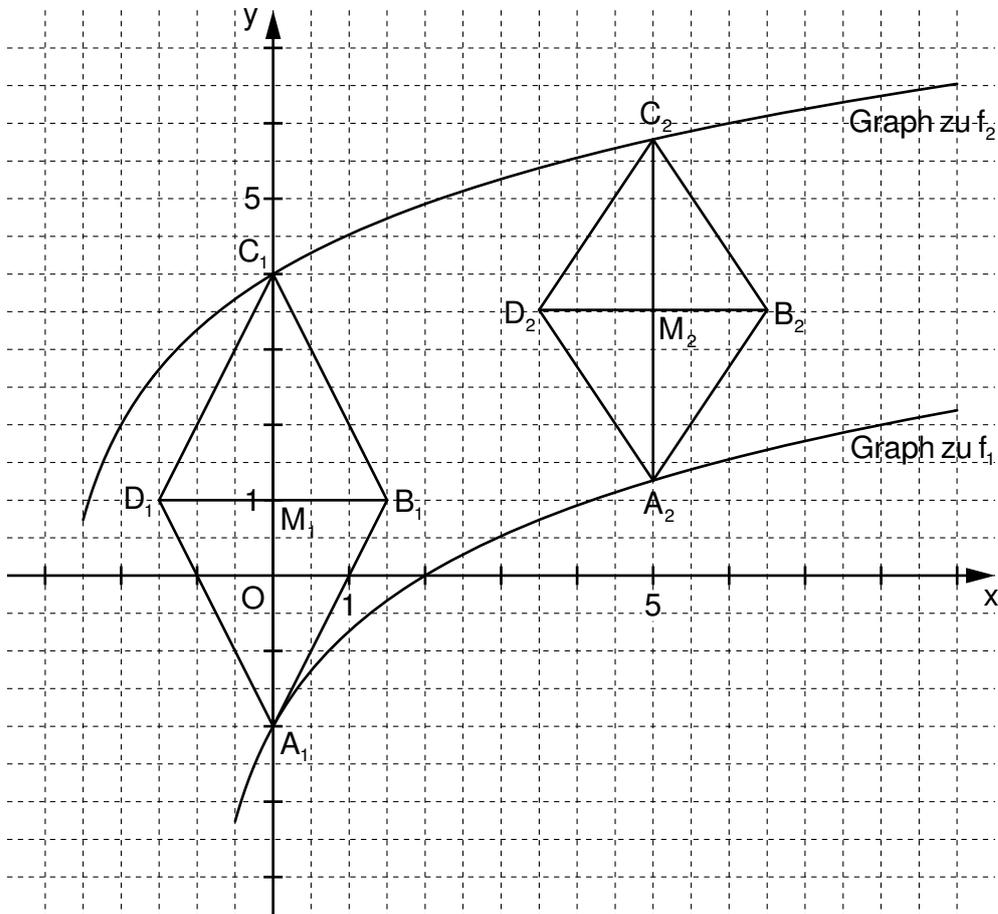
AUFGABE B 2: EBENE GEOMETRIE

B 2.1 $\sphericalangle DF_n E_n = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \varphi)$ $\sphericalangle DF_n E_n = \varphi$	1	L 3 K 1
B 2.2 $ \overline{CF_n} = \overline{CD} - \overline{DF_n} $ $\sin \varphi = \frac{ \overline{DE_n} }{ \overline{DF_n} }$ $\cos \varphi = \frac{3 \text{ cm}}{ \overline{DE_n} }$ $ \overline{DE_n} (\varphi) = \frac{3}{\cos \varphi} \text{ cm}$ $\varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$ $\sin \varphi = \frac{3 \text{ cm}}{ \overline{DF_n} }$ $ \overline{DF_n} (\varphi) = \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \text{ cm}$ $\varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$ $ \overline{CF_n} (\varphi) = \left(8 - \frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \right) \text{ cm}$ $\varphi \in [24,30^\circ; 65,70^\circ]$	3	L 2 L 4 K 2 K 5
B 2.3 $ \overline{CF_1} = \left(8 - \frac{3}{\sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ} \right) \text{ cm}$ $\overline{CF_1} = 1,91 \text{ cm}$	1	L 2 K 5
5		

AUFGABE B 3: FUNKTIONEN

B 3.1 $D = \{x \mid x > -1\}$

$h: x = -1$



3

L 4
K 4
K 5

B 3.2

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \cdot \log_3(x+1) - 2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a \\ 4 \end{pmatrix}$$

...

$\Rightarrow a = -2$

$a \in \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; x > -1$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \cdot \log_3(x+1) - 2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

...

$\Rightarrow y' = 2 \cdot \log_3(x'+3) + 2$

$f_2: y = 2 \cdot \log_3(x+3) + 2$

$x', y' \in \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; x > -1$

4

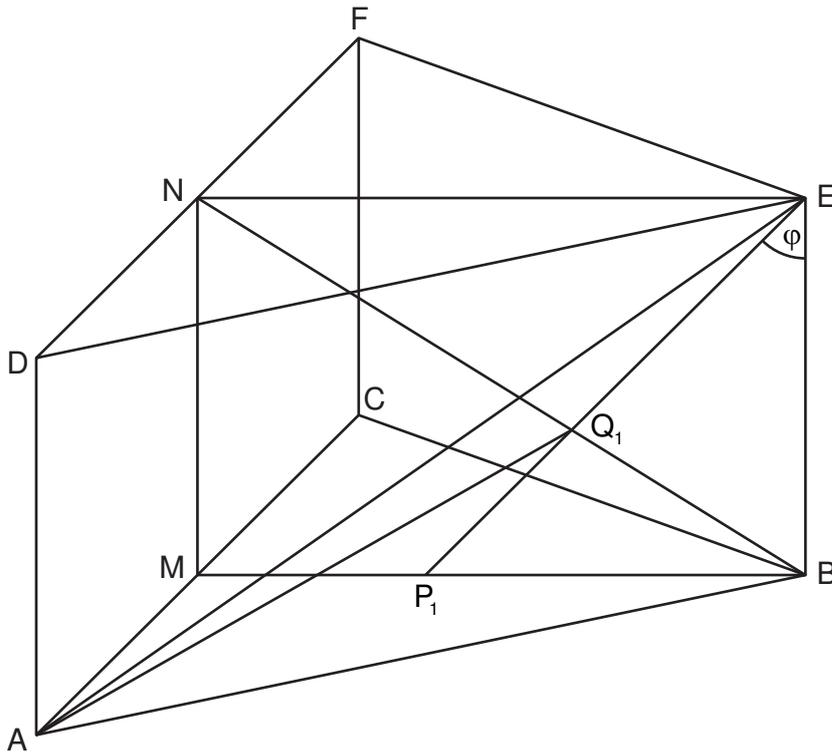
L 4
K 2
K 4
K 5

Einzeichnen des Graphen zu f_2

B 3.3 Einzeichnen der Rauten Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L 3 K 4
<p>B 3.4 $M_n\left(\frac{x+x}{2} \mid \frac{2 \cdot \log_3(x+1) - 2 + 2 \cdot \log_3(x+3) + 2}{2}\right)$</p> <p>...</p> <p>$M_n(x \mid \log_3(x^2 + 4x + 3))$</p>	2	L 4 K 5
<p>B 3.5 Für die y-Koordinate des Punktes M_3 gilt:</p> <p>$\log_3(x^2 + 4x + 3) = 0$</p> <p>...</p> <p>$\Leftrightarrow (x = -3,41 \quad \vee) \quad x = -0,59$</p> <p>$B_3(-0,59 + 1,5 \mid 0)$</p> <p>$C_3(-0,59 \mid 2 \cdot \log_3(-0,59 + 3) + 2)$</p>	4	L 4 K 2 K 5
	15	

AUFGABE B 4: RAUMGEOMETRIE

B 4.1



$$\tan \sphericalangle NBM = \frac{5}{8}$$

$$\sphericalangle NBM = 32,01^\circ$$

3

L 2
L 3
K 4
K 5

B 4.2 Einzeichnen der Strecke $\overline{EP_1}$ und des Punktes Q_1

$$\text{Für } \varphi \text{ muss gelten: } \tan \varphi \leq \frac{8}{5} \Rightarrow \varphi \leq 57,99^\circ.$$

2

L 2
L 3
K 2
K 4

B 4.3

$$\frac{|\overline{EQ_n}|}{\sin \sphericalangle EBQ_n} = \frac{|\overline{EB}|}{\sin \sphericalangle BQ_n E}$$

$$\sphericalangle EBQ_n = 90^\circ - 32,01^\circ$$

$$\sphericalangle EBQ_n = 57,99^\circ$$

$$\frac{|\overline{EQ_n}|(\varphi)}{\sin 57,99^\circ} = \frac{5 \text{ cm}}{\sin(180^\circ - (\varphi + 57,99^\circ))}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 57,99^\circ]$$

$$|\overline{EQ_n}|(\varphi) = \frac{4,24}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}$$

$$|\overline{EQ_0}| = 4,24 \text{ cm}$$

$$|\overline{NQ_0}| = \sqrt{8^2 - 4,24^2} \text{ cm}$$

$$|\overline{NQ_0}| = 6,78 \text{ cm}$$

4

L 3
L 4
K 2
K 5

B 4.4 Einzeichnen der Pyramide Q, BEA

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot |\overline{EQ_n}| \cdot |\overline{EB}| \cdot \sin \varphi \cdot |\overline{AM}|$$

$$V(\varphi) = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4,24}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \cdot 5 \cdot \sin \varphi \cdot 6 \right) \text{cm}^3$$

$$\varphi \in]0^\circ; 57,99^\circ]$$

3

L 3
L 4
K 2
K 4

$$V(\varphi) = \frac{21,2 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{cm}^3$$

B 4.5 $V_{ABCDEF} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 \cdot 5 \text{cm}^3$

$$V_{ABCDEF} = 240 \text{cm}^3$$

$$0,05 \cdot 240 = \frac{21,2 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 57,99^\circ]$$

4

L 2
L 4
K 2
K 5

...

$$\Leftrightarrow \varphi = 34,44^\circ$$

$$L = \{34,44^\circ\}$$

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.