Beispiele für Leistungsaufgaben ohne Hilfsmittel: Jahrgangsstufe 9 (WPFG I)

Stand: 09.06.2021

Jahrgangsstufe	9 (I)
Fach	Mathematik

Im Mittelpunkt des LehrplanPLUS steht der Erwerb von überdauernden Kompetenzen durch die Schülerinnen und Schüler. Diese Kompetenzen gehen über den reinen Erwerb von Wissen hinaus. Ein Ziel für die Gestaltung von Leistungsnachweisen ist es darum, Aufgaben zu entwickeln, die die Anwendung unterschiedlicher Kompetenzen in Bezug auf den jeweiligen Lerninhalt erfordern. Die folgenden Beispiele sollen exemplarisch veranschaulichen, wie dies umgesetzt werden kann. Dabei handelt es sich nicht um eine Zusammenstellung im Sinne einer „Muster-Stegreifaufgabe“ o. ä., sondern um Beispiele, welche in Leistungsnachweisen vorkommen könnten.

Die Aufgabenauswahl sowie die Entscheidung, welche Kompetenzen in einem Leistungsnachweis abgeprüft werden, liegen in der Verantwortung der Lehrkraft. Selbstverständlich behalten auch Leistungsaufgaben zu Routineverfahren (wie Berechnungen, usw.) in Leistungsnachweisen ihre Berechtigung.

Voraussetzung für Leistungsaufgaben wie die im Folgenden dargestellten ist die Bearbeitung von Lernaufgaben, die ebenso unterschiedliche Kompetenzen im vorangegangenen Unterricht einforderten.

Die folgenden Aufgaben sind so konzipiert, dass sie sich für die Bearbeitung ohne Taschenrechner und Formelsammlung eignen.

Aufgabe 1

Betrachte den Term $T_1(x) = 2\sqrt{3} - \left(5\sqrt{3} + x\sqrt{3}\right) \quad (x \in \mathbb{R})$.

a) Gib den Termwert $T_1(0)$ für $x = 0$ an.

b) Für welche Belegungen von x erhält man den Termwert $2\sqrt{3}$ bzw. $4\sqrt{3}$?

c) Gegeben ist ein weiterer Term $T_2(x) = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + x\sqrt{3} \quad (x \in \mathbb{R})$.
Für welche Belegungen von x ist der Termwert $T_1(x)$ größer als der Termwert $T_2(x)$?
Begründe.

Hinweise zur Lösung

a) $T_1(0) = -3\sqrt{3}$

b) $x = -5$ bzw. $x = -7$

c) Der Termwert $T_1(x)$ ist größer als der Termwert $T_2(x)$, wenn x negativ ist. Begründung:

$$2\sqrt{3} - \left(5\sqrt{3} + x\sqrt{3}\right) > 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + x\sqrt{3}$$
$$\Leftrightarrow \quad -x\sqrt{3} > x\sqrt{3}$$
$$\Leftrightarrow \quad 0 > 2x\sqrt{3}$$
$$\Leftrightarrow \quad 0 > x \qquad \mathbb{L} = \{x \mid x < 0\}$$

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1)	Zahl	(K1)	Mathematisch argumentieren
(L4)	Funktionaler Zusammenhang	(K5)	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 2

$$\frac{w+3}{\sqrt{7}} =$$

Als Simon beschreiben soll, wie man bei dem Bruch den Nenner rational macht, behauptet er: “Ich kann ihn einfach mit $\sqrt{7}$ multiplizieren.“

Beurteile Simons Behauptung.

Hinweise zur Lösung

z. B.: Man darf weder den Nenner noch den ganzen Bruch mit $\sqrt{7}$ multiplizieren, ohne dass sich der Wert des Bruchs verändert. Stattdessen muss man hier zum Rationalmachen des Nenners mit $\sqrt{7}$ erweitern.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1) Zahl

(K1) Mathematisch argumentieren

(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 3

Kreise jeweils den passenden Begriff ein.

Rationale / Irrationale / Reelle Zahlen lassen sich immer durch einen Bruch darstellen, bei dem der Zähler eine ganze Zahl und der Nenner eine natürliche Zahl ist.

Zahlen, die sich nicht durch einen solchen Bruch darstellen lassen, heißen *rationale / irrationale / ganze* Zahlen.

Rationale und irrationale Zahlen bilden zusammen die Menge der *ganzen / natürlichen / reellen* Zahlen $\mathbb{Z}$ / $\mathbb{N}$ / $\mathbb{R}$.

Der nicht negative Term unter der Wurzel heißt *Potenz / Radikand / Exponent*.

Den Vorgang des Wurzelziehens nennt man *Quadrieren / Radizieren / Potenzieren*.

Hinweise zur Lösung

Rationale / Irrationale / Reelle Zahlen lassen sich immer durch einen Bruch darstellen, bei dem der Zähler eine ganze Zahl und der Nenner eine natürliche Zahl ist.

Zahlen, die sich nicht durch einen solchen Bruch darstellen lassen, heißen *rationale / irrationale / ganze* Zahlen.

Rationale und irrationale Zahlen bilden zusammen die Menge der *ganzen / natürlichen / reellen* Zahlen $\mathbb{Z}$ / $\mathbb{N}$ / $\mathbb{R}$.

Der nicht negative Term unter der Wurzel heißt *Potenz / Radikand / Exponent*.

Den Vorgang des Wurzelziehens nennt man *Quadrieren / Radizieren / Potenzieren*.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1) Zahl	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 4

Folgende Umformungen sollen das Rationalmachen des jeweiligen Nenners beschreiben. Fülle die Lücken passend mit Zahlen, Variablen oder Kombinationen aus Zahlen und Variablen. Schreibe, wenn möglich, ohne Wurzelzeichen und kürze so weit wie möglich. Es gilt: $a \in \mathbb{R}^+$.

a) $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\boxed{}}$

b) $\frac{5a}{\sqrt{17}} = \frac{5a \cdot \boxed{}}{\sqrt{17} \cdot \boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

c) $\frac{\boxed{}}{\sqrt{a}} = \frac{7\sqrt{a}}{\boxed{}}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{\boxed{}} = \frac{\sqrt{\boxed{}} \cdot \boxed{}}{\sqrt{5} \cdot \boxed{}} = \frac{\boxed{}}{5}$

e) $\frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{20a}} = \frac{a\sqrt{5} \cdot \boxed{}}{\sqrt{20a} \cdot \boxed{}} = \frac{10a\sqrt{a}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{2}$

Hinweise zur Lösung

a) $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\boxed{3}}$

b) $\frac{5a}{\sqrt{17}} = \frac{5a \cdot \boxed{\sqrt{17}}}{\sqrt{17} \cdot \boxed{\sqrt{17}}} = \frac{\boxed{5a\sqrt{17}}}{\boxed{17}}$

c) $\frac{\boxed{7}}{\sqrt{a}} = \frac{7\sqrt{a}}{\boxed{a}}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{\boxed{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{\boxed{2}} \cdot \boxed{\sqrt{5}}}{\sqrt{5} \cdot \boxed{\sqrt{5}}} = \frac{\boxed{\sqrt{10}}}{5}$

e) $\frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{20a}} = \frac{a\sqrt{5} \cdot \boxed{\sqrt{20a}}}{\sqrt{20a} \cdot \boxed{\sqrt{20a}}} = \frac{10a\sqrt{a}}{\boxed{20a}} = \frac{\boxed{\sqrt{a}}}{2}$

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1) Zahl

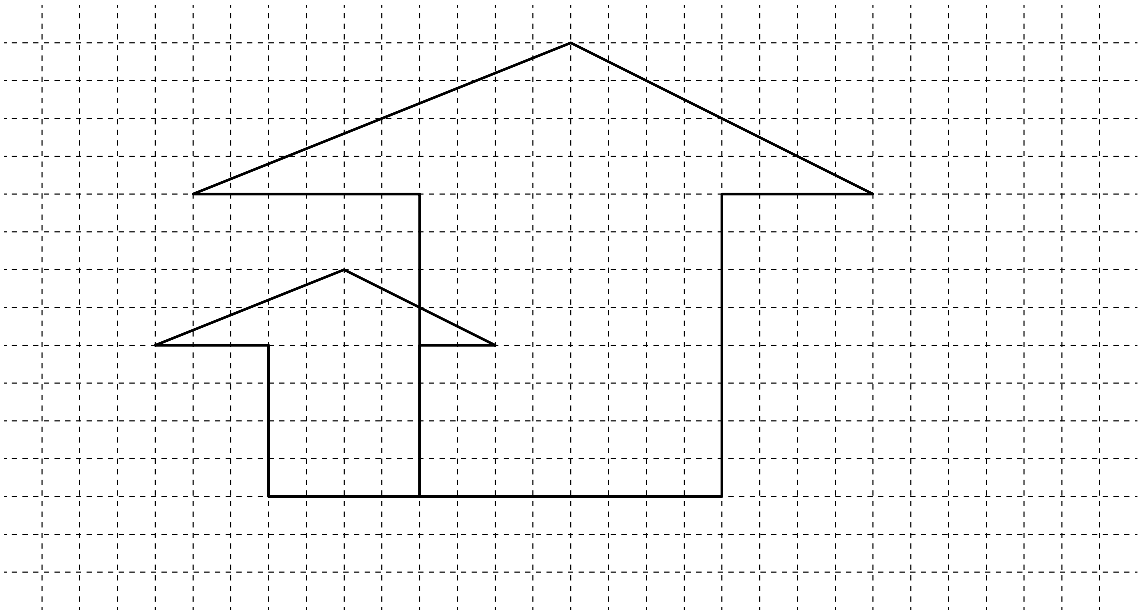
(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

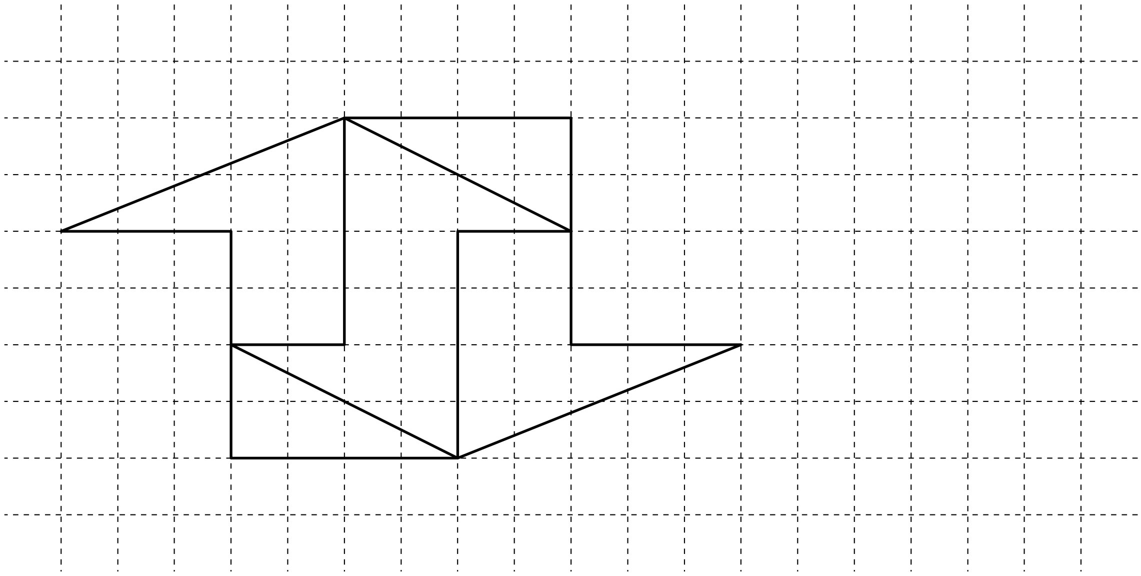
Aufgabe 5

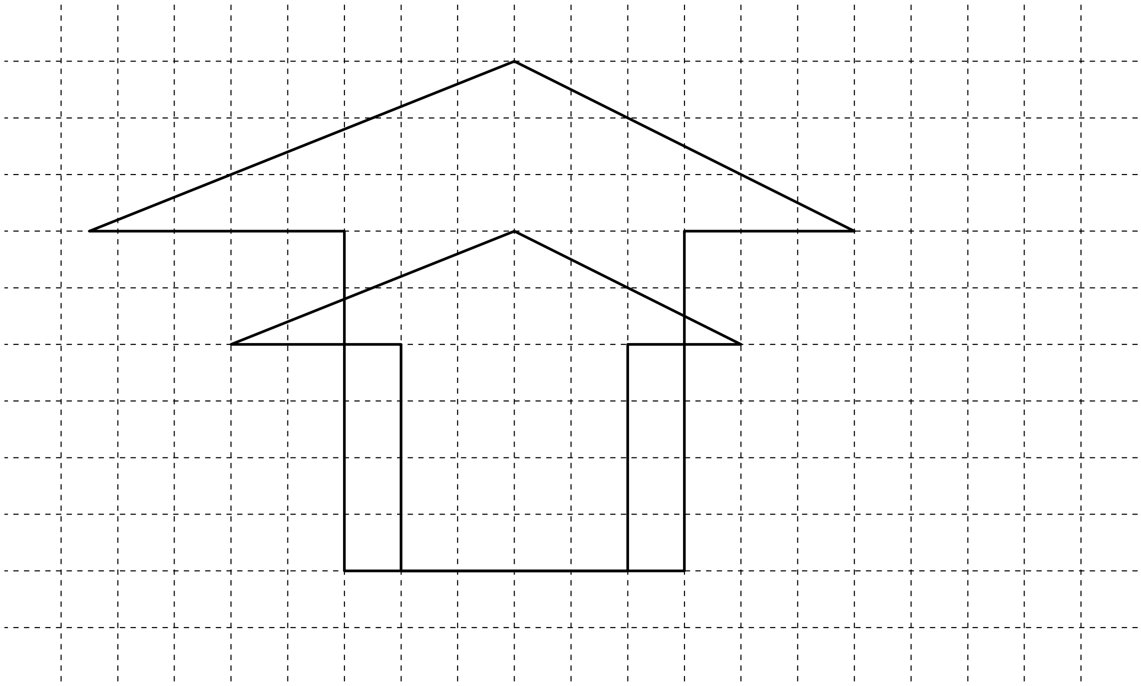
Folgende Darstellungen zeigen jeweils zwei pfeilförmige Figuren, wobei die kleinere Figur durch eine oder mehrere Abbildungen auf die größere Figur abgebildet werden kann.

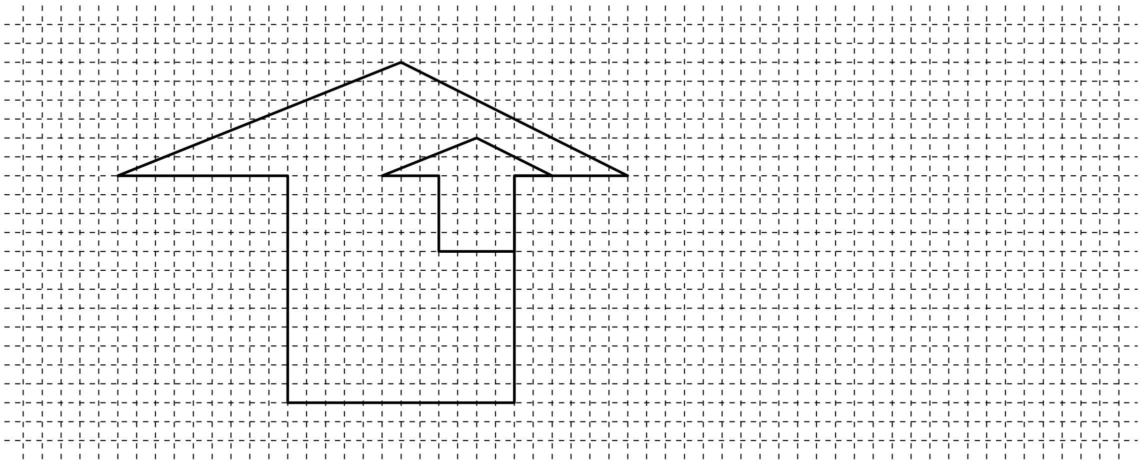
a) Kreuze die Darstellungen an, bei denen die kleinere Figur durch eine einzige zentrische Streckung direkt auf die größere Figur abgebildet werden kann.

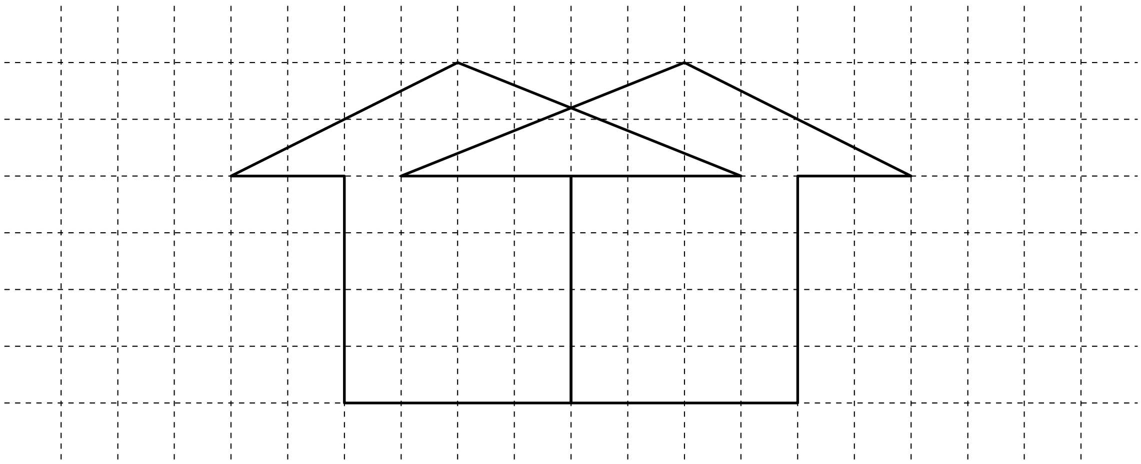
b) Bestimme für die Fälle, die du in a) angekreuzt hast, das Streckungszentrum Z und gib den Streckungsfaktor k an.

❑ 

❑ 

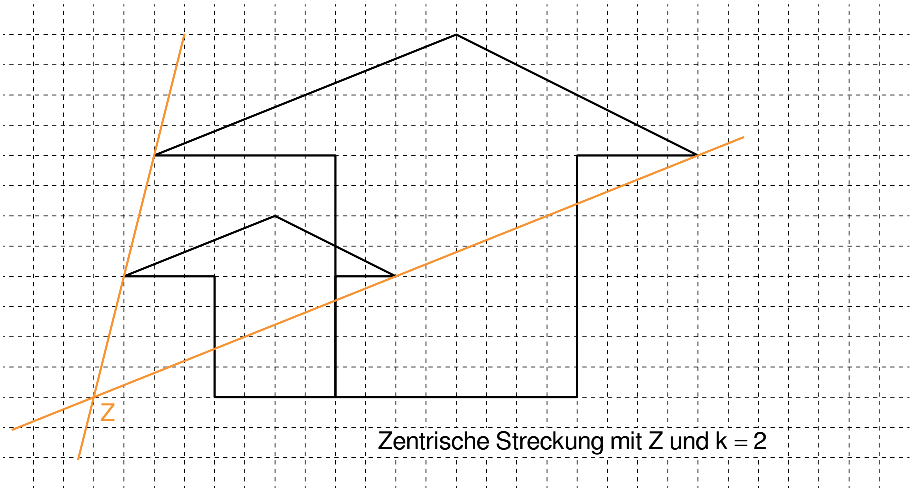
❑ 

❑ 

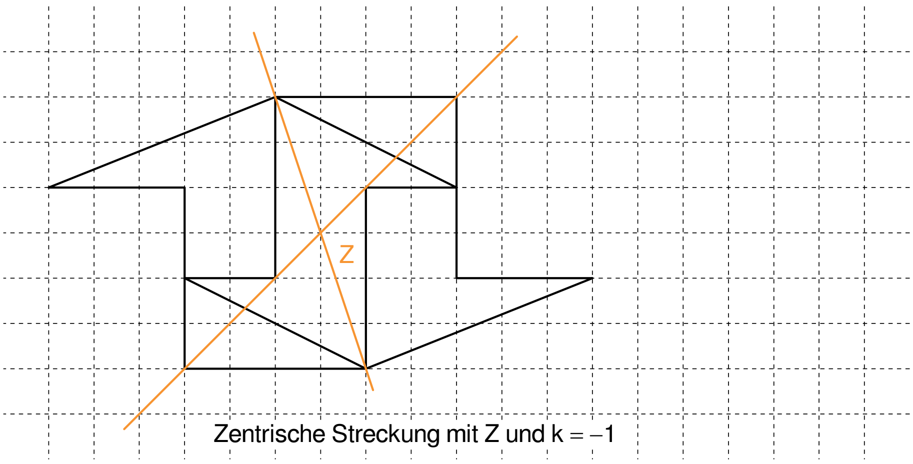
❑ 

Hinweise zur Lösung

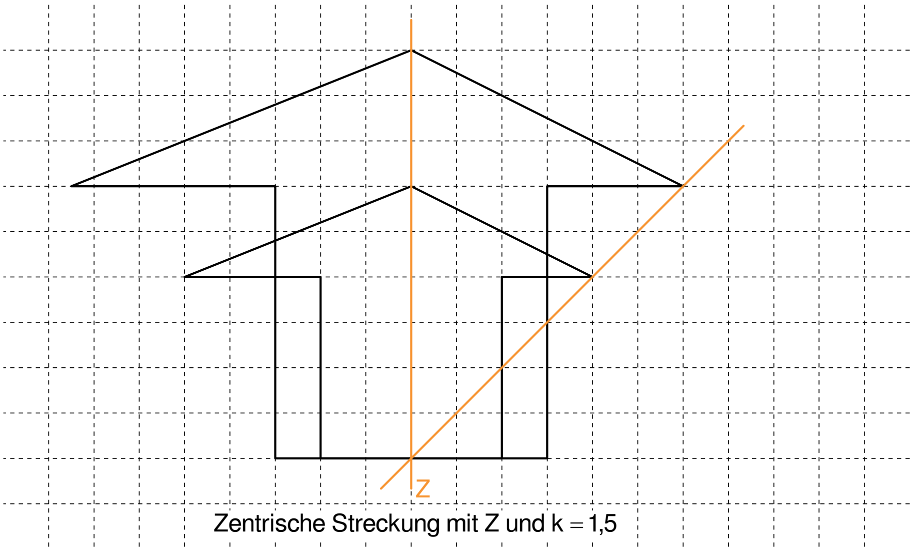
☒

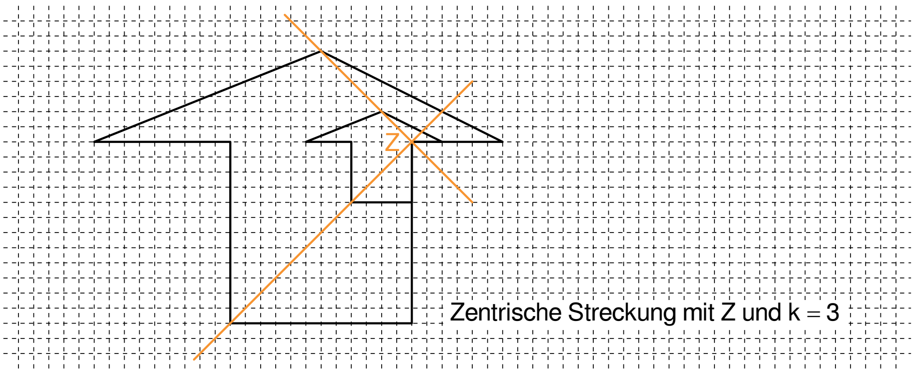


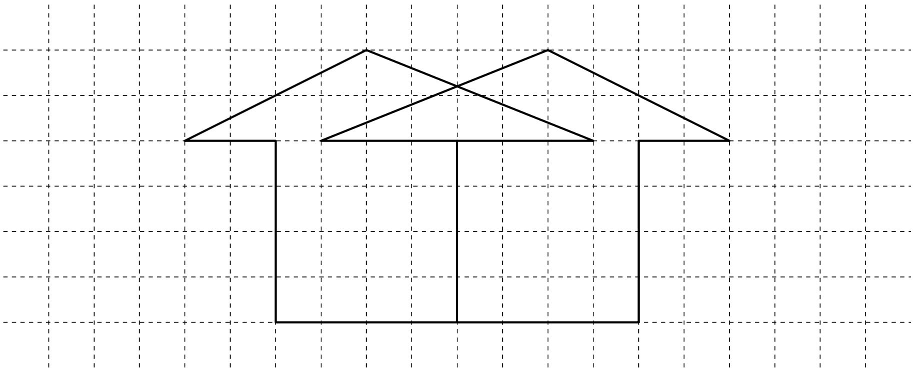
☒



☒



☒ 

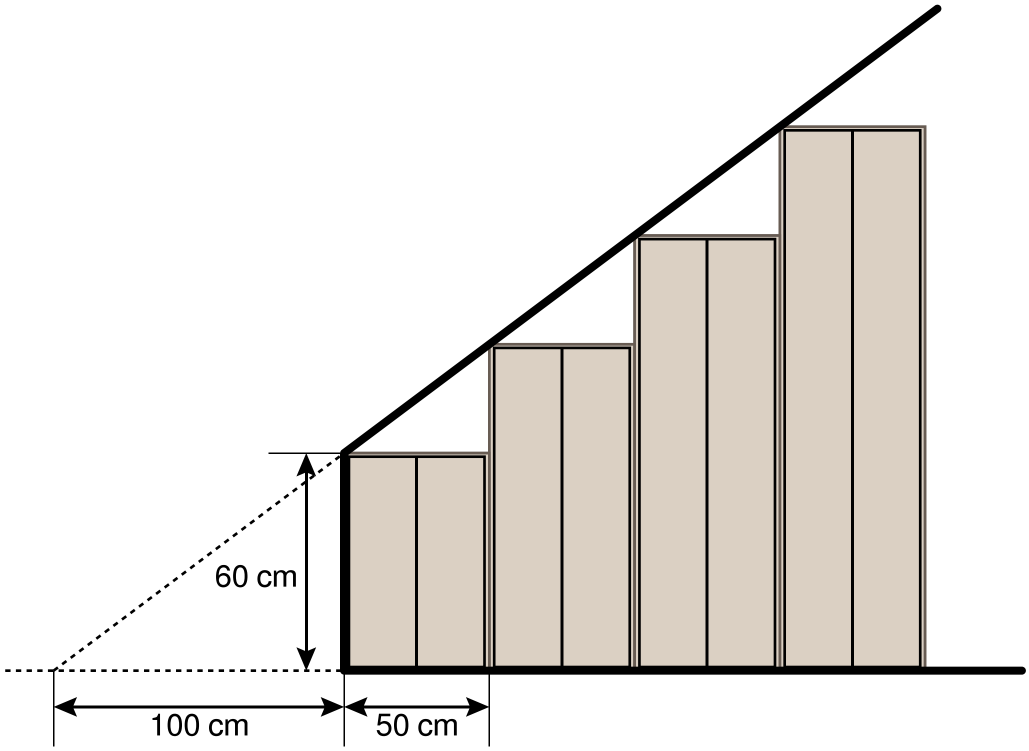
❑ 

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L3) Raum und Form	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden
	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 6

In einer Wohnung sollen vier Schränke mit einer Breite von jeweils 50 cm unter ein schräges Dach eingepasst werden. Der niedrigste Schrank mit einer Höhe von 60 cm kann exakt bis zur Wand geschoben werden (siehe Skizze). Berechne, welche maximale Höhe jeweils für die restlichen drei Schränke gewählt werden kann.



Hinweise zur Lösung

$\frac{h_{2.Schrank}}{60\text{ cm}} = \frac{100\text{ cm} + 50\text{ cm}}{100\text{ cm}}$ $\qquad$ $h_{2.Schrank} = 90\text{ cm}$

$h_{2.Schrank} - h_{1.Schrank} = 90\text{ cm} - 60\text{ cm} = 30\text{ cm}$

Folglich gilt: $h_{3.Schrank} = 90\text{ cm} + 30\text{ cm} = 120\text{ cm}$ und $h_{4.Schrank} = 120\text{ cm} + 30\text{ cm} = 150\text{ cm}$.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L2)	Messen	(K3)	Mathematisch modellieren
(L3)	Raum und Form	(K5)	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

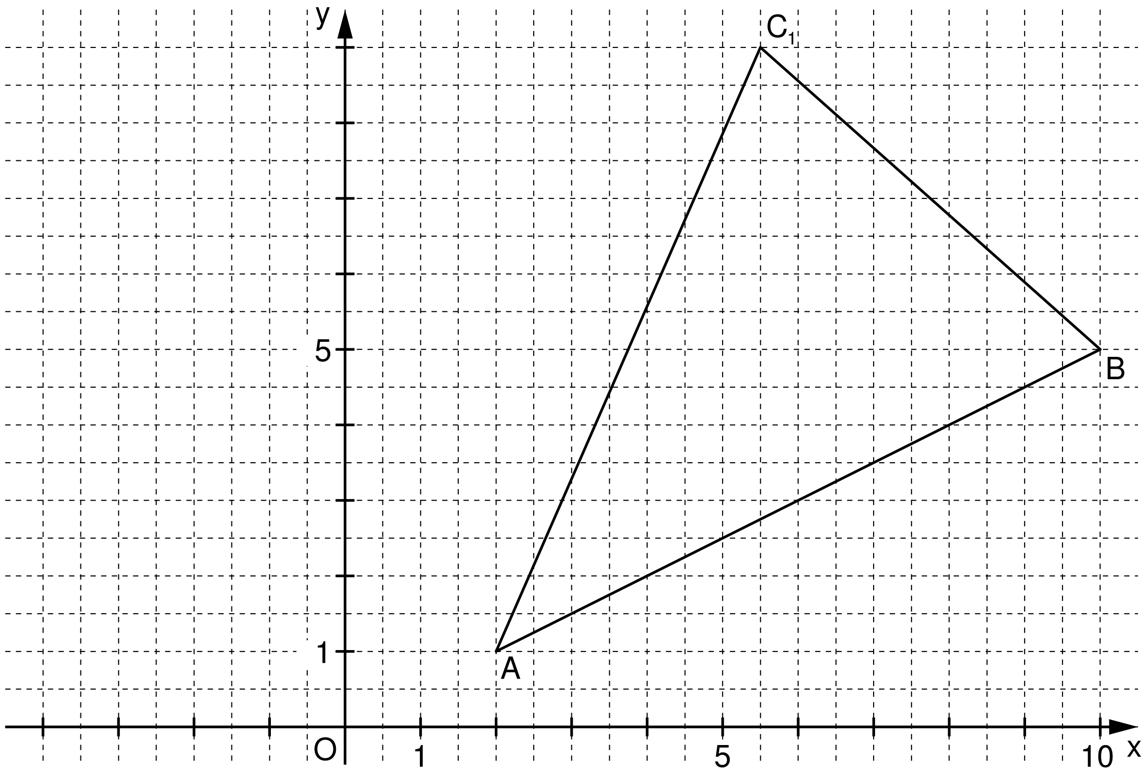
Aufgabe 7

Die Abbildung zeigt das Dreieck ABC mit $A(2|1)$, $B(10|5)$ und $C_1(5{,}5|9)$.

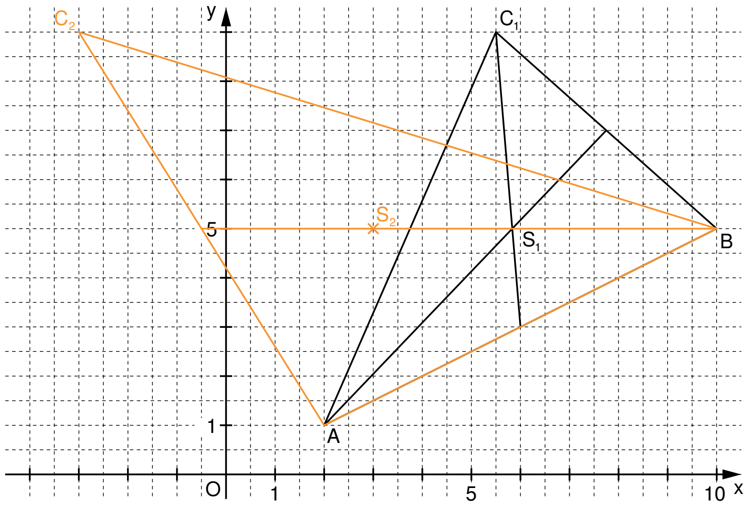
a) Ermittle zeichnerisch und rechnerisch die Koordinaten des Schwerpunkts S_1 des Dreiecks ABC_1.

b) Das Dreieck ABC_2 besitzt den Schwerpunkt $S_2(3|5)$. Zeichne den Punkt C_2 in das Koordinatensystem ein und berechne dann seine Koordinaten.

c) Bewerte folgende Aussage: „Wenn die Koordinaten der Eckpunkte eines Dreiecks jeweils verdoppelt werden, so verdoppeln sich auch die Koordinaten des zugehörigen Schwerpunktes."



Hinweise zur Lösung



a) $S_1\left(\frac{2+10+5{,}5}{3}\,\middle|\,\frac{1+5+9}{3}\right)$ $\qquad$ $S_1\left(5\frac{5}{6}\,\middle|\,5\right)$

b) $\frac{2+10+x_2}{3}=3 \qquad x_2=-3$

$\frac{1+5+y_2}{3}=5 \qquad y_2=9 \qquad \Rightarrow C_2(-3\,|\,9)$

c) $S_1\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\,\middle|\,\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$

$$S_2\left(\frac{2x_A+2x_B+2x_C}{3}\,\middle|\,\frac{2y_A+2y_B+2y_C}{3}\right)=S_2\left(\frac{2\cdot(x_A+x_B+x_C)}{3}\,\middle|\,\frac{2\cdot(y_A+y_B+y_C)}{3}\right)$$

$$=S_1\left(2\cdot\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\,\middle|\,2\cdot\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$$

$$=S_1\left(2\cdot x_{S_1}\,\middle|\,2\cdot y_{S_1}\right)$$

Die Aussage ist also richtig.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L3) Raum und Form

(L4) Funktionaler Zusammenhang

(K1) Mathematisch argumentieren

(K2) Probleme mathematisch lösen

(K4) Mathematische Darstellungen verwenden

(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

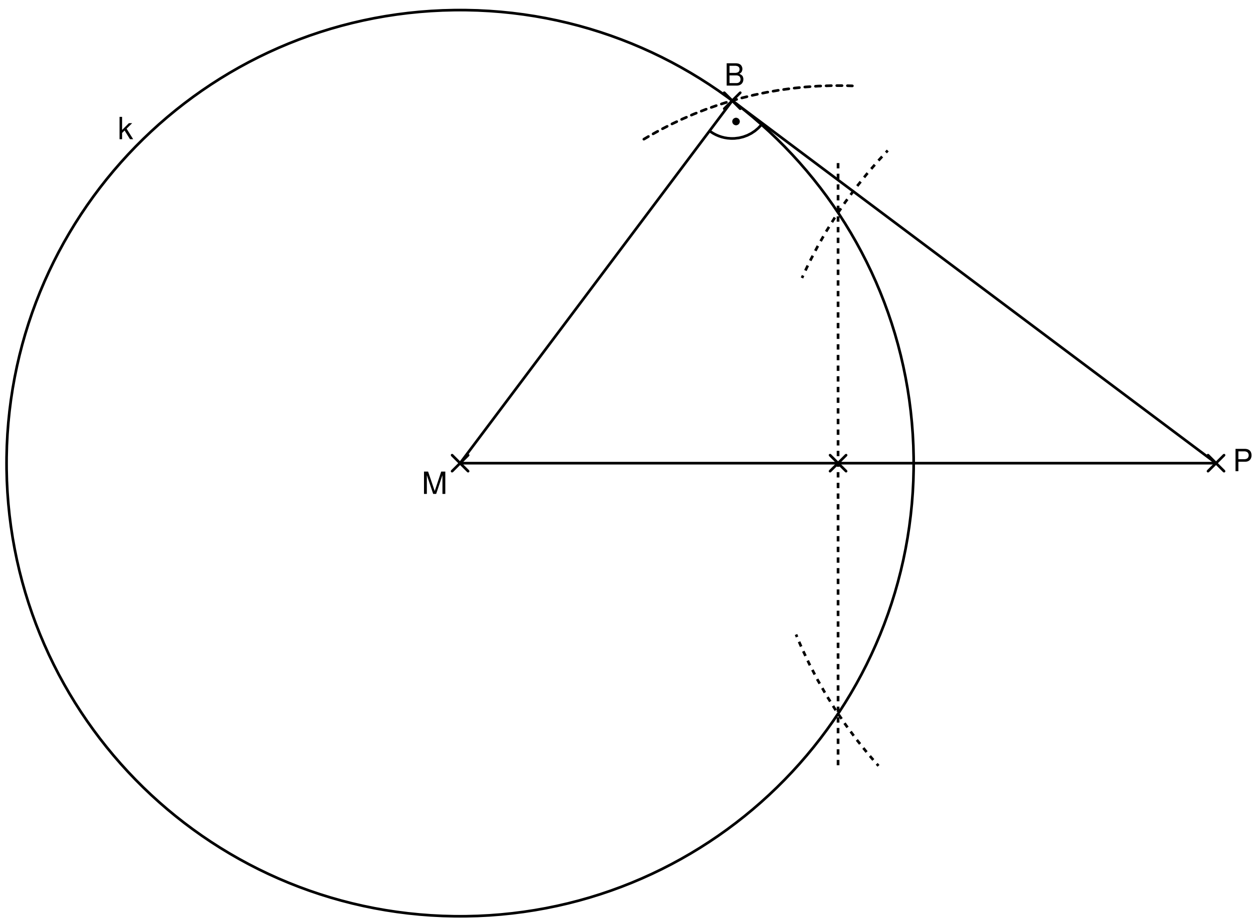
Aufgabe 8

Eine Tangente $t = PB$ berührt einen Kreis $k(M; r = 12\text{ cm})$ im Punkt B. Es gilt: $|\overline{PM}| = 20\text{ cm}$.

Konstruiere den Kreis k mit dem Mittelpunkt M, die Strecke $\overline{PM}$ und einen Punkt B im Maßstab 1:2. *Die Konstruktionslinien müssen sichtbar sein.*

Berechne sodann die Länge der Strecke $\overline{BP}$.

Hinweise zur Lösung



$MB \perp t \quad \Rightarrow \quad \Delta BMP$ ist rechtwinklig

$\Rightarrow \quad |\overline{BP}| = \sqrt{20^2 - 12^2}\text{ cm} \qquad |\overline{BP}| = 16\text{ cm}$

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L2) Messen	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden
(L3) Raum und Form	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

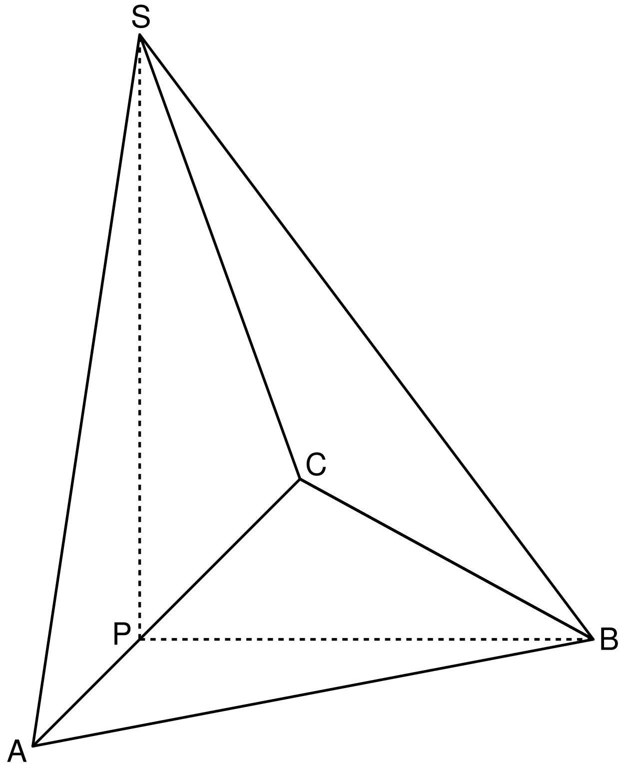
Aufgabe 9

Jan will ein Kantenmodell einer Pyramide aus Draht bauen.

Zur genaueren Planung zeichnet Jan ein Schrägbild der Pyramide (siehe Abbildung). Für die Zeichnung hat er folgende Angaben verwendet:

Die Pyramide ABCS hat die Höhe $\overline{PS}$ mit $P \in \overline{AC}$ und $PB \perp AC$. $\overline{PB}$ liegt auf der Schrägbildachse. Der Punkt P teilt die Strecke $\overline{AC}$ im Verhältnis 2:3.

Es gilt: $|\overline{AC}| = 10\text{ cm}$; $|\overline{PB}| = 6\text{ cm}$; $|\overline{PS}| = 8\text{ cm}$.



a) Berechne die Länge der Strecken $\overline{BS}$ und $\overline{CS}$.

b) Jan hat nur noch ein Drahtstück der Länge 50 cm und denkt, dass der Draht keinesfalls reicht. Hat er recht? Begründe.
Alternative: Jan hat nur noch ein Drahtstück mit 60 cm Länge. Reicht dieser Draht für das Kantenmodell? Begründe.

c) Bestimme das Maß des Winkels ACB.

Hinweise zur Lösung

a) $\left|\overline{BS}\right| = \sqrt{6^2+8^2}\ \text{cm}$ $\qquad \left|\overline{BS}\right| = 10\ \text{cm}$

$\left|\overline{CS}\right| = \sqrt{\left|\overline{PC}\right|^2+\left|\overline{PS}\right|^2}$

$\left|\overline{PC}\right| = \frac{3}{5}\cdot 10\ \text{cm}$ $\qquad \left|\overline{PC}\right| = 6\ \text{cm}$

$\left|\overline{CS}\right| = \sqrt{6^2+8^2}\ \text{cm}$ $\qquad \left|\overline{CS}\right| = 10\ \text{cm}$

b) $l_{Draht} = \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}+\overline{AS}+\overline{BS}+\overline{CS}$

$\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{(10-6)^2+6^2}\ \text{cm} = \sqrt{52}\ \text{cm}$ $\qquad \left|\overline{AB}\right| > 7\ \text{cm}$

$\left|\overline{BC}\right| = \sqrt{6^2+6^2}\ \text{cm} = \sqrt{72}\ \text{cm}$ $\qquad \left|\overline{AB}\right| > 8\ \text{cm}$

$\left|\overline{AS}\right| = \sqrt{(10-6)^2+8^2}\ \text{cm} = \sqrt{80}\ \text{cm}$ $\qquad \left|\overline{AS}\right| > 8\ \text{cm}$

$l_{Draht} > (7+8+10+8+10+10)\ \text{cm}$ $\qquad l_{Draht} > 50\ \text{cm}$

Der Draht reicht also nicht. Jan hat recht.

Alternative:

$l_{Draht} = \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}+\overline{AS}+\overline{BS}+\overline{CS}$

$\left|\overline{BC}\right| = \sqrt{6^2+6^2}\ \text{cm} = \sqrt{72}\ \text{cm}$ $\qquad \left|\overline{BC}\right| < 9\ \text{cm}$

$\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{\left|\overline{AP}\right|^2+\left|\overline{PB}\right|^2} < \sqrt{\left|\overline{PC}\right|^2+\left|\overline{PB}\right|^2} = \left|\overline{BC}\right|$ $\qquad \left|\overline{AB}\right| < 9\ \text{cm}$

$\left|\overline{AS}\right| = \sqrt{\left|\overline{AP}\right|^2+\left|\overline{PS}\right|^2} < \sqrt{\left|\overline{PC}\right|^2+\left|\overline{PS}\right|^2} = \left|\overline{CS}\right|$ $\qquad \left|\overline{AS}\right| < 10\ \text{cm}$

$l_{Draht} < (9+9+10+10+10+10)\ \text{cm}$ $\qquad l_{Draht} < 58\ \text{cm}$

Der Draht reicht also.

c) Das Dreieck PBC ist gleichschenklig-rechtwinklig. Damit ergibt sich für den Winkel ACB das Maß $45°$.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L2) Messen	(K1) Mathematisch argumentieren
(L3) Raum und Form	(K3) Mathematisch modellieren
	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden
	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 10

Marvin sitzt verzweifelt vor folgender Aufgabe:

Für die Strecken $\overline{OP_n}$ mit $O(0|0)$ gilt: $|\overline{OP_n}| = 5\,\text{LE}$.

a) Gib die Koordinaten von vier Punkten P_1, P_2, P_3 und P_4 an, die sich nicht auf den Koordinatenachsen befinden.

b) Auf welcher Ortslinie liegen alle möglichen Punkte P_n?

Marvin überlegt sich, dass beispielsweise die Punkte $A(0|5)$ und $B(5|0)$ die Bedingung $|\overline{OA}| = |\overline{OB}| = 5\,\text{LE}$ erfüllen. Allerdings liegen sie auf den Koordinatenachsen.

Beschreibe, wie man ohne zu zeichnen die Koordinaten von Punkte P_n ermitteln kann. Gib sodann die Koordinaten vier solcher Punkte P_1, P_2, P_3 und P_4 an.

© Clipdealer

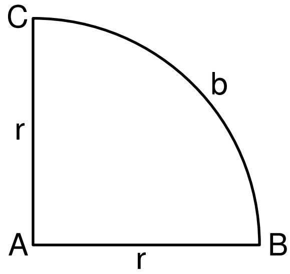
Hinweise zur Lösung
z. B.:
Mit $P_n(x|y)$ gilt $|\overline{OP_n}| = \sqrt{x^2+y^2}\,\text{LE} = 5\,\text{LE}$ $(x,y \in \mathbb{R})$ und somit $x^2+y^2=25$.
Durch systematisches Probieren erhält man z. B. $P_1(3|4)$.
Daraus folgert man dann $P_2(-3|4)$, $P_3(-3|-4)$ und $P_4(4|3)$.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L3) Raum und Form	(K2) Probleme mathematisch lösen
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 11

Die nebenstehende Skizze zeigt einen Kreissektor mit dem Radius r und dem Mittelpunkt A.

Es gilt: $\left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{AC}\right| = r$; $\sphericalangle BAC = 90°$.



a) Bestimme die Länge b des Kreisbogens $\overset{\frown}{BC}$ in Abhängigkeit von r.

b) Bestätige durch Rechnung, dass der Flächeninhalt A des Kreissegments, das vom Kreisbogen $\overset{\frown}{BC}$ und von der Strecke $\overline{BC}$ begrenzt wird, sich wie folgt darstellen lässt:

$A = \frac{1}{4}r^2(\pi - 2)$.

c) Für einen weiteren Kreissektor mit dem Radius $\left|\overline{AB'}\right| = \left|\overline{AC'}\right|$ und dem Mittelpunkt A gilt:

$\left|\overline{AB'}\right| = \left|\overline{AC'}\right| = 2r$; $\sphericalangle B'AC' = 90°$.

Ermittle den Zusammenhang zwischen der Länge b' des Kreisbogens $\overset{\frown}{B'C'}$ und der Länge b des Kreisbogens $\overset{\frown}{BC}$.

Hinweise zur Lösung

a) $b = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi$ $\qquad$ $b = \frac{1}{2} r\pi$

b) $A = \frac{1}{4} \cdot r^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r$ $\qquad$ $A = \frac{1}{4} r^2 (\pi - 2)$

c) z. B.:
Es gibt einen direkt proportionalen Zusammenhang zwischen dem Radius und der Bogenlänge. Verdoppelt man den Radius bei gleichem Mittelpunktswinkel, so wird auch die Bogenlänge verdoppelt.
Somit gilt: $b' = 2 \cdot b$.

oder: $b' = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot r' \cdot \pi = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot b$

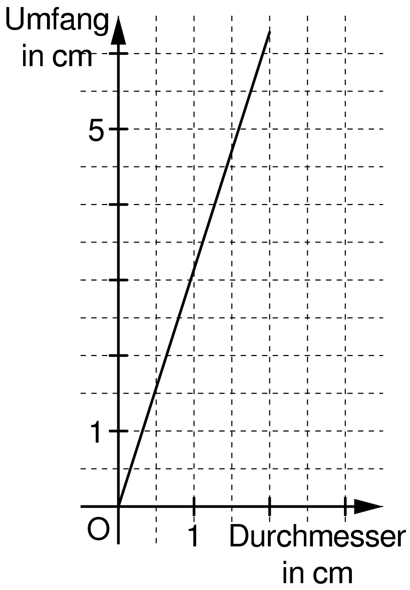
Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L2) Messen	(K1) Mathematisch argumentieren
(L3) Raum und Form	(K2) Probleme mathematisch lösen
	(K6) Kommunizieren

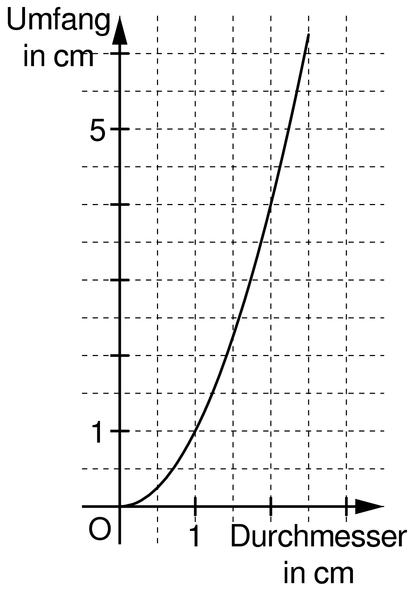
Aufgabe 12

1) Gegeben ist ein Kreis mit einem Durchmesser von 5 cm.
   Gib den dazugehörigen Kreisumfang ohne zu runden an.

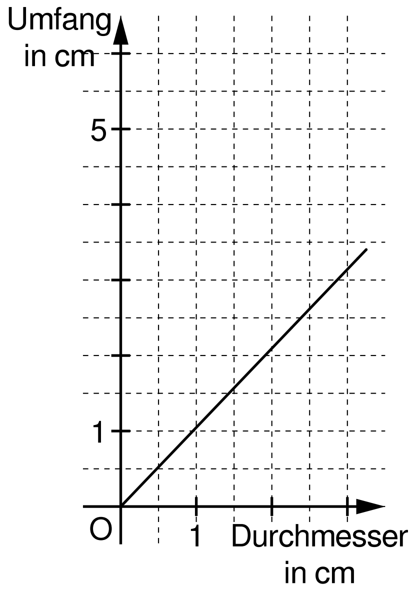
2) Einer der folgenden Graphen stellt den Zusammenhang zwischen dem Durchmesser und dem Umfang von Kreisen dar.
   Kreuze diesen Graphen an und begründe deine Wahl.



❑



❑



❑

Hinweise zur Lösung

1) $u = 5\pi$ cm

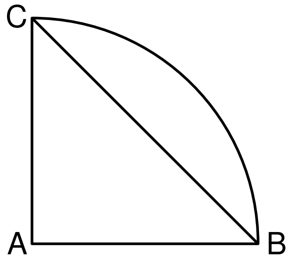
2) Die erste Lösung ist richtig.

   Begründung, z. B.: Der Kreisumfang u und der dazugehörige Kreisdurchmesser d sind direkt proportional zueinander. Es gilt: $u : d = \pi$ bzw. $u = \pi \cdot d$.
   Somit liegt der Graph auf einer Ursprungshalbgeraden mit der Steigung π.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L2) Messen	(K1) Mathematisch argumentieren
(L4) Funktionaler Zusammenhang	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden
	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 13



Die nebenstehende Skizze zeigt einen Kreissektor mit dem Mittelpunkt A und dem Radius $r = |\overline{AB}| = |\overline{AC}|$. Die Strecke $\overline{BC}$ teilt diesen in ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck ABC mit der Basis $\overline{BC}$ und ein Kreissegment. Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC ist $8\ \text{cm}^2$.

a) Bestätige durch Rechnung, dass gilt: $|\overline{AB}| = 4\ \text{cm}$.

b) Berechne den Flächeninhalt A sowie den Umfang u des Kreissegments, das durch die Strecke $\overline{BC}$ und den Kreisbogen $\overset{\frown}{BC}$ begrenzt ist. Gib die exakten Ergebnisse ohne zu runden an.

Hinweise zur Lösung		
a) $\frac{1}{2} \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{AB}| = 8\ \text{cm}^2$	$|\overline{AB}|^2 = 16\ \text{cm}^2$	$|\overline{AB}| = 4\ \text{cm}$
b) $A = \left(\frac{1}{4} \cdot 4^2 \cdot \pi - 8\right) \text{cm}^2$		$A = (4\pi - 8)\ \text{cm}^2$
$u = \left(\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \pi + \sqrt{4^2 + 4^2}\right) \text{cm}$		$u = \left(2\pi + 4\sqrt{2}\right) \text{cm}$

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L2) Messen	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 14

1) Gib an, aus welchen Teilflächen sich die Oberfläche einer Halbkugel mit dem Radius r zusammensetzt. Bestimme sodann eine Formel, mit der man die Oberfläche einer solchen Halbkugel berechnen kann.
2) Bestimme den prozentualen Anteil des Oberflächeninhalts einer Halbkugel mit dem Radius r am Oberflächeninhalt einer Kugel mit gleichem Radius r.

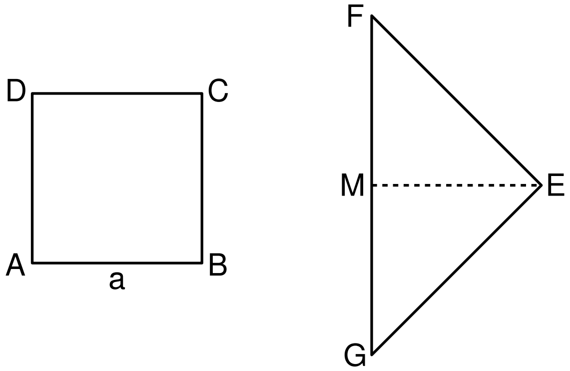
Hinweise zur Lösung
1) Die Oberfläche einer Halbkugel mit dem Radius r setzt sich aus der Hälfte der Oberfläche einer Kugel mit dem Radius r und einem Kreis mit dem Radius r zusammen. $O_{\text{Halbkugel}} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot r^2 \cdot \pi + r^2 \cdot \pi$ $\quad O_{\text{Halbkugel}} = 3r^2\pi$
2) $\frac{3r^2\pi}{4r^2\pi} \cdot 100\% = 75\%$

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1) Zahl	(K2) Probleme mathematisch lösen
(L2) Messen	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
(L3) Raum und Form	(K6) Kommunizieren

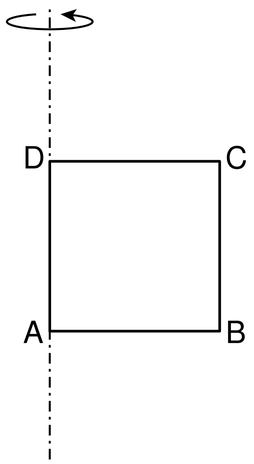
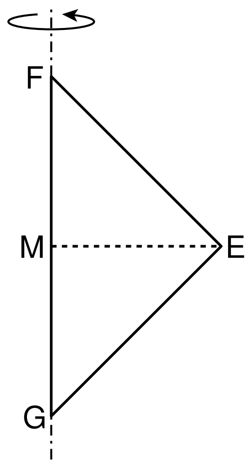
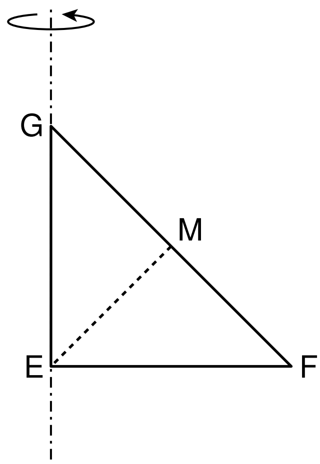
Aufgabe 15

Ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge a hat den gleichen Flächeninhalt wie ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck EFG mit der Hypotenuse $\overline{FG}$. M ist der Mittelpunkt der Hypotenuse.



a) Begründe, dass gilt: $|\overline{MG}| = |\overline{ME}| = |\overline{MF}| = a$.

b) Berechne jeweils die Volumina der Rotationskörper in Abhängigkeit von a, die folgendermaßen entstehen:

i) Das Quadrat rotiert um eine Seite (V_1).	ii) Das Dreieck rotiert um die Hypotenuse (V_2).	iii) Das Dreieck rotiert um eine Kathete (V_3).
		

Gib sodann an, welches Volumen das kleinste ist. Begründe.

Hinweise zur Lösung

a) Das Quadrat ABCD wird durch die Diagonale $\overline{BD}$ in zwei kongruente gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke ABD und BCD zerlegt, die beide den Flächeninhalt $0{,}5a^2$ haben. Ebenso wird das Dreieck EFG in zwei kongruente gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke GEM und MEF zerlegt, die ebenfalls beide den Flächeninhalt $0{,}5a^2$ haben. Daraus folgt, dass alle vier Teildreiecke kongruent zueinander sind und ihre Katheten jeweils die Länge a haben. Somit gilt: $|\overline{MG}| = |\overline{ME}| = |\overline{MF}| = a$.

b)

i)	ii)	iii)
$V_1 = a^2 \cdot \pi \cdot a$ $V_1 = a^3\pi$	$V_2 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \pi \cdot a + \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \pi \cdot a$ $V_2 = \frac{2}{3} a^3 \pi$	$V_3 = \frac{1}{3} \cdot \lvert\overline{EF}\rvert^2 \cdot \pi \cdot \lvert\overline{EG}\rvert$ $\lvert\overline{EF}\rvert = \lvert\overline{EG}\rvert = \sqrt{a^2 + a^2}$ $\lvert\overline{EF}\rvert = \lvert\overline{EG}\rvert = a\sqrt{2}$ $V_3 = \frac{1}{3} \cdot \left(a\sqrt{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot a\sqrt{2}$ $V_3 = \frac{2}{3}\sqrt{2}a^3\pi$

V_2 ist das kleinste Volumen, denn $\frac{2}{3} < 1$ und $\frac{2}{3} < \frac{2}{3}\sqrt{2}$.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1) Zahl

(L2) Messen

(L3) Raum und Form

(K1) Mathematisch argumentieren

(K2) Probleme mathematisch lösen

(K4) Mathematische Darstellungen verwenden

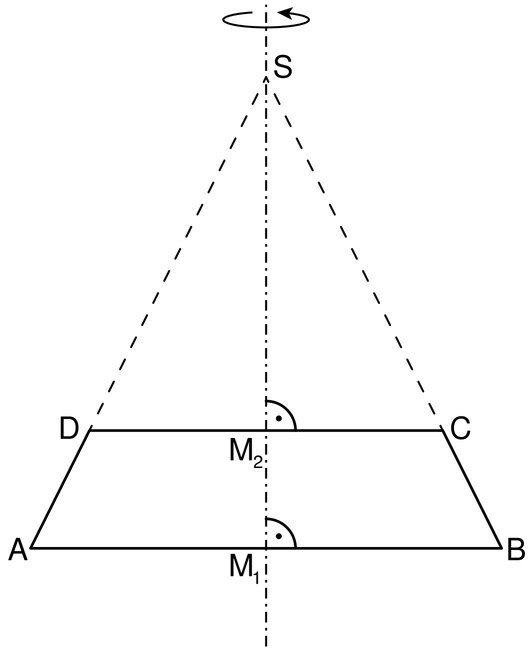
(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 16

Die nebenstehende Skizze zeigt das gleichschenklige Dreieck ABS mit der Basis $\overline{AB}$ sowie das gleichschenklige Trapez ABCD. Das Dreieck hat den Flächeninhalt $A = 32\ \text{cm}^2$. Die Punkte M_1 bzw. M_2 sind die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AB}$ bzw. $\overline{CD}$.

Es gilt:

$D \in \overline{AS}$; $C \in \overline{BS}$; $\left|\overline{M_1S}\right| = 8\ \text{cm}$; $\left|\overline{M_2S}\right| : \left|\overline{M_1M_2}\right| = 3:1$.



a) Es entsteht ein Rotationskörper, wenn das gleichschenklige Dreieck ABS um die Symmetrieachse M_1S rotiert.

Zeige, dass für das Volumen V_1 dieses Rotationskörpers gilt: $V_1 = 42\frac{2}{3}\pi\ \text{cm}^3$.

b) Ein weiterer Rotationskörper entsteht, wenn das gleichschenklige Trapez ABCD um die Symmetrieachse M_1S rotiert.

Überprüfe, ob das Volumen V_2 dieses Rotationskörpers größer als 50 % des Volumens V_1 ist.

Hinweise zur Lösung

a) $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left|\overline{AB}\right|\right)^2 \cdot \pi \cdot \left|\overline{M_1S}\right|$

$\frac{1}{2} \cdot \left|\overline{AB}\right| \cdot 8\text{ cm} = 32\text{ cm}^2$ $\qquad \left|\overline{AB}\right| = 8\text{ cm}$

$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 8\right)^2 \cdot \pi \cdot 8\text{ cm}^3$ $\qquad V_1 = 42\frac{2}{3}\pi\text{ cm}^3$

b) $V_2 = V_1 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left|\overline{CD}\right|\right)^2 \cdot \pi \cdot \left|\overline{M_2S}\right|$

$\left|\overline{M_1M_2}\right| + \left|\overline{M_2S}\right| = \left|\overline{M_1S}\right|$

$\left|\overline{M_1M_2}\right| + 3 \cdot \left|\overline{M_1M_2}\right| = 8\text{ cm}$ $\qquad \left|\overline{M_1M_2}\right| = 2\text{ cm}$

$2\text{ cm} + \left|\overline{M_2S}\right| = 8\text{ cm}$ $\qquad \left|\overline{M_2S}\right| = 6\text{ cm}$

$\frac{\left|\overline{CD}\right|}{8\text{ cm}} = \frac{6\text{ cm}}{8\text{ cm}}$ $\qquad \left|\overline{CD}\right| = 6\text{ cm}$

$V_2 = \left(42\frac{2}{3}\pi - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 6\right)^2 \cdot \pi \cdot 6\right)\text{cm}^3$ $\qquad V_2 = \left(42\frac{2}{3}\pi - 18\pi\right)\text{cm}^3$ $\qquad V_2 = 24\frac{2}{3}\pi\text{ cm}^3$

$\frac{1}{2} \cdot 42\frac{2}{3} = 21\frac{1}{3} < 24\frac{2}{3}$

Folglich ist V_2 größer als 50 % von V_1.

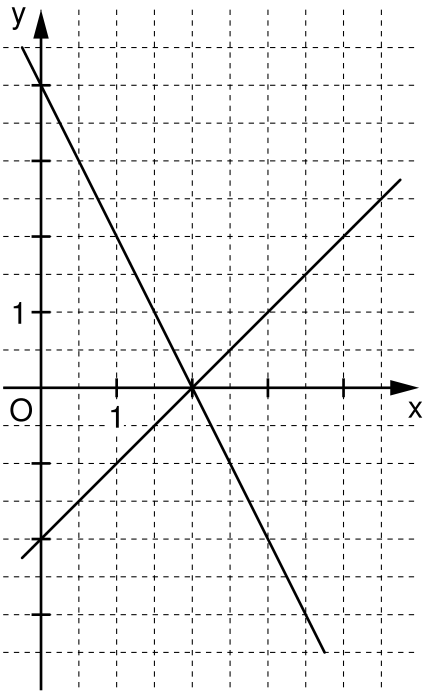
Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L2)	Messen	(K2)	Probleme mathematisch lösen
(L3)	Raum und Form	(K5)	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

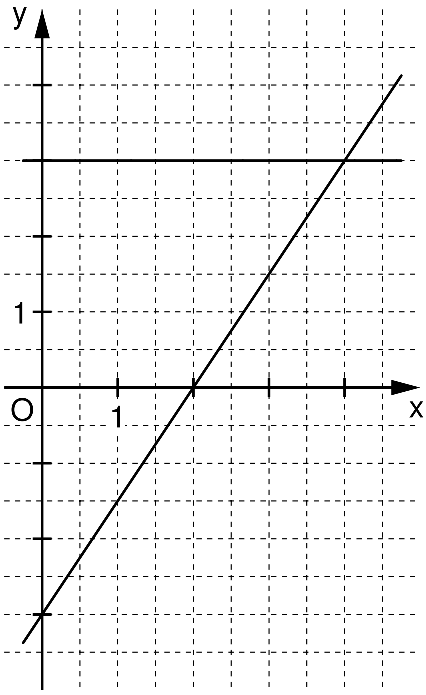
Aufgabe 17

In jedem der folgenden Koordinatensysteme ist ein lineares Gleichungssystem grafisch dargestellt $(x,y \in \mathbb{R})$. Bestimme jeweils mithilfe der Zeichnung das entsprechende Gleichungssystem und die zugehörige Lösungsmenge.

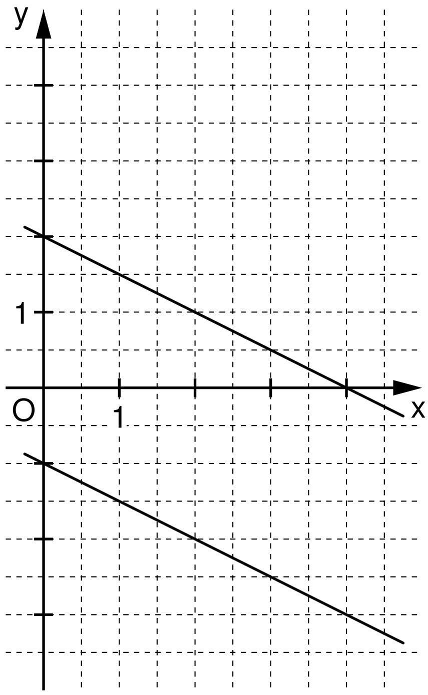
a)



b)



c)



Hinweise zur Lösung

z. B.: a)

$$\left| \begin{array}{l} y = -2x + 4 \\ \wedge\; y = x - 2 \end{array} \right.$$

$$L = \{(2 \mid 0)\}$$

b)

$$\left| \begin{array}{l} y = 3 \\ \wedge\; y = 1{,}5x - 3 \end{array} \right.$$

$$L = \{(4 \mid 3)\}$$

c)

$$\left| \begin{array}{l} y = -0{,}5x + 2 \\ \wedge\; y = -0{,}5x - 1 \end{array} \right.$$

$$L = \{\ \}$$

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L4) Funktionaler Zusammenhang (K4) Mathematische Darstellungen verwenden

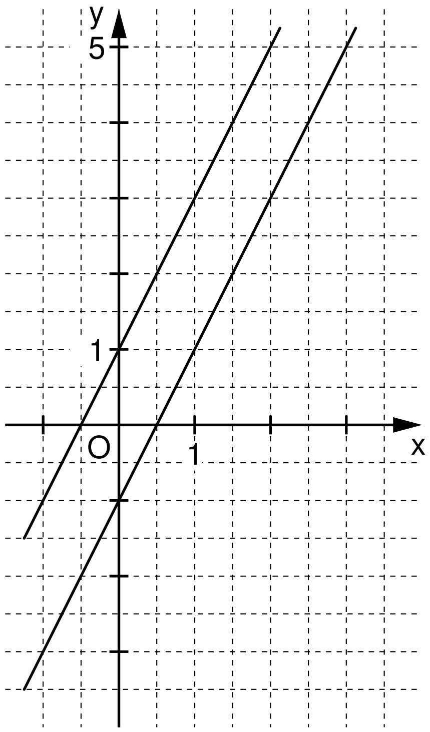
Aufgabe 18

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem $(x, y \in \mathbb{R})$:

$$\begin{vmatrix} & y = 2x + 1 \\ \wedge & y = 2 - 1x \end{vmatrix}$$

Georg hat versucht, das Gleichungssystem grafisch zu lösen, während Öznur ein rechnerisches Verfahren verwendet hat.

Georg entnimmt seiner Zeichnung, dass für die Lösungsmenge gilt: $L = \{ \ \}$.



Öznur erhält $L = \left\{ \left(\frac{1}{3} \middle| 1\frac{2}{3} \right) \right\}$.

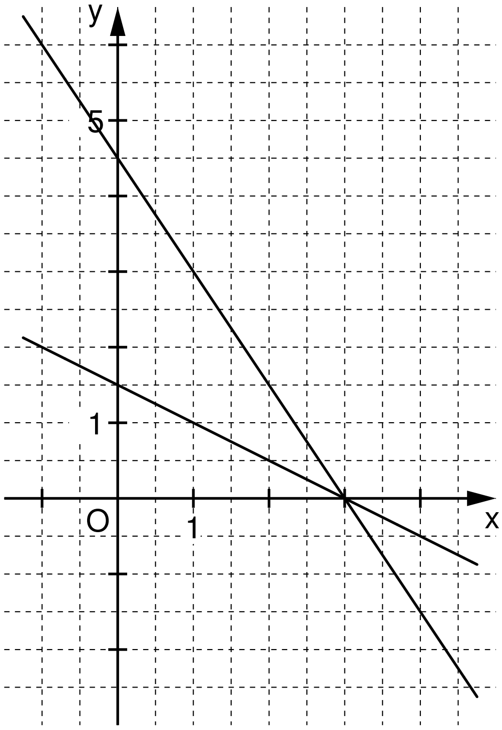
a) Beschreibe, welchen Fehler Georg bei seiner Zeichnung gemacht hat.

b) Bestätige mithilfe einer geeigneten Rechnung, dass Öznur die richtige Lösungsmenge erhalten hat.

c) Nun bearbeiten Öznur und Georg ein weiteres lineares Gleichungssystem $(x, y \in \mathbb{R})$:

$$\begin{vmatrix} & y = -0{,}5x + 1{,}5 \\ \wedge & 3y = -1{,}5x + 4{,}5 \end{vmatrix}$$

Diesmal fertigt Öznur folgende Zeichnung an und erhält als Lösungsmenge $L = \{(3 \mid 0)\}$:



Georg rechnet und erhält $L = \{(x|y) \mid y = -0{,}5x + 1{,}5\}$.

Wer hat die richtige Lösungsmenge erhalten? Begründe deine Antwort.

Hinweise zur Lösung
a) z. B.: Ein y-Achsenabschnitt und eine Steigung wurden vertauscht.
b) Rechnerische Lösung des Gleichungssystems
c) z. B.: Georg hat recht, weil man die erste Gleichung erhält, indem man den Links- und den Rechtsterm der zweiten Gleichung durch 3 dividiert.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L4) Funktionaler Zusammenhang	(K1) Mathematisch argumentieren
	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden
	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 19

Die Mitgliedschaft in einem Kletterverein kostet pro Jahr 20 €. Für die Nutzung der Kletteranlagen haben die Vereinsmitglieder zwei Möglichkeiten:

- Pro Eintritt sind 10 € zu bezahlen.
- Zusätzlich zur Mitgliedschaft im Verein kann man eine „Climbing Card“ für 80 € pro Jahr erwerben. Mit dieser reduziert sich der Preis pro Eintritt auf 5 €.

a) Der Gesamtpreis y € für eine bestimmte Anzahl an Eintritten x kann jeweils mit einer linearen Funktion beschrieben werden $\left(x \in \mathbb{N}_0\,;\, y \in \mathbb{N}\right)$.

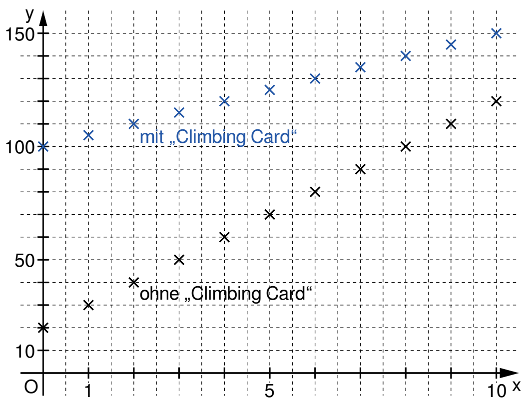
Stelle beide Möglichkeiten für $x \in [0;10]$ grafisch in einem Koordinatensystem dar.

Hinweis: Achte auf eine sinnvolle Unterteilung der y-Achse und auf den Platzbedarf.

b) Berechne, wie oft die Kletteranlage besucht werden muss, um durch die Anschaffung der "Climbing Card" einen finanziellen Vorteil zu haben.

Hinweise zur Lösung

a) z. B.:



b) z. B.:

$$20 + 10x = (20 + 80) + 5x \qquad x \in \mathbb{N}_0$$

...

$$\Leftrightarrow \quad x = 16 \qquad L = \{16\}$$

Man hat ab dem 17. Besuch einen finanziellen Vorteil.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L4) Funktionaler Zusammenhang

(K3) Mathematisch modellieren

(K4) Mathematische Darstellungen verwenden

(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 20

Als Bremsweg wird im Allgemeinen die Streckenlänge bezeichnet, welche ein Fahrzeug vom Einsetzen der Bremswirkung bis zum Stillstand zurücklegt.

Bei einer Vollbremsung unter Testbedingungen lässt sich der Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit $x\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und dem Bremsweg y m näherungsweise durch die Funktion mit der Gleichung $y = \frac{x^2}{250}$ beschreiben $\left(x, y \in \mathrm{IR}^+\right)$.

Peter behauptet, dass bei dreifacher Geschwindigkeit der Bremsweg die dreifache Länge haben würde.

Beurteile Peters Aussage.

Aufgabenvariation:

Als Bremsweg wird im Allgemeinen die Streckenlänge bezeichnet, welche ein Fahrzeug vom Einsetzen der Bremswirkung bis zum Stillstand zurücklegt.

Bei einer Vollbremsung unter Testbedingungen lässt sich der Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit $x\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und dem Bremsweg y m näherungsweise durch die Funktion mit der Gleichung $y = \frac{x^2}{250}$ beschreiben $\left(x, y \in \mathrm{IR}^+\right)$. Peter berechnet, dass sein Auto bei einer Geschwindigkeit von $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ einen Bremsweg von 10 m haben müsste.

Er behauptet, dass bei dreifacher Geschwindigkeit der Bremsweg die dreifache Länge haben würde.

Beurteile Peters Aussage.

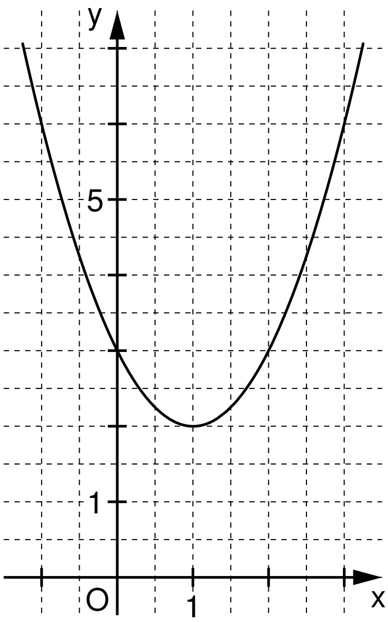
Hinweise zur Lösung
z. B.: Peters Aussage ist falsch. Da es sich um eine quadratische Funktion handelt würde eine 3-fache Geschwindigkeit zu einem 9-fachen Bremsweg führen.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L4) Funktionaler Zusammenhang	(K1) Mathematisch argumentieren
	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

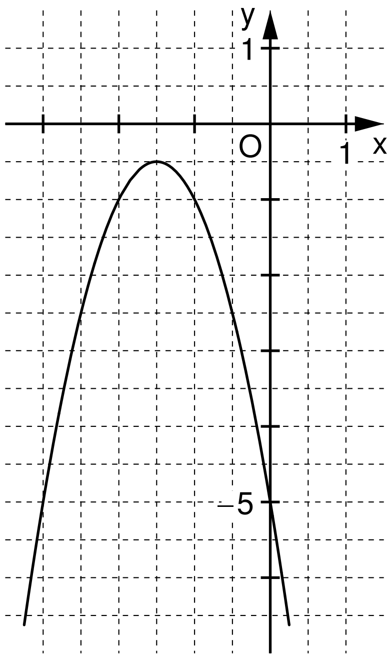
Aufgabe 21

1) In jedem der folgenden Koordinatensysteme ist der Graph einer quadratischen Funktion dargestellt. Gib jeweils die zugehörige Funktionsgleichung in der allgemeinen Form an.

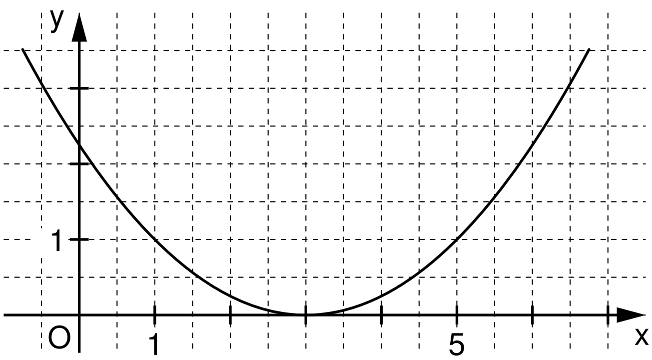
a)



b)



c)



2) Zeichne die gegebene Parabel jeweils in ein geeignetes Koordinatensystem ein. Gib jeweils die zugehörige Gleichung in der Scheitelpunktsform an.

a) $p_1\colon y = 2x^2 - 8x + 6 \;\; (x, y \in \mathbb{R})$

b) Die Parabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S(3\,|\,2)$ und eine Gleichung der Form $y = -0{,}5x^2 + bx + c \;\; (b, c, x, y \in \mathbb{R})$.

c) Die Symmetrieachse der Normalparabel p_3 hat die Gleichung $x = -3$. Sie ist der Graph einer Funktion mit der Wertemenge $\{y \mid y \geq -4\}$.

d) Die Parabel p_4 ist der Graph einer Funktion mit den Nullstellen -4 und 2. Der Schnittpunkt P der Parabel mit der y-Achse hat die Koordinaten $P(0\,|\,4)$.

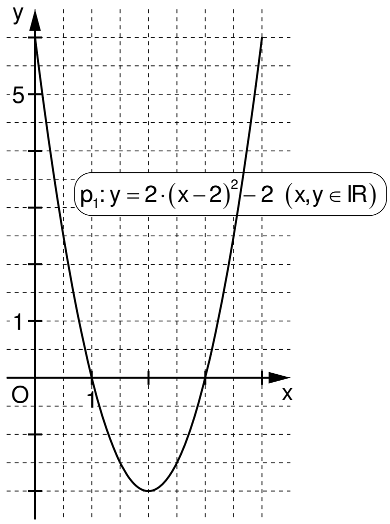
Hinweise zur Lösung

1a) $y = x^2 - 2x + 3 \quad (x, y \in \mathbb{R})$

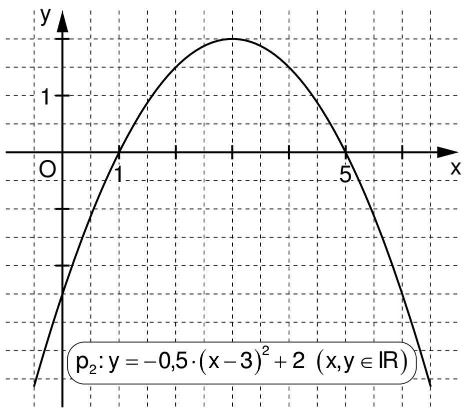
b) $y = -2x^2 - 6x - 5 \quad (x, y \in \mathbb{R})$

c) $y = 0{,}25x^2 - 1{,}5x + 2{,}25 \quad (x, y \in \mathbb{R})$

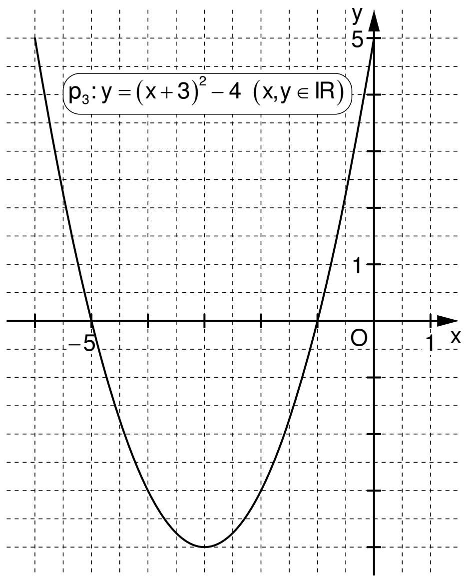
2a)



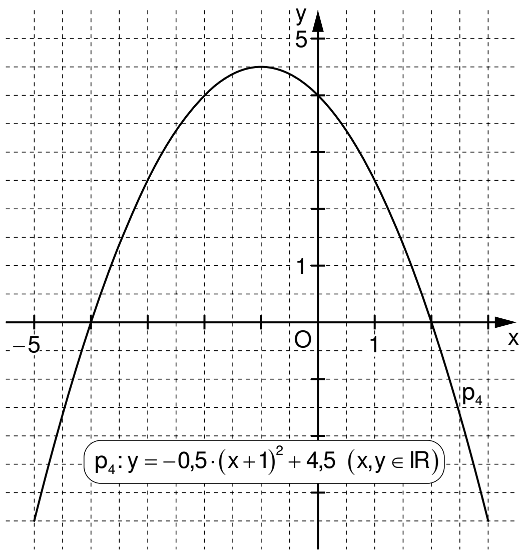
b)



c)



d)



Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

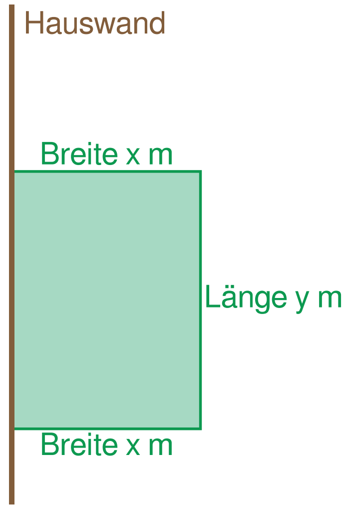
(L4) Funktionaler Zusammenhang

(K4) Mathematische Darstellungen verwenden

(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 22

Für den Bau eines rechteckigen Kleintiergeheges sollen 10 m Zaun verbaut werden. Zusätzlich soll eine Hauswand zur Abgrenzung des Geheges auf der Rückseite verwendet werden (siehe Skizze).



a) Gib einen Term für die Länge y m des Zauns an der Vorderseite in Anhängigkeit von der Breite x m der beiden Seitenzäune an $(x, y \in \mathbb{R})$.

b) Zeige rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A des Geheges in Abhängigkeit von x gilt: $A(x) = \left(-2x^2 + 10x\right) \text{m}^2$.

c) Aus Tierschutzgründen gilt für Zwergkaninchen folgende Regel: Das Gehege muss einen Flächeninhalt von mindestens $6\,\text{m}^2$ für 2 Tiere haben. Für jedes weitere Tier steigt dieser Wert um $1{,}2\,\text{m}^2$.
Ermittle rechnerisch, wie viele Zwergkaninchen in diesem Gehege maximal untergebracht werden können.
$\left[\text{Zwischenergebnis: } A_{max} = 12{,}5\,\text{m}^2\right]$

Hinweise zur Lösung

a) $y = 10 - 2 \cdot x$

b) $A(x) = x \cdot (10 - 2 \cdot x)\,\text{m}^2$ $\qquad A(x) = \left(-2x^2 + 10x\right) \text{m}^2$

c) $-2x^2 + 10x = -2\left[\left(x^2 - 5x + 2{,}5^2\right) - 2{,}5^2\right] = -2(x - 2{,}5)^2 + 12{,}5$ $\qquad A_{max} = 12{,}5\,\text{m}^2$

Für die ersten $6\,\text{m}^2$ gilt: maximal zwei Zwergkaninchen.
Für die restlichen $(12{,}5 - 6)\,\text{m}^2 = 6{,}5\,\text{m}^2$ gilt: maximal fünf Zwergkaninchen, da $5 \cdot 1{,}2 = 6$.
Folglich können höchstens sieben Zwergkaninchen in dem Gehege gehalten werden.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1)	Zahl	(K2)	Probleme mathematisch lösen
(L2)	Messen	(K3)	Mathematisch modellieren
(L4)	Funktionaler Zusammenhang	(K5)	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 23

In einem Päckchen befinden sich 10 gelbe, 20 rote und 20 grüne Kugeln.

Anna sagt: „Wenn ich zehnmal nacheinander jeweils eine Kugel aus dem Päckchen ziehe und diese dann jedes Mal wieder zurücklege, dann ziehe ich bestimmt viermal eine rote Kugel."

Beurteile Annas Aussage.

Hinweise zur Lösung

z. B.: Die berechnete Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer roten Kugel könnte zu dieser Aussage führen, denn es gilt: $\frac{20}{50} = \frac{4}{10}$.

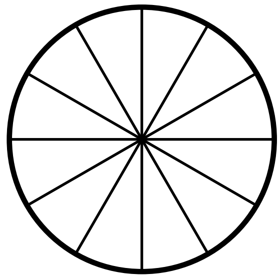
Allerdings ist die Anzahl der Versuche klein und das empirische Gesetz der großen Zahlen somit hier nicht anwendbar, so dass eine exakte Vorhersage des Versuchsausgangs nicht möglich ist.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L5) Daten und Zufall	(K1) Mathematisch argumentieren
	(K3) Mathematisch modellieren

Aufgabe 24

Mit dem abgebildeten Glücksrad soll ein Zufallsversuch durchgeführt werden. Beschreibe jeweils eine mögliche Färbung der zwölf Sektoren, so dass die angegebene Gewinnwahrscheinlichkeit gilt.



a) Man gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$, indem man einen roten Sektor erreicht.

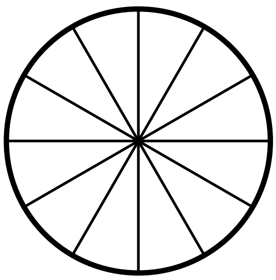
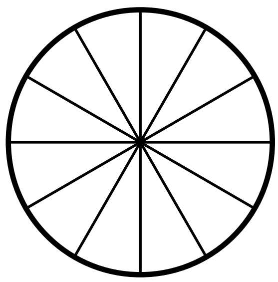
b) Man gewinnt, wenn man weder einen schwarzen noch einen weißen Sektor erreicht. Die Gewinnwahrscheinlichkeit ist $\frac{1}{3}$.

c) Man gewinnt, wenn man einen blauen oder roten Sektor erreicht. Die Gewinnwahrscheinlichkeit ist $\frac{5}{12}$, wobei es wahrscheinlicher ist, einen roten Sektor zu erreichen.

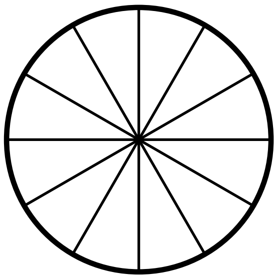
d) Man erhält mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{3}{4}$ keinen Gewinn. In diesem Fall hat man keinen gelben Sektor erreicht.

Aufgabenvariation:

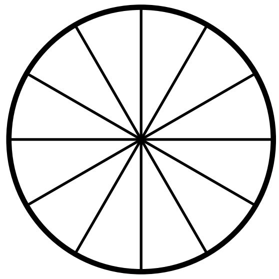
Mit dem abgebildeten Glücksrad soll ein Zufallsversuch durchgeführt werden. Färbe das vorgegebene Glücksrad jeweils so ein, dass die angegebene Gewinnwahrscheinlichkeit gilt.

a) Man gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$, indem man einen roten Sektor erreicht. 	b) Man gewinnt, wenn man weder einen schwarzen noch einen weißen Sektor erreicht. Die Gewinnwahrscheinlichkeit ist $\frac{1}{3}$. 

c) Man gewinnt, wenn man einen blauen oder roten Sektor erreicht. Die Gewinnwahrscheinlichkeit ist $\frac{5}{12}$, wobei es wahrscheinlicher ist, einen roten Sektor zu erreichen.



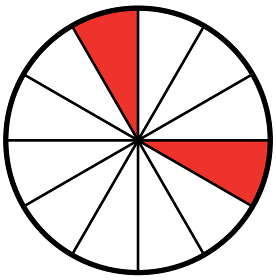
d) Man erhält mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{3}{4}$ keinen Gewinn. In diesem Fall hat man keinen gelben Sektor erreicht.



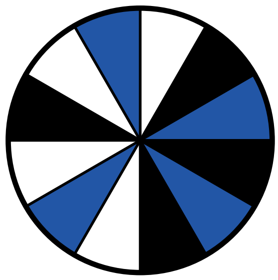
Hinweise zur Lösung

Beispiele für mögliche Lösungen, auch für die Aufgabenvariation:

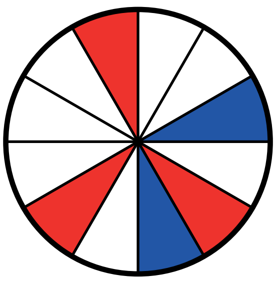
a) Zwei Sektoren sind rot und die anderen weiß.



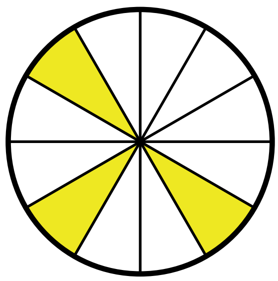
b) Jeweils 4 Sektoren sind schwarz, weiß und blau.



c) Drei Sektoren sind rot und zwei blau, die restlichen sind weiß.



d) Drei Sektoren sind gelb und die anderen weiß.



Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L5) Daten und Zufall

(K4) Mathematische Darstellungen verwenden

(K6) Kommunizieren

Aufgabe 25

Mit einem gewöhnlichen Spielwürfel werden verschiedene Zufallsversuche durchgeführt.

Gib für jeden Zufallsversuch die zugehörige Gewinnwahrscheinlichkeit an. Ordne die Versuche sodann hinsichtlich der Gewinnwahrscheinlichkeit, indem du die Nummern der Versuche passend in die Kästchen einträgst.

(1) Der Spielwürfel wird einmal geworfen. Du gewinnst mit einer 3.

(2) Der Spielwürfel wird zweimal geworfen. Du gewinnst mit der Augensumme 10.

(3) Der Spielwürfel wird einmal geworfen. Du gewinnst mit einer geraden Augenzahl.

(4) Der Spielwürfel wird einmal geworfen. Du gewinnst mit einer Augenzahl größer 4.

(5) Der Spielwürfel wird zweimal geworfen. Du gewinnst mit zweimal der Augenzahl 6.

weniger wahrscheinlich → eher wahrscheinlich

$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

Hinweise zur Lösung

(1) $P_{(1)} = \frac{1}{6}$

(2) $P_{(2)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(3) $P_{(3)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(4) $P_{(4)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(5) $P_{(5)} = \frac{1}{36}$

weniger wahrscheinlich → eher wahrscheinlich

(5)	(2)	(1)	(4)	(3)

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L5) Daten und Zufall

(K2) Probleme mathematisch lösen

(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Quellen- und Literaturangaben

Texte, Bilder (sofern nicht anders angegeben) und Material: ISB