Beispiele für Leistungsaufgaben: Jahrgangsstufe 7 (WPFG I)

Stand: 14.05.2019

Jahrgangsstufe	7 (I)
Fach	Mathematik

Ziel ist, Aufgaben für Leistungsnachweise zu entwickeln, die die Anwendung unterschiedlicher Kompetenzen in Bezug auf den jeweiligen Lerninhalt erfordern. Die folgenden Beispiele sollen exemplarisch veranschaulichen, wie dies umgesetzt werden kann. Dabei handelt es sich nicht um eine Zusammenstellung im Sinne einer „Muster-Stegreifaufgabe" o. ä., sondern um Beispiele, welche in Leistungsnachweisen vorkommen könnten.

Die Aufgabenauswahl sowie die Entscheidung, welche Kompetenzen in einem Leistungsnachweis abgeprüft werden, liegen in der Verantwortung der Lehrkraft. Selbstverständlich behalten auch Leistungsaufgaben zu Routineverfahren (wie Berechnungen, usw.) in Leistungsnachweisen ihre Berechtigung.

Voraussetzung für Leistungsaufgaben wie die im Folgenden dargestellten ist die Bearbeitung von Lernaufgaben, die ebenso unterschiedliche Kompetenzen im vorangegangenen Unterricht einforderten.

Aufgabe 1

Gib die Termwerte an.

a) $\frac{5^0}{2}+\frac{3}{4}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

c) $\left(4^{-3}:2^{-3}\right)\cdot 3^{-3}$

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^4:\left(\frac{1}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2:\frac{1}{4}$

Hinweise zur Lösung

a) $1\frac{1}{4}$

b) 2,25

Bei Aufgaben wie in a) und b) bietet es sich auch an, anstelle des Operators „Gib an“ die Formulierung „Berechne im Kopf“ zu verwenden.

c) $\frac{1}{216}$

d) $\frac{1}{16}$

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1) Zahl	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 2

Beim Fußball-Dart wird mit Bällen auf eine überdimensional große Dartscheibe geschossen (s. Abbildung).

Welchen ungefähren Durchmesser hat die Dartscheibe in Wirklichkeit? Kreuze an.

- ❑ $3 \cdot 10^{-1}$ m
- ❑ $4 \cdot 10^{0}$ m
- ❑ $2 \cdot 10^{1}$ m
- ❑ $5 \cdot 10^{2}$ m

Foto: Jochen Reckin, Bounce Ball Krefeld

Hinweise zur Lösung
Die zweite Lösung ist richtig: $4 \cdot 10^{0}$ m .

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1)	Zahl	(K3)	Mathematisch modellieren
(L2)	Messen	(K5)	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 3

Fasse die mathematische Kurzschreibweise in Worte.

$$A(2|3) \xmapsto{\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}} B(6|1)$$

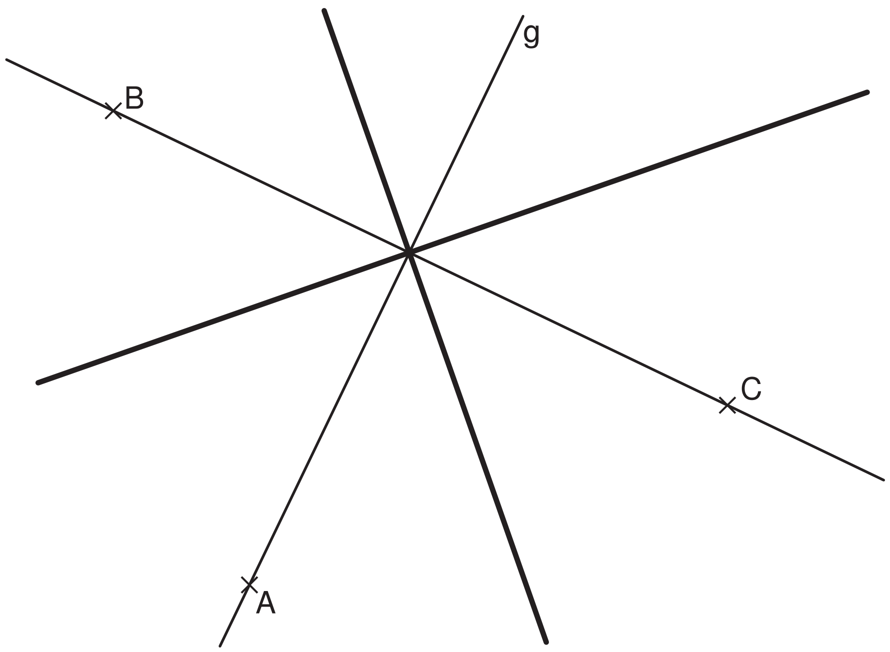
Hinweise zur Lösung
Der Punkt $A(2\|3)$ wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Punkt $B(6\|1)$ abgebildet.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L3) Raum und Form	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 4

Die Gerade g verläuft senkrecht zur Geraden BC durch den Punkt A.
Ermittle zeichnerisch alle Punkte P_n, die von g und BC den gleichen Abstand haben.
Nenne sodann den Fachbegriff für den zugehörigen geometrischen Ort.

Hinweise zur Lösung



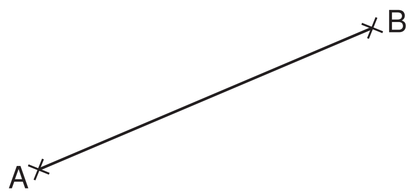
Die gesuchten Punkte P_n liegen auf einem Paar von Winkelhalbierenden.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L3) Raum und Form	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 5

a) Zeichne die geometrische Ortslinie aller Punkte P_n, von denen aus die Strecke $\overline{AB}$ unter einem Winkel von $90°$ erscheint.

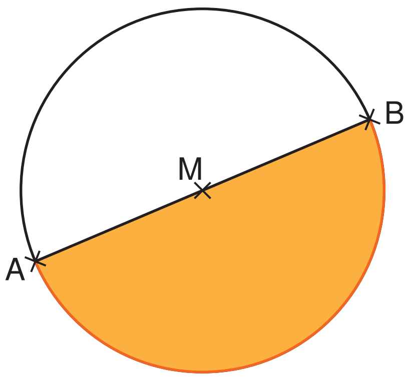


b) Markiere in der Zeichnung aus a) alle Punkte Q_n farbig, so dass für die entstehenden Dreiecke AQ_nB gilt: $\sphericalangle BQ_nA \geq 90°$.

Hinweise zur Lösung

a) Thaleskreis über $\overline{AB}$

b) Markieren der Punkte Q_n



Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L3) Raum und Form	(K2) Probleme mathematisch lösen
	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden

Aufgabe 6

Gib jeweils die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an ($G = \mathbb{N}$).

a) $6x - 32 = 4$

b) $\frac{1}{4} \cdot x = (-2)^2$

c) $-3 \cdot x + 27 = -45 - 20$

Hinweise zur Lösung

a) $L = \{6\}$ b) $L = \{16\}$ c) $L = \{\ \}$

Bei Aufgaben wie in a) und b) bietet es sich auch an, anstelle des Operators „Gib an“ die Formulierung „Berechne im Kopf“ zu verwenden.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L4)	Funktionaler Zusammenhang	(K5)	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 7

Welche Ungleichungen passen zu den Texten? Kreuze an.

a) Das Doppelte einer ganzen Zahl ist höchstens so groß wie die Summe aus 5 und -7.

❑ $2x > 5+(-7)$ ❑ $2x \leq 5+(-7)$ ❑ $2x \geq 5+(-7)$ ❑ $2x < 5+(-7)$

b) Ein Drittel der Differenz aus -7 und -4 ist mindestens so groß wie das Produkt aus einer ganzen Zahl und -3.

❑ $\frac{1}{3} \cdot [-7-(-4)] \geq x \cdot (-3)$

❑ $\frac{1}{3} \cdot [-7-(-4)] \leq x \cdot (-3)$

❑ $[-7-(-4)] : 3 \geq x \cdot (-3)$

❑ $[-7-(-4)] : 3 \leq x \cdot (-3)$

Hinweise zur Lösung

a) Die zweite Lösung ist richtig: $2x \leq 5+(-7)$.

b) Die erste und die dritte Lösung sind richtig:

$\frac{1}{3} \cdot [-7-(-4)] \geq x \cdot (-3)$ und $[-7-(-4)] : 3 \geq x \cdot (-3)$.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L4) Funktionaler Zusammenhang	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 8

Vor dem Backvorgang muss man Hefeteig „gehen" lassen. Dies bedeutet, dass sich das Volumen des Teiges vergrößert. Im Idealfall sollte sich das Teigvolumen verdoppeln.

Fotos: ISB

Kreuze gleichbedeutende Aussagen an, die zu obigem Text passen.

Wenn sich das Teigvolumen verdoppelt, dann …

- ❑ hat sich das Volumen um 50 % erhöht.
- ❑ hat sich das Volumen um 100 % erhöht.
- ❑ hat sich das Volumen auf 150 % erhöht.
- ❑ hat sich das Volumen um 200 % erhöht.
- ❑ hat sich das Volumen auf 200 % erhöht.

Hinweise zur Lösung

Es stimmen die 2. und die 5. Aussage:
… hat sich das Volumen um 100 % erhöht.
… hat sich das Volumen auf 200 % erhöht.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1) Zahl	(K3) Mathematisch modellieren
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 9

Bruno besitzt zwei Rabattscheine (20 %-iger und 10 %-iger Rabatt) für seinen nächsten Einkauf.

Er kauft Kleidung im Gesamtwert von 100 € ein. An der Kasse gibt Bruno zunächst seinen 10 % - Rabattschein und anschließend seinen 20 % - Rabattschein ab. Danach muss er noch 72 € bezahlen.

Nun überlegt Bruno, ob es besser gewesen wäre, erst den 20 % - Rabattschein und dann den 10 % - Rabattschein abzugeben.

Kreuze die richtige Aussage an.

- ❑ Den günstigsten Einkaufspreis erhält Bruno, wenn er zunächst den 10 % - und anschließend den 20 % - Rabattschein einlöst.
- ❑ Den günstigsten Einkaufspreis erhält Bruno, wenn er zunächst den 20 % - und anschließend den 10 % - Rabattschein einlöst.
- ❑ Die Reihenfolge der Rabattscheine spielt keine Rolle und führt jedes Mal zum gleichen Preis.

Hinweise zur Lösung	
Es stimmt die 3. Aussage: Die Reihenfolge der Rabattscheine spielt keine Rolle und führt jedes Mal zum gleichen Preis.	
Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L1) Zahl	(K2) Probleme mathematisch lösen (K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 10

Gib die gesuchten Werte (Kapital, Zinsen oder Zinssatz) an.

a) Frau Claudius bekommt 270 € Zinsen. Das angelegte Geld wurde mit 0,45 % verzinst.

b) Die Bank verspricht 3,4 % bei einer Anlage von 3000 €.

c) Florian bekommt 45 € Zinsen bei einem Kapital von 1500 €.

Hinweise zur Lösung

a) Kapital: 60 000 €

b) Zinsen: 102 €

c) Zinssatz p % : 3 %

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L1) Zahl	(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 11

Bonny hat im Fach Sport die Durchschnittsnote 2,4. Bisher hat sie dabei fünf Noten erhalten, die alle gleich viel zählen.

Gib ein Beispiel für fünf Noten an, die zu dieser Durchschnittsnote geführt haben könnten.

Hinweise zur Lösung	
z. B.: 2, 2, 2, 2, 4 (Die Summe der einzelnen Noten muss 12 betragen.)	
Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L1) Zahl	(K2) Probleme mathematisch lösen (K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 12

Im Rahmen einer Umfrage befragten die Schülerinnen und Schüler der Klasse 7b einer Realschule ihre Eltern zu deren Handynutzung. Dabei gaben die Eltern an, dass sie 60 % der Zeit für soziale Medien, 15 % für das Surfen im Internet, 20 % für Musik hören und den Rest für Sonstiges verwenden.

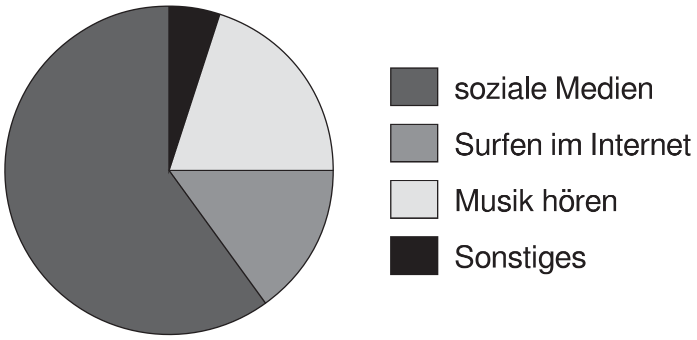
a) Erstelle ein zugehöriges Kreisdiagramm.

b) Ist diese Umfrage repräsentativ für alle Erwachsenen? Begründe.

c) Antonia aus der 7b behauptet: "Nur 15 % unserer Eltern surfen im Internet."
Bewerte diese Aussage.

Hinweise zur Lösung

a)



b) Die Umfrage ist nicht repräsentativ, da nur Eltern befragt wurden. Sie stehen nicht für die Gesamtheit aller Erwachsenen.

c) Aus den gegebenen Informationen kann Antonia nicht die Schlussfolgerung ziehen, dass nur 15 % der Eltern im Internet surfen. Es wurde gefragt, wie viel Zeit für die jeweiligen Tätigkeiten verwendet wurde und nicht, ob die Eltern im Internet surfen.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L5) Daten und Zufall	(K1) Mathematisch argumentieren
	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 13

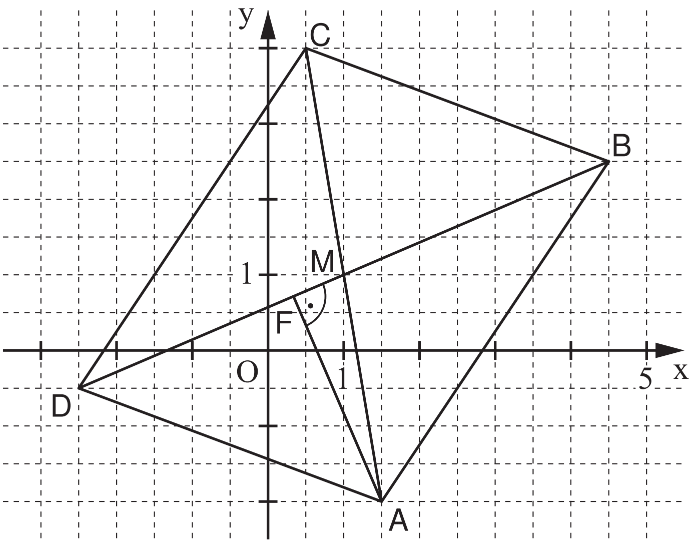
Gegeben sind die Punkte $A(1{,}5|-2)$ und $D(-2{,}5|-0{,}5)$. Der Punkt $M(1|1)$ ist der Diagonalenschnittpunkt des Parallelogramms ABCD.

a) Zeichne das Parallelogramm ABCD in ein Koordinatensystem und berechne die Koordinaten der Punkte B und C.

b) Jonas behauptet, dass die Dreiecke AMD und ABM den gleichen Flächeninhalt haben. Hat Jonas recht? Begründe deine Antwort.

Hinweise zur Lösung

a)



$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MC}$

$\begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C - 1 \\ y_C - 1 \end{pmatrix}$

$C(0{,}5|4)$

$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MB}$

$\begin{pmatrix} 3{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - 1 \\ y_B - 1 \end{pmatrix}$

$B(4{,}5|2{,}5)$

b) Jonas hat recht.

Die Seiten $\overline{DM}$ und $\overline{MB}$ haben die gleiche Länge. Dies gilt auch für die gemeinsame Höhe $\overline{AF}$ der beiden Dreiecke. Deshalb ist der Flächeninhalt der Dreiecke identisch. Alternative Begründung: Berechnung über Determinante

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L2) Messen

(L3) Raum und Form

(K1) Mathematisch argumentieren

(K2) Probleme mathematisch lösen

(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Aufgabe 14

Existiert ein Dreieck ABC mit folgenden Maßen? Begründe deine Antwort.

Umfang $u = 48\,\text{cm}$, $\left|\overline{AC}\right| = 24\,\text{cm}$

Hinweise zur Lösung	
Ein solches Dreieck existiert nicht, da die Summe der beiden anderen Seitenlängen nicht größer als die Länge der Seite $\overline{AC}$ ist. Somit ist die Dreiecksungleichung nicht erfüllt.	
Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L3) Raum und Form	(K1) Mathematisch argumentieren
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 15

Lena wird an der Tafel ausgefragt und soll folgende Aufgabe lösen:

Konstruiere das Dreieck ABC mit den folgenden Maßen: $a = 7\text{ cm}; \alpha = 80°; \beta = 45°$.

Stelle einen Lösungsweg dar, mit dem Lena die Aufgabe geschickt lösen kann. Verwende zur Erklärung die mathematische Fachsprache.

Hinweise zur Lösung

Lena sollte zu Beginn eine Skizze anfertigen.

Dann kann sie über die Innenwinkelsumme des Dreiecks das Winkelmaß γ berechnen.

Anschließend sollte sie bei der Konstruktion mit der Seite $\overline{BC}$ beginnen und dann die Winkel mit den Maßen γ und β antragen. Den Punkt A erhält sie als Schnittpunkt der beiden so entstehenden freien Schenkel dieser Winkel.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L3) Raum und Form	(K2) Probleme mathematisch lösen
	(K6) Kommunizieren

Aufgabe 16

Das Quadrat ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS mit der Höhe $\overline{MS}$.

Es gilt: $\left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{MS}\right| = 4\,\text{m}$.

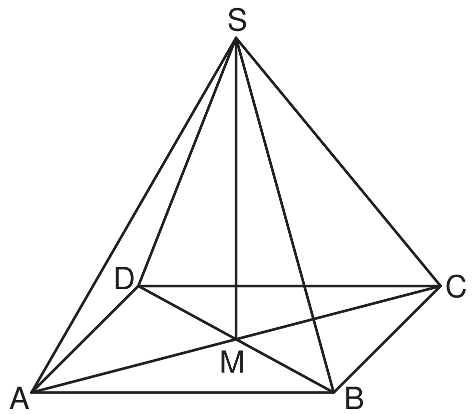
a) Zeichne das Schrägbild der Pyramide ABCDS im Maßstab 1:100, wobei die Strecke $\overline{AB}$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt B liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5;\ \omega = 45°$.

b) Begründe, weshalb das Volumen der Pyramide ABCDS kleiner als 64 m^3 sein muss.

Hinweise zur Lösung

a) 4 cm in der Zeichnung entsprechen 4 m in der Wirklichkeit.



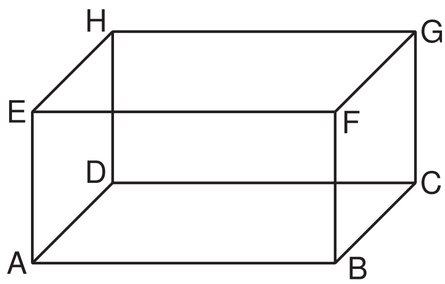
b) Das Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge 4 m beträgt 64 m^3. Die Pyramide ABCDS hat die gleiche Grundfläche wie dieser Würfel und ebenfalls eine Höhe von 4 m. Darum muss ihr Volumen kleiner als 64 m^3 sein.

Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen

(L3) Raum und Form	(K1) Mathematisch argumentieren
	(K2) Probleme mathematisch lösen
	(K4) Mathematische Darstellungen verwenden

Aufgabe 17

Gegeben ist der Quader ABCDEFGH.



a) Begründe, warum die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ in Wirklichkeit gleich lang sind, obwohl diese im Schrägbild mit unterschiedlichen Längen dargestellt werden.

b) Die Strecke $\overline{AC}$ liegt in einer Ebene, die senkrecht auf der Grundfläche ABCD steht.
Nenne drei Punkte dieser Ebene.

Hinweise zur Lösung	
a) Da die Grundfläche eines Quaders ein Rechteck ist, sind die Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ gleich lang. b) z. B.: A, C und G	
Im Vordergrund stehende mathematische Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen	
(L3) Raum und Form	(K1) Mathematisch argumentieren (K4) Mathematische Darstellungen verwenden (K6) Kommunizieren

Quellen- und Literaturangaben

Bild zu Aufgabe 2: Jochen Reckin, Bounce Ball Krefeld

Texte, weitere Bilder und Material: ISB