Bei vielen Experimenten, wie z. B. Experimenten der Physik, kann das Ergebnis mit Sicherheit vorhergesagt werden. Solche Experimente heißen kausale Experimente. Ein Stein, der nach oben geworfen wird, kehrt nach einer bestimmten Zeit mit Sicherheit wieder auf die Erde zurück. Das Experiment „Steinwurf" ist damit ein **kausales Experiment**.
Es gibt aber auch Experimente, deren Ergebnis nicht eindeutig vorhersehbar ist. Es können u. U. mehrere unterschiedliche Ergebnisse für das Experiment in Frage kommen. Das Ergebnis ist also mit einer bestimmten Unsicherheit behaftet. Ein solches Experiment heißt **Zufallsexperiment**. Für Zufallsexperimente kann somit keine Gleichung angegeben werden, mit der das Ergebnis vorher berechnet werden kann.
Ein Zufallsexperiment liegt vor, wenn gilt:

- Das Experiment ist beliebig oft unter gleichen Bedingungen durchführbar.
- Die möglichen Ergebnisse können eindeutig angegeben werden.
- Es ist nicht voraussagbar, welche der möglichen Ergebnisse des Experiments eintreten.

Wenn bei einem Zufallsexperiment alle möglichen Ergebnisse mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten, spricht man von einem **Laplace-Experiment**. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung kann über das Ergebnis **eines bestimmten, einzelnen Zufallsexperiments** keine verlässlichen Aussagen liefern. Wir wollen uns in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, ausgehend von Zufallsexperimenten aus den vorherigen Jahrgangsstufen, vorwiegend auf **Laplace-Experimente** beschränken und von dem aus der Jahrgangsstufe 7 bekannten Gesetz der großen Zahlen zur **Laplace-Wahrscheinlichkeit** übergehen.

Führe mit zwei weiteren Mitspielern folgendes Münzwurfspiel durch:

Nehmt zwei 1-Cent-Münzen, legt diese in einen Becher, schüttelt den Becher und kippt dann die Münzen auf den Tisch. Spieler A erhält einen Punkt, wenn zweimal Zahl, Spieler B einen Punkt, wenn einmal Zahl und Spieler C einen Punkt, wenn keine Zahl geworfen wird. Das Spiel hat der gewonnen, der nach einer bestimmten Anzahl von Würfen die meisten Gewinnpunkte erreicht hat.

Führt dieses Spiel mit insgesamt 50 Würfen durch und ermittelt mit einer Strichliste die absoluten Häufigkeiten für „zweimal Zahl", „einmal Zahl" und „keinmal Zahl".

Rupert, Birgit und Sabine haben folgendes Ergebnis erzielt:

	Rupert „zweimal Zahl"	Birgit „einmal Zahl"	Sabine „keinmal Zahl"
Absolute Häufigkeit	13	20	17

„Einmal Zahl" tritt am häufigsten auf. Das Spiel hat Birgit gewonnen. Zweiter Sieger ist Sabine.

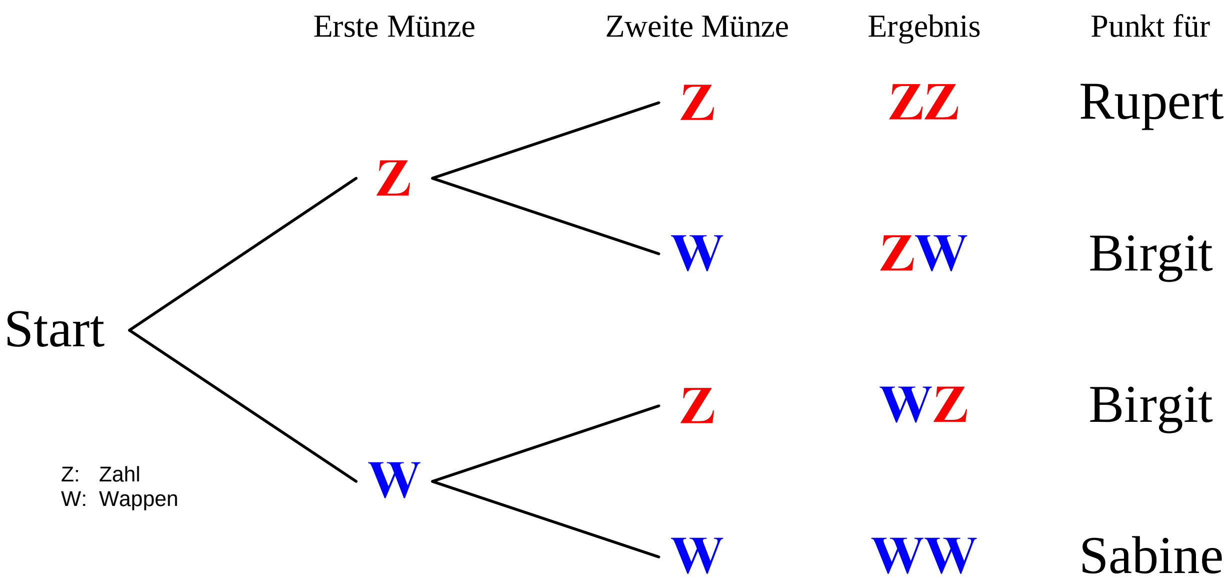
Führt nun das Spiel mit insgesamt 200 Würfen durch und ermittelt wieder die absoluten Häufigkeiten für „zweimal Zahl", „einmal Zahl" und „keinmal Zahl".

Mögliches Ergebnis bei 200 Würfen:

	Rupert „zweimal Zahl“	Birgit „einmal Zahl“	Sabine „keinmal Zahl“
Absolute Häufigkeit	52	100	48

„Einmal Zahl“ tritt wieder am häufigsten auf. Das Spiel hat wieder Birgit gewonnen. Zweiter Sieger ist diesmal Rupert.

Wir wollen nun herausfinden, welcher Spieler die größte Gewinnchance hat. Dazu erstellen wir ein Baumdiagramm, an dem man die Ergebnisse für das Münzwurfspiel leicht abzählen kann.



Aus dem Diagramm kann man ablesen, dass es vier mögliche Ergebnisse gibt. Bei jedem Wurf treten die Ergebnisse ZZ, ZW, WZ und WW jeweils mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf. Da Birgit bei ZW und bei WZ gewinnt, ist ihre Gewinnchance doppelt so groß wie die ihrer Mitspieler.

Dieser Sachverhalt lässt sich auch zahlenmäßig ausdrücken. Dazu ist es nötig, ein paar Begriffe einzuführen. Alle verschiedenen möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments bilden zusammen den **Ergebnisraum Ω**. Der Ergebnisraum Ω beim durchgeführten Spiel ist demnach $\Omega = \{ZZ; ZW; WZ; WW\}$.

Beispiele:

- Der Ergebnisraum des Münzwurfs mit **einer Münze** ist $\Omega = \{Z; W\}$.
- Der Ergebnisraum beim „**Werfen eines Würfels**“ ist $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Im Folgenden werden nun weitere Begriffe mit Hilfe des Zufallsexperiments „Werfen eines Würfels“ eingeführt.

Beim Spiel „Mensch ärgere dich nicht“ benötigt man eine Sechs, damit man eine Spielfigur einsetzen darf. Wirft man „keine Sechs“, darf man nicht einsetzen. „Keine Sechs“ bedeutet, dass man die Ergebnisse 1, 2, 3, 4 oder 5 wirft. Diese Ergebnisse können als zusammengehörig betrachtet werden. Deshalb fasst man sie zu einer Menge E „keine Sechs“ zusammen. Diese Menge E nennt man das **Ereignis „keine Sechs“** und schreibt dafür $\mathbf{E = \{1; 2; 3; 4; 5\}}$.

Beispiele:

- Das Ereignis E_1 „gerade Zahl“ ist beim Würfeln die Menge $E_1 = \{2;4;6\}$.
- Das Ereignis E_2 „Primzahl“ die Menge $E_2 = \{2;3;5\}$.

Ein **Ereignis E ist eine Teilmenge des Ergebnisraums Ω.** Jede Teilmenge des Ergebnisraums ist ein Ereignis.

Betrachtet man das Ereignis E_3 „die 6 ist gefallen“, so enthält das Ereignis $E_3 = \{6\}$ nur ein einziges Element. Ein derartiges Ereignis heißt **Elementarereignis.**

Zum Ereignis E_1 „gerade Zahl“ bildet das Ereignis „ungerade Zahl“ das **Gegenereignis** $\overline{E_1}$.
Zum Ereignis E_1 „gerade Zahl“ ist $\overline{E_1} = \{1;3;5\}$.
Das Gegenereignis zu E_2 „Primzahl“ ist $\overline{E_2} = \{1;4;6\}$.
Es gilt: $E \cup \overline{E} = \Omega$ und $E \cap \overline{E} = \emptyset$.

- Gib das Gegenereignis zu E_3 „die 6 ist gefallen“ an.

Das Ereignis E_4 „es fällt eine Zahl zwischen 1 und 6“ tritt beim Würfeln immer ein. Deshalb ist E_4 ein **sicheres Ereignis** und man erhält $E_4 = \{1;2;3;4;5;6\} = \Omega$.
Das Gegenereignis zu E_4 „es fällt keine Zahl zwischen 1und 6“ tritt beim Würfeln nie ein. So ein Ereignis heißt **unmögliches Ereignis**: $\overline{E_4} = \emptyset$.

Die **Laplace-Experimente** sind nach dem französischen Mathematiker Pierre Simon Laplace (1749 – 1827) benannt. Er hatte die Idee, Regeln für das Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten für derartige Zufallsversuche aufzustellen. Danach wird die Wahrscheinlichkeit P für das Eintreten eines Ereignisses E definiert durch

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der Elemente von E}}{\text{Anzahl der Elemente von }\Omega} \qquad P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|}.$$

Der Buchstabe P für die Wahrscheinlichkeit kommt aus der lateinischen Übersetzung **p**robabilitas; im Englischen wurde dies zu probability.

Diese neuen Begriffe lassen sich nun auf unser Eingangsbeispiel **Münzwurfspiel** anwenden:
Das Ereignis E_1 „zweimal Zahl“ ist somit $E_1 = \{ZZ\}$, das Ereignis E_2 „einmal Zahl“ ist $E_2 = \{ZW; WZ\}$ und das Ereignis E_3 „keine Zahl“ ist $E_3 = \{WW\}$. E_1 und E_3 sind demnach auch Elementarereignisse.

In unserem Beispiel ergibt sich damit für die Wahrscheinlichkeit des Eintritts der Ereignisse „zweimal Zahl“, „einmal Zahl“ und „keinmal Zahl“:

$$P(E_1) = \frac{|E_1|}{|\Omega|} \qquad P(E_1) = \frac{1}{4} \qquad P(E_1) = 0{,}25 \qquad P(E_1) = 25\%$$

$$P(E_2) = \frac{|E_2|}{|\Omega|} \qquad P(E_2) = \frac{2}{4} \qquad P(E_2) = 0{,}50 \qquad P(E_2) = 50\%$$

$$P(E_3) = \frac{|E_3|}{|\Omega|} \qquad P(E_3) = \frac{1}{4} \qquad P(E_3) = 0{,}25 \qquad P(E_3) = 25\%.$$

Ergebnis: Rupert und Sabine gewinnen mit einer Wahrscheinlichkeit von 25%, Birgit gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von 50%.

Die Zahlenwerte für Wahrscheinlichkeiten liegen zwischen 0 und 1: $0 \leqq P(E) \leqq 1$.

In der Tabelle sind die relativen Häufigkeiten für das Auftreten „zweimal Zahl“, „einmal Zahl“ und „keinmal Zahl“ des durchgeführten Münzwurfspiels dargestellt.

Anzahl der Würfe	Relative Häufigkeit für das Auftreten von „zweimal Zahl“	Relative Häufigkeit für das Auftreten von „einmal Zahl“	Relative Häufigkeit für das Auftreten von „keinmal Zahl“
50	$\frac{13}{50} = 0,26$	$\frac{20}{50} = 0,40$	$\frac{17}{50} = 0,34$
200	$\frac{52}{200} = 0,26$	$\frac{100}{200} = 0,50$	$\frac{48}{200} = 0,24$

Im Vergleich dazu die berechneten Wahrscheinlichkeiten.

Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von „zweimal Zahl“	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von „einmal Zahl“	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von „keinmal Zahl“
$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{2}{4} = 0,50$	$\frac{1}{4} = 0,25$

Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines bestimmten Ereignisses kann durchaus vom Versuchsausgang abweichen. Aus der Jahrgangsstufe 7 wissen wir aber, dass sich bei einer genügend hohen Anzahl von Versuchen die relative Häufigkeit dem Wert der errechneten Wahrscheinlichkeit annähert.

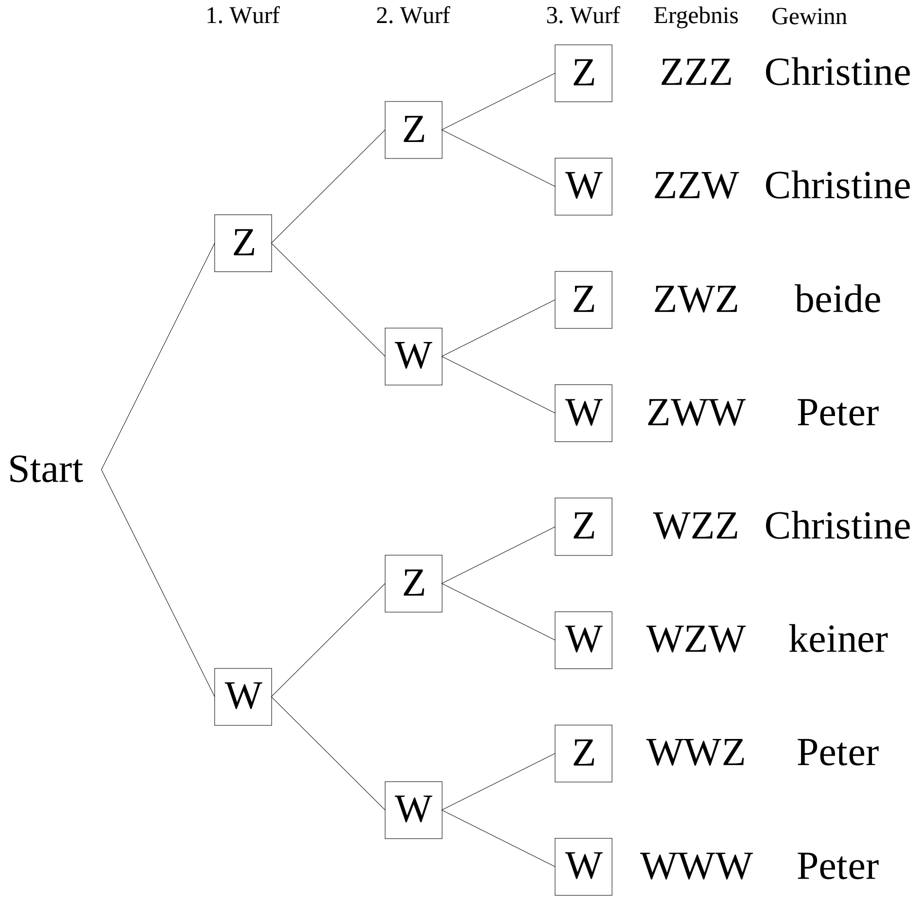
Zusammenfassung:

- Jeden möglichen Ausgang eines Zufallsexperiments nennt man **Ergebnis.**
- Die Menge aller verschiedenen möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments bilden zusammen den **Ergebnisraum Ω**.
- Jede Teilmenge des Ergebnisraums heißt **Ereignis E**.
- Ein Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind, heißt **Laplace-Experiment**.
- Für Laplace-Experimente gilt:
  Die Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses E ist festgelegt durch:

  $$P(E) = \frac{\text{Anzahl der Elemente von E}}{\text{Anzahl der Elemente von } \Omega} \qquad P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|}$$

  mit $0 \leqq P(E) \leqq 1$.

Beispiel: Christine und Peter werfen jeweils nacheinander dreimal eine Münze. Die Münze soll nie auf dem Rand stehen bleiben und somit immer Zahl (Z) oder Wappen (W) zeigen. Christine erhält einen Punkt, wenn insgesamt mindestens zweimal die Zahl oben liegt, Peter erhält einen Punkt, wenn beim zweiten Wurf das Wappen oben liegt. Wer hat die besseren Gewinnaussichten?
Zur Ermittlung aller möglichen Kombinationen von Z und W eignet sich ein Baumdiagramm.



Aus dem Baumdiagramm ist ersichtlich, dass beide die gleichen Gewinnchancen haben. Dies lässt sich auch rechnerisch bestätigen.

Ergebnisraum $\Omega = \{ZZZ; ZZW; ZWZ; ZWW; WZZ; WZW; WWZ; WWW\}$ mit $|\Omega| = 8$.

Für das Ereignis „mindestens zweimal Zahl" gilt: $E_1 = \{ZZZ; ZZW; ZWZ; WZZ\}$.
Für das Ereignis „zweiter Wurf ist Wappen" gilt: $E_2 = \{ZWZ; ZWW; WWZ; WWW\}$.
Damit ist $|E_1| = |E_2| = 4$.
Somit gilt für die Wahrscheinlichkeit P für das Eintreten der Ereignisse E_1 und E_2:

$P(E_1) = \frac{4}{8}$ bzw. $P(E_1) = 0{,}50$ und $P(E_2) = \frac{4}{8}$ bzw. $P(E_2) = 0{,}50$.

Für das Ereignis „Christine gewinnt und Peter verliert" gilt: $E_3 = \{ZZZ; ZZW; WZZ\}$ und damit für die Wahrscheinlichkeit P für das Eintreten von E_3: $P(E_3) = \frac{3}{8}$ bzw. $P(E_3) = 0{,}375$.

Aufgabe 1:
a) Zwei Würfel werden geworfen und die Augensumme wird jeweils notiert.
Warum ist dies kein Laplace-Experiment?
Gib den Ergebnisraum Ω für dieses Experiment an.
b) In einer Urne mit vier roten, drei blauen und fünf grünen Kugeln soll eine Kugel blind gezogen werden.
Warum ist dies kein Laplace-Experiment?
Gib den Ergebnisraum Ω an.
c) Ein Zufallsversuch mit Spielkarten hat den Ergebnisraum $\Omega = \{\text{Karo}; \text{Herz}; \text{Pik}; \text{Kreuz}\}$.
Beschreibe ein mögliches Laplace-Experiment.
d) Ein Zufallsversuch hat den Ergebnisraum $\Omega = \{\text{ZZ}; \text{ZW}; \text{WZ}; \text{WW}\}$.
Beschreibe ein mögliches Laplace-Experiment.

Aufgabe 2: Zwei Würfel werden geworfen. Gib die Elemente des Ereignisses E an.
a) E: „Die Augensumme ist durch 3 teilbar“.
b) E: „Die Augensumme ist eine Primzahl“.
c) E: „Die Augensumme ist eine Quadratzahl“.
d) E: „Die Augensumme ist die Zahl 1“.
e) E: „Die Augensumme ist fünf“.
f) E: „Die Augensumme ergibt eine Zahl zwischen 2 und 12“.

Aufgabe 3: Der Ergebnisraum $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ und das Ereignis $E = \{1; 3; 5\}$ sind bekannt. Beschreibe ein mögliches Zufallsexperiment sowie ein passendes Ereignis.

Aufgabe 4: Bei einer Umfrage wurde festgestellt, dass die Schülerinnen und Schüler einer Schule entweder mit **ö**ffentlichen Verkehrmitteln oder mit dem **F**ahrrad oder zu F**u**ß kommen.
Gib den Ergebnisraum Ω an.

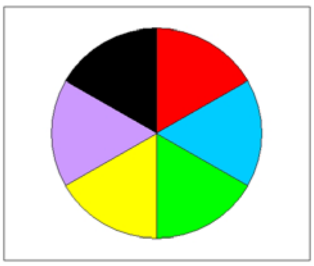
Aufgabe 5: Aus den 6 Kärtchen wird eine Karte gezogen.

F	**E**	**R**	**I**	**E**	**N**

Gib den Ergebnisraum Ω und das Ereignis E „der gezogene Buchstabe ist ein Vokal“ an.

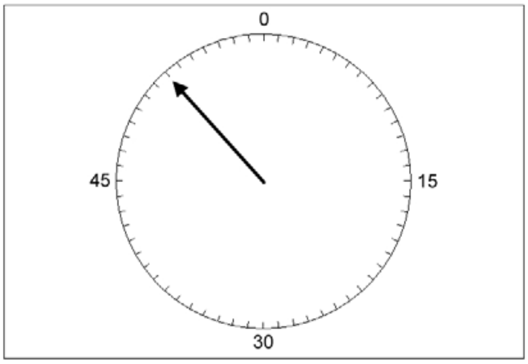
Aufgabe 6: Sibylle wirft eine Münze dreimal; dabei fällt mindestens zweimal „Zahl“.
Beschreibe das Ereignis als Menge.

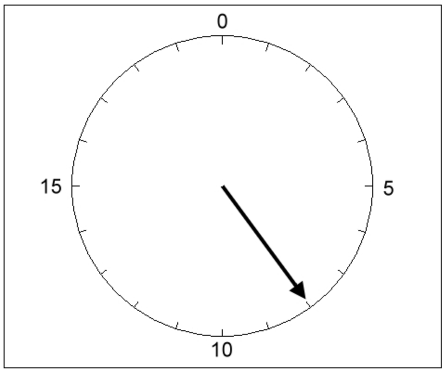
Aufgabe 7: An dem Glücksrad wird gedreht.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis
a) „grün gewinnt“.
b) „schwarz, rot und grün gewinnt“.



Aufgabe 8: An dem Glücksrad wird gedreht.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis
a) „die 7 gewinnt“?
b) „gerade Zahl gewinnt“?
c) „Primzahl gewinnt“?
d) „2 und 5 gewinnt“?

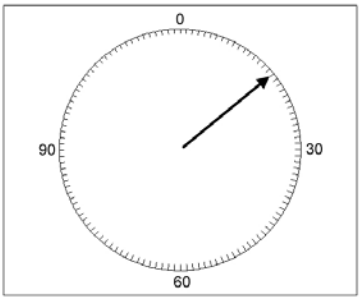
Aufgabe 9: Beim diesjährigen Schulfest werden Spiele angeboten, bei denen Preise zu gewinnen sind. Die Klasse 8a und 8b haben unterschiedliche Glücksräder gebaut.
Auf dem Glücksrad der Klasse 8a sind Zahlen von 0 bis 59 notiert. Es gewinnen alle Zahlen, die ein Vielfaches von 11 sind.
Auf dem Glücksrad der Klasse 8b sind die Zahlen von 0 bis 19 notiert. Es gewinnen alle Zahlen, die ein Vielfaches von 5 sind.
Begründe, mit welchem Rad du spielen würdest.





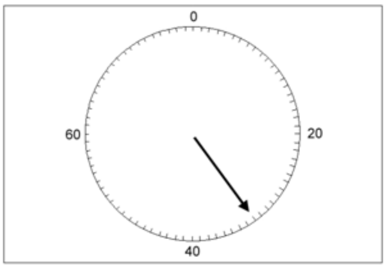
Aufgabe 10: Ordne die Glücksräder nach ihren Gewinnchancen.

A



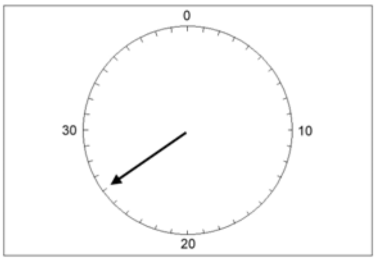
Alle Vielfachen von 11 gewinnen.

B



Alle Vielfachen von 13 gewinnen.

C



Alle Zahlen mit Quersumme 7 gewinnen.

Aufgabe 11: a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 7 als erste Zahl bei der Ziehung der Lottozahlen 6 aus 49 gezogen wird?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die erste gezogene Zahl ungerade?
c) Bei der Ziehung der Lottozahlen wurden bereits die Kugeln mit 11; 15; 29 und 30 gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird als nächste Zahl die 1 gezogen?

Aufgabe 12: In einem Korb befinden sich Lose: 30 rote, 20 orange, 35 grüne, 25 blaue und 10 gelbe. 80% der Lose sind Nieten, anteilsmäßig auf die einzelnen Farben gleich verteilt.
Ermittle die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:
a) „Das erste gezogene Los ist ein Gewinn“.
b) „Das erste gezogene Los ist eine Niete“.
c) „Das erste gezogene Los ist grün und ein Gewinn“.

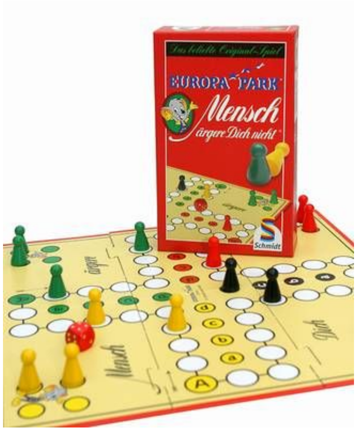
Aufgabe 13: In einer Lostrommel sind 500 Lose. Die Hälfte der Lose sind Nieten. 20% des Restes sind Gewinne, die restlichen Lose sind Trostpreise.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das erste gezogene Los
a) ein Gewinn?
b) eine Niete?
c) ein Trostpreis?
d) keine Niete?

Aufgabe 14: Die „kurze Karte“ des Schafkopfspiels besteht aus 24 Karten. Die sechs verschiedenen Kartentypen bilden die „9“, „10“, „Unter“, „Ober“, „König“ und „Ass“. Sie gibt es jeweils in den Farben „Schelle“, „Eichel“, „Herz“ und „Grün“.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt du beim verdeckten Ziehen folgende Karten:
a) „Herz“?
b) „Eichel Ober“?
c) „Grün“ oder „Schelle“?
d) „9“, „10“ oder „König“?
e) „Schelle“, aber keine „Ass“.

Aufgabe 15: Eine Münze wird dreimal geworfen.

a) Führe das Experiment 20-mal durch und notiere jeweils das Ergebnis. Wie oft lag bei allen drei Würfen die gleiche Münzseite oben?
b) Bestimme mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, dass bei allen drei Würfen die gleiche Münzseite oben liegt.

Aufgabe 16: Ein Mitspieler darf seine erste Spielfigur nur dann einsetzen, wenn er eine „6“ würfelt.



a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim ersten Wurf eine „6“ gewürfelt wird?
b) Ermittle mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine „6“ innerhalb von zwei Versuchen gewürfelt wird.
c) Sibylles gelber Stein steht vier Felder hinter Karls grünem Stein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sibylle beim nächsten Wurf Karls Stein werfen kann?

Aufgabe 17: Beim Roulettspiel bleibt die Kugel auf einem der 37 Felder liegen. Diese Felder sind von 0 bis 36 durchnummeriert. 18 Felder sind rot, 18 Felder sind schwarz und das Feld mit der Zahl 0 ist grün.
Ermittle die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

a) Die Kugel bleibt bei der Zahl 15 liegen.
b) Die Kugel fällt auf eine ungerade Zahl.
c) Die Kugel fällt auf eine Primzahl.
d) Die Kugel kommt auf einem Feld zu liegen, das rot markiert ist.

Aufgabe 18: Zeichne ein Glücksrad mit acht gleich großen Feldern und färbe sie so ein, dass beim Drehen folgende Gewinnchancen bestehen:

„Blau“: 0,125
„Gelb“: 0,25
„Rot“: 0,5
„Weiß“: Rest der Fläche.

Lösungen

Arbeitsauftrag Seite 3: Das Gegenereignis zu E_3 lautet: $\overline{E_3} = \{1;2;3;4;5\}$.

Arbeitsauftrag Seite 4: $\overline{E_1} = \{ZW; WZ; WW\}$,
$\overline{E_2} = \{ZZ; WW\}$,
$\overline{E_3} = \{ZZ; ZW; WZ\}$.

Aufgabe 1:
a) Es handelt sich nicht um ein Laplace-Experiment, da z. B. die Augensumme 2 $(1;1)$ nur einmal, die Augensumme 5 $(1;4)$, …, $(4;1)$ dagegen mehrmals vorkommt.
$\Omega = \{2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12\}$.
b) Es handelt sich nicht um ein Laplace-Experiment, da z. B. die Wahrscheinlichkeit, eine grüne Kugel zu ziehen, höher ist als die Wahrscheinlichkeit, eine blaue Kugel zu ziehen.
$\Omega = \{\text{rot}; \text{blau}; \text{grün}\}$.
c) Z. B.: Aus den Skatspielkarten wird eine Karte blind gezogen.
d) Der Zufallsversuch könnte das zweimalige Werfen einer Münze sein.

Aufgabe 2:
a) $E = \{3;6;9;12\}$.
b) $E = \{2;3;5;7;11\}$.
c) $E = \{1;4;9\}$.
d) $E = \emptyset$.
e) $E = \{5\}$.
f) $E = \{3;4;5;6;7;8;9;10;11\}$.

Aufgabe 3: Das Zufallsexperiment könnte das Werfen eines Würfels sein,
das Ereignis E: „Die geworfene Zahl ist ungerade“.

Aufgabe 4: $\Omega = \{\text{ö}; F; u\}$.

Aufgabe 5: $\Omega = \{F; E; R; I; N\}$ und $E = \{E; I\}$.

Aufgabe 6: $E = \{ZZZ; ZZW; ZWZ; WZZ\}$.

Aufgabe 7:
a) $P(E) = \frac{1}{6}$ $P(E) = 0{,}17$.
b) $P(E) = \frac{3}{6}$ $P(E) = 0{,}50$.

Aufgabe 8:
a) $P(E) = \frac{1}{8}$ $P(E) = 0{,}125$.
b) $P(E) = \frac{4}{8}$ $P(E) = 0{,}50$.
c) $P(E) = \frac{4}{8}$ $P(E) = 0{,}50$.
d) $P(E) = \frac{2}{8}$ $P(E) = 0{,}25$.

Aufgabe 9:

	Klasse 8a	Klasse 8b
Ergebnisraum Ω	$\{0;1;2;...;59\}$	$\{0;1;2;...;19\}$
Ereignis E	$\{11;22;33;44;55\}$	$\{5;10;15\}$
$\lvert\Omega\rvert$	60	20
$\lvert E\rvert$	5	3
P(E)	$\frac{5}{60}=0,083$	$\frac{3}{20}=0,15$

Beim Glücksrad der Klasse 8a hat man eine Gewinnwahrscheinlichkeit von 8,3%, beim Glücksrad der Klasse 8b eine Gewinnwahrscheinlichkeit von 15%.
Ich würde daher am Glücksrad der Klasse 8b spielen.

Aufgabe 10:

	A	B	C
Ergebnisraum Ω	$\{0;1;2;...;119\}$	$\{0;1;2;...;79\}$	$\{0;1;2;...;39\}$
Ereignis E	$\{11;22;33;44;55;$ $66;77;88;99;110\}$	$\{13;26;39;52;65;$ $78\}$	$\{7;16;25;34\}$
$\lvert\Omega\rvert$	120	80	40
$\lvert E\rvert$	10	6	4
P(E)	$\frac{5}{60}=0,083$	$\frac{6}{80}=0,075$	$\frac{4}{40}=0,10$

C hat die höchste, A die zweithöchste und B die niedrigste Gewinnchance.

Aufgabe 11: a) $|\Omega|=49$ $|E|=1$ $P(E)=\frac{1}{49}$ $P(E)=0,020$.

b) $|\Omega|=49$ $|E|=25$ $P(E)=\frac{25}{49}$ $P(E)=0,51$.

c) $|\Omega|=45$ $|E|=1$ $P(E)=\frac{1}{45}$ $P(E)=0,022$.

Aufgabe 12: a) Im Korb befinden sich 120 Lose:
20% der 120 Lose sind Gewinne: 24 Lose.
Wahrscheinlichkeit, dass das erste gezogene Los ein Gewinn ist: $\frac{24}{120}=0,20$.

b) Das Ereignis „Niete“ ist das Gegenereignis zum Ereignis „Gewinn“:
$P\left(\overline{E}\right)=1-0,20$ $P\left(\overline{E}\right)=0,80$.

c) Wahrscheinlichkeit, dass das erste gezogene Los grün ist: $\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$.

20% von $\frac{7}{24}$ sind Treffer: $\frac{7}{24}\cdot 0,20=0,058$

oder:

Es gibt $0,20\cdot 35=7$ „grüne“ Treffer:

$P(E)=\frac{7}{120}$ $P(E)=0,058$.

Aufgabe 13 a) $|\Omega| = 500$

20% von 250 Losen sind Gewinne:

$|E| = 50$ $\quad P(E) = \frac{50}{500}$ $\quad P(E) = 0{,}10$ $\quad P(E) = 10\%$.

b) 250 Lose sind Nieten:

$|E| = 250$ $\quad P(E) = \frac{250}{500}$ $\quad P(E) = 0{,}50$ $\quad P(E) = 50\%$.

c) 200 Lose sind Trostpreise:

$|E| = 200$ $\quad P(E) = \frac{200}{500}$ $\quad P(E) = 0{,}40$ $\quad P(E) = 40\%$.

d) 250 Lose sind keine Nieten:

$|E| = 250$ $\quad P(E) = \frac{250}{500}$ $\quad P(E) = 0{,}50$ $\quad P(E) = 50\%$

oder:

Das Ereignis „keine Niete” ist das Gegenereignis zum Ereignis „Niete”:

$P(\text{keine Niete}) = 1 - 0{,}50$ $\quad P(\text{keine Niete}) = 0{,}50$.

Aufgabe 14: a) $|\Omega| = 24$ $\quad |E| = 6$ $\quad P(E) = \frac{6}{24}$ $\quad P(E) = 0{,}25$.

b) $|\Omega| = 24$ $\quad |E| = 1$ $\quad P(E) = \frac{1}{24}$ $\quad P(E) = 0{,}042$.

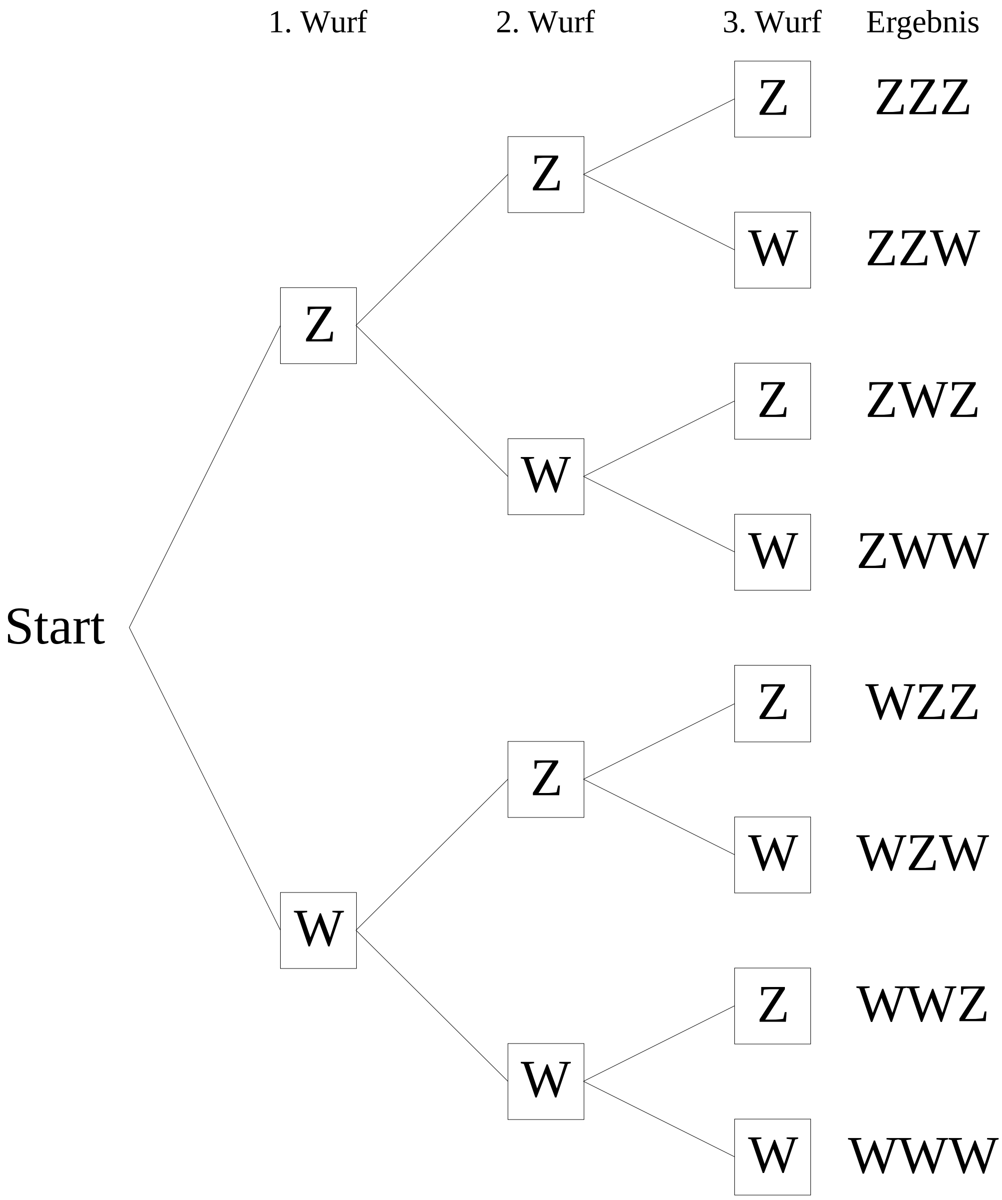
c) $|\Omega| = 24$ $\quad |E| = 12$ $\quad P(E) = \frac{12}{24}$ $\quad P(E) = 0{,}50$.

d) $|\Omega| = 24$ $\quad |E| = 12$ $\quad P(E) = \frac{12}{24}$ $\quad P(E) = 0{,}50$.

e) $|\Omega| = 24$ $\quad |E| = 5$ $\quad P(E) = \frac{5}{24}$ $\quad P(E) = 0{,}21$.

Aufgabe 15 a) (offen)

b)

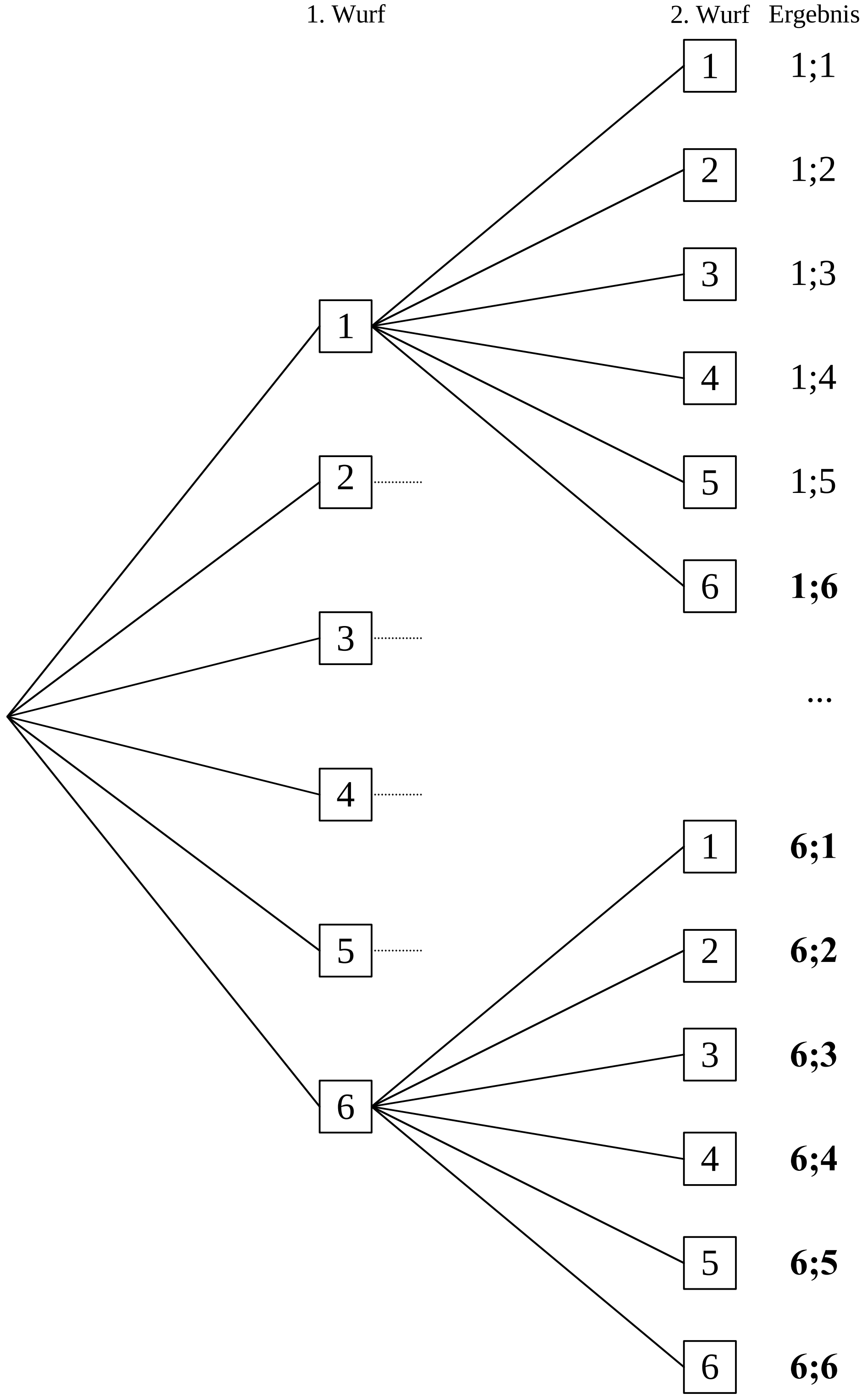


Wahrscheinlichkeit, dass jeweils die gleiche Münzseite oben liegt:

$|\Omega| = 8$ $|E| = 2$ $P(E) = \frac{2}{8}$ $P(E) = 0{,}25$.

Aufgabe 16: a) $|\Omega| = 6$ $|E| = 1$ $P(E) = \frac{1}{6}$ $P(E) = 0{,}17$.

b)



$|\Omega| = 6 \cdot 6$ $|\Omega| = 36$ $|E| = 11$ $P(E) = \frac{11}{36}$ $P(E) = 0{,}31$.

c) $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ $E = \{5\}$

$|\Omega| = 6$ $|E| = 1$ $P(E) = \frac{1}{6}$ $P(E) = 0{,}17$.

Aufgabe 17: a) $|\Omega| = 37$ $|E| = 1$ $P(E) = \frac{1}{37}$ $P(E) = 0{,}027$.

b) $|\Omega| = 37$ $|E| = 18$ $P(E) = \frac{18}{37}$ $P(E) = 0{,}49$.

c) $|\Omega| = 37$ $|E| = 11$ $P(E) = \frac{11}{37}$ $P(E) = 0{,}30$.

d) $|\Omega| = 37$ $|E| = 18$ $P(E) = \frac{18}{37}$ $P(E) = 0{,}49$.

Aufgabe 18: