1 Durchführung und Auswertung von Zufallsexperimenten; Baumdiagramm und relative Häufigkeit

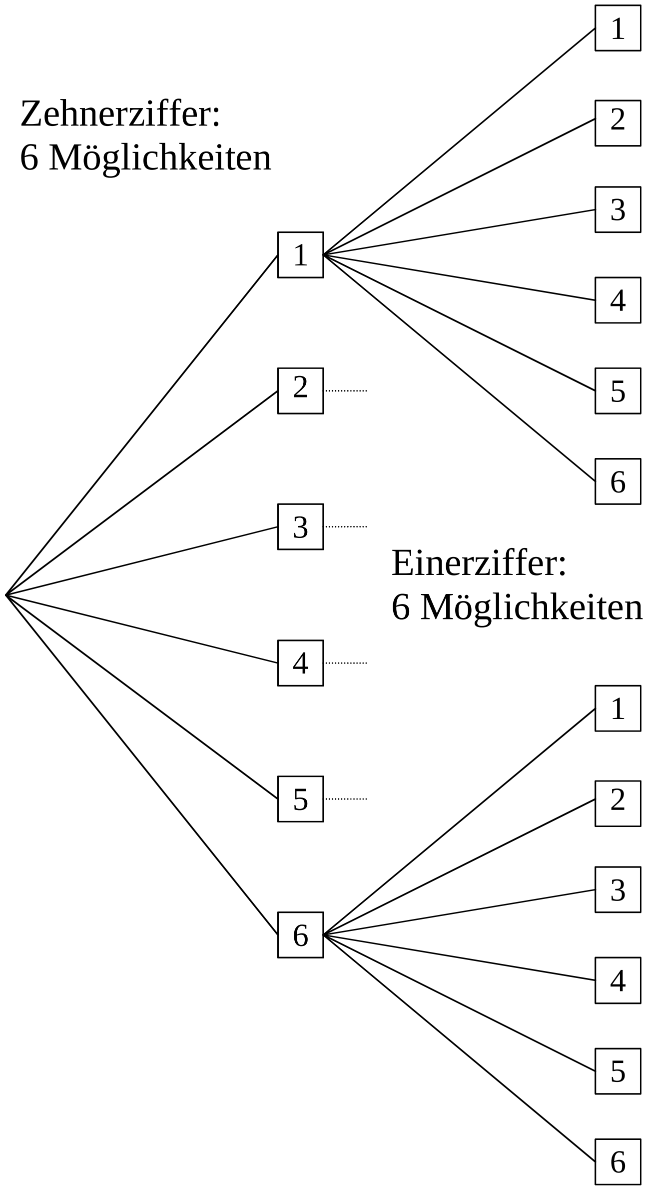
In Partnerarbeit wird ein Zufallsexperiment „Zweimaliges Werfen eines Würfels“ durchgeführt. Dabei soll das Ergebnis des ersten Wurfes die Zehnerziffer und das Ergebnis des zweiten Wurfes die Einerziffer einer zweistelligen Zahl sein. Eine Gruppe führt diesen Versuch 50-mal, eine zweite Gruppe 200-mal durch.

Folgende Ergebnisse sollen betrachtet werden.

a) Wie oft wurde eine Zahl mit gleicher Einer- und Zehnerziffer geworfen?
b) Wie oft wurde eine Zahl geworfen, bei der die Einer- und die Zehnerziffer eine ungerade Zahl ist?
c) Wie oft wurde eine Zahl geworfen, bei der die Einer- und Zehnerziffern übereinstimmen und ungerade sind?

Die Anzahl der möglichen Zahlen kann man auch mit einem Baumdiagramm ermitteln.

Für jede Zehnerziffer gibt es sechs verschiedene Kombinationen mit einer Einerziffer, somit können insgesamt $6 \cdot 6 = 36$ verschiedene Zahlen auftreten.



Eine Häufigkeitsliste für die beiden Gruppen könnte folgendermaßen aussehen:

Gruppe 1 (50 Würfe):

Gewürfelte Zahl	11	12	13	14	15	16	21	22	23	24	25	26	31	32	33	34	35	36
Absolute Häufigkeit	2	2	2	2	2	3	1	1	2				3	3			1	

Gewürfelte Zahl	41	42	43	44	45	46	51	52	53	54	55	56	61	62	63	64	65	66
Absolute Häufigkeit	1	2	1	2		1	3	3	3	2	3	1	1	1	1			1

Gruppe 2 (200 Würfe):

Gewürfelte Zahl	11	12	13	14	15	16	21	22	23	24	25	26	31	32	33	34	35	36
Absolute Häufigkeit	4	3	4	4	5	3	6	1	8	8	4	2	11	5	5	3	5	10

Gewürfelte Zahl	41	42	43	44	45	46	51	52	53	54	55	56	61	62	63	64	65	66
Absolute Häufigkeit	11	9	9	5	4	7	3	5	4	5	3	3	10	7	8	7	4	5

Damit ergeben sich für die erreichten Anzahlen (absolute Häufigkeit):

	Zahlen mit gleicher Einer- und Zehnerziffer	Zahlen mit ungerader Einer- und Zehnerziffer	Zahlen mit gleicher ungerader Einer- und Zehnerziffer
Gruppe 1	9	19	5
Gruppe 2	23	44	12

Zum Vergleich der Ergebnisse sind die **absoluten Häufigkeiten** wegen der unterschiedlichen Gesamtzahl der Würfe ungeeignet. Damit man sieht, wie oft ein Ergebnis im Verhältnis zur jeweiligen Gesamtzahl eintritt, dividiert man die absoluten Häufigkeiten durch die jeweilige Gesamtzahl und erhält damit die **relative Häufigkeit**.

$$\boxed{\textit{Relative Häufigkeit} = \frac{\textit{absolute Häufigkeit}}{\textit{Gesamtzahl}}}$$

In der Tabelle sind die absoluten und relativen Häufigkeiten für beide Gruppen 1 und 2 angegeben. Die **relativen Häufigkeiten** gibt man dabei als **Bruch**, als **Dezimalzahl** oder als **Prozentangabe** an.

Gruppe 1	gleiche Einer- und Zehnerziffer	ungerade Einer- und Zehnerziffer	gleiche ungerade Einer- und Zehnerziffer
Absolute Häufigkeit	9	19	5
Anzahl der Würfe	50	50	50
Relative Häufigkeit	$\frac{9}{50} = 0{,}18 = 18\,\%$	$\frac{19}{50} = 0{,}38 = 38\,\%$	$\frac{5}{50} = 0{,}1 = 10\,\%$

Gruppe 2	gleiche Einer- und Zehnerziffer	ungerade Einer- und Zehnerziffer	gleiche ungerade Einer- und Zehnerziffer
Absolute Häufigkeit	23	44	12
Anzahl der Würfe	200	200	200
Relative Häufigkeit	$\frac{23}{200} = 0{,}115 = 11{,}5\,\%$	$\frac{44}{200} = 0{,}22 = 22\,\%$	$\frac{12}{200} = 0{,}06 = 6\,\%$

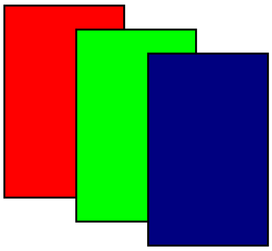
Aufgabe 1: Würfle mit einem Würfel 80-mal und notiere jeweils die geworfene Augenzahl mit Hilfe eine Strichliste. Gib dann in einer Häufigkeitstabelle die absolute und relative Häufigkeit jeder Augenzahl an. Was erwartest du aufgrund deiner Ergebnisse?

Aufgabe 2: Markus und Sibylle haben gewürfelt.

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Markus	卌 |	卌 ||	卌 卌	卌 ||||	卌 |||	卌 卌
Sibylle	卌 |	卌 |	卌 ||	卌	卌 ||	卌 ||||

a) Erstelle eine Häufigkeitstabelle mit den absoluten und relativen Häufigkeiten.
b) Welche Augenzahl wurde von Markus (Sibylle) am wenigsten (häufigsten) geworfen?
c) Markus behauptet, er habe die 2 häufiger geworfen als Sibylle. Nimm dazu Stellung.

Aufgabe 3: Drei Karten (rot, grün, blau) stehen zur Auswahl. Es werden nacheinander zwei Karten verdeckt gezogen. Nach jedem Zug wird die Karte sofort wieder zurückgelegt und es wird neu gemischt.

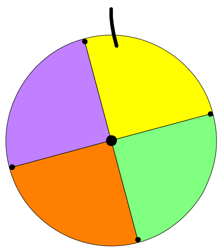


a) Ermittle mit Hilfe eines Baumdiagramms, welche Kombinationen für die Kartenpaare auftreten können.
b) Führe die Ziehung 50-mal durch und notiere jeweils das Ergebnis. Wie oft erhältst du dabei Kartenpaare mit gleicher Farbe?
c) Ermittle die relativen Häufigkeiten für die Kartenpaare mit gleicher Farbe und für die Kartenpaare mit verschiedenen Farben.

Aufgabe 4: Nimm fünf verschiedene Karten eines Kartenspiels und lass deinen Nachbarn eine Karte ziehen. Nach jeder Ziehung wird die Karte zurückgelegt und es wird neu gemischt. Notiere mithilfe einer Strichliste, wie oft eine Karte gezogen wurde. Führe die Ziehung 20-mal durch und ermittle dann die relativen Häufigkeiten der gezogenen Karten.

Aufgabe 5: Die Klasse 6a einer Realschule macht eine Erhebung, wo ihre Schülerinnen und Schüler wohnen. 55% aller Schülerinnen und Schüler wohnen außerhalb der Stadt. In der Klasse sind 40% Jungen. 20% der Schülerinnen und Schüler sind Mädchen, die auswärts wohnen. Wie hoch ist der Anteil der Mädchen, die in der Stadt wohnen?

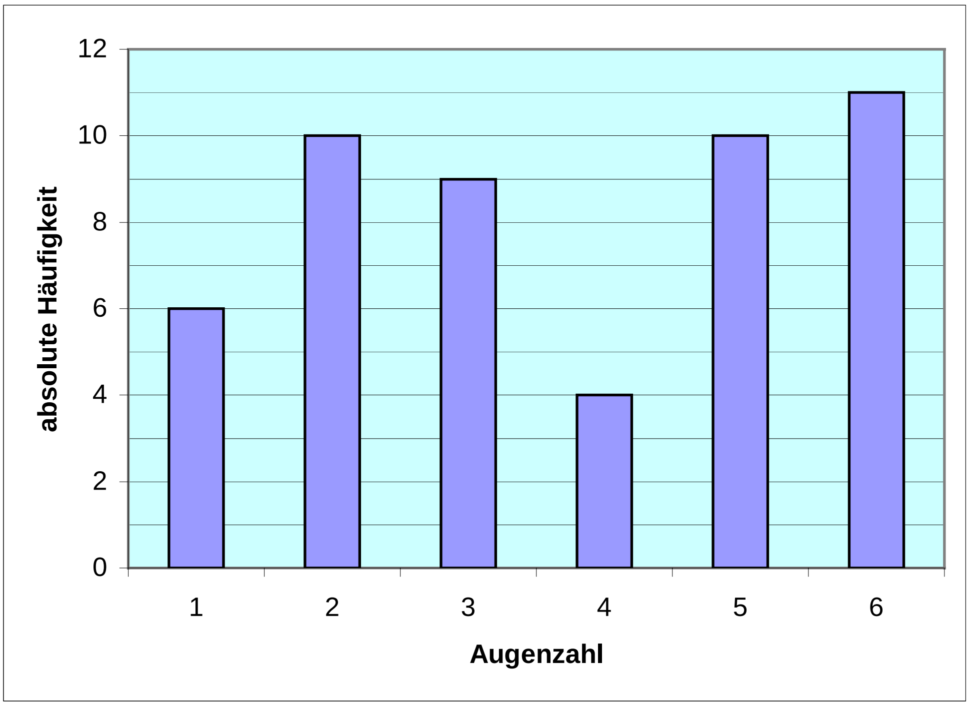
Aufgabe 6: Ein Glücksrad wurde mit folgenden Ergebnissen gedreht:
Rot: 24
Blau: 22
Grün: 26
Gelb: 28
Berechne die relativen Häufigkeiten der Einzelergebnisse.



Aufgabe 7: Tina hat gewürfelt. Die Tabelle zeigt, wie oft die einzelnen Augenzahlen aufgetreten sind. Ermittle die relativen Häufigkeiten und berechne ihre Summen.

Augenzahl	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Absolute Häufigkeit	12	15	14	10	16	13

Aufgabe 8: Ein Würfel wurde mehrmals geworfen. Die geworfene Augenzahl wurde jeweils notiert. Das Ergebnis ist in der Tabelle dargestellt.



a) Wie oft wurde mit dem Würfel geworfen?
b) Gib die relativen Häufigkeiten der einzelnen Augenzahlen an.
c) Addiere die relativen Häufigkeiten. Was stellst du fest?

Aufgabe 9: Die Klasse 6a befragte in ihrer Stadt 960 Erwachsene, welche Verkehrsmittel diese für ihre Urlaubsfahrt benutzen. In der Tabelle sind die relativen Häufigkeiten angegeben. Die Angabe für den Bus ging verloren.

Verkehrsmittel	Bahn	Bus	Flugzeug	PKW
Relative Häufigkeit	15%		20%	55%

a) Wie viel Prozent der befragten Personen fahren mit dem Bus?
b) Stelle die relativen Häufigkeiten mithilfe eines Kreisdiagramms dar.
c) Berechne die jeweiligen absoluten Häufigkeiten.

Aufgabe 10: Würfle 40-mal mit zwei Würfeln und notiere jeweils die Summe der Augenzahlen mithilfe einer Strichliste.
a) Berechne die relativen Häufigkeiten der Augensummen.
b) Addiere die relativen Häufigkeiten. Was stellt du fest?

Aufgabe 11: Lege in eine Urne bzw. einen Behälter fünf verschieden farbige Kugeln. Ziehe eine Kugel aus der Urne blind heraus, notiere die gezogene Farbe in einer Strichliste und lege die Kugel wieder zurück. Führe das Experiment 40-mal durch.
Berechne die relative Häufigkeit für jede Farbe.

Aufgabe 12: Lege in eine Urne 4 blaue, 5 rote und 1 schwarze Kugel. Ziehe eine Kugel aus der Urne blind heraus, notiere die gezogene Farbe mit einer Strichliste und lege die Kugel wieder zurück. Führe das Experiment 50-mal durch.
Berechne die relative Häufigkeit für jede Farbe.

Aufgabe 13: Führe ein Zufallsexperiment wie in Aufgabe 11 und 12 mit selbst erstellten Kugelkombinationen durch.

Aufgabe 14: Wirf zwei Münzen gleichzeitig 50-mal und notiere mit einer Strichliste, wie oft die Kombinationen „KK, ZZ und ZK“ eintreten.
Ermittle dann die relativen Häufigkeiten der möglichen Ereignisse und stelle die relativen Häufigkeiten in einem Säulendiagramm dar.

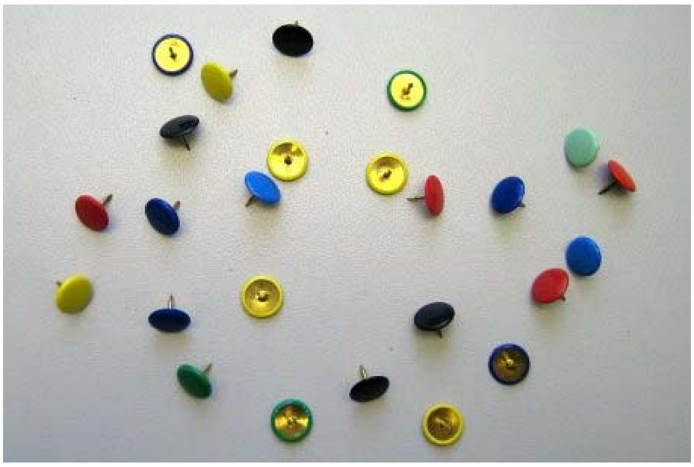
Aufgabe 15: Die Blutgruppen 0, A, B, AB treten in Mitteleuropa mit den in der Tabelle angegebenen relativen Häufigkeiten auf.

Blutgruppe	0	A	B	AB
Relative Häufigkeit	38%	42%	13%	7%

Die Bundesrepublik Deutschland hatte im Jahr 2000 rund 81 Mio. Einwohner. Berechne die absolute Häufigkeit der angegebenen Blutgruppen.

Aufgabe 16:
a) In einem Experiment (siehe Bild) wurden Reißnägel geworfen. Ermittle die relativen Häufigkeiten für die verschiedenen Lagen (Spitze S, Kopf K).

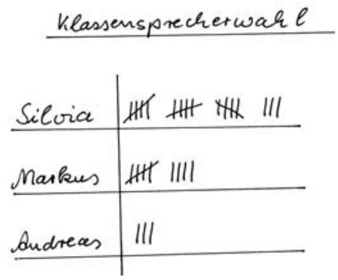
b) Führe das Experiment selbst 5-mal durch und bestimme die relativen Häufigkeiten.
Was stellst du fest?



Aufgabe 17: Spieler A und Spieler B würfeln abwechselnd jeweils 1-mal. Spieler A erhält einen Punkt, wenn er eine gerade Zahl und Spieler B einen Punkt, wenn er eine ungerade Zahl wirft. Das Spiel hat gewonnen, wer als erster 10 Punkte erreicht.
a) Führe dieses Spiel 10-mal durch und notiere, wie oft jeder der beiden Spieler gewinnt.
b) Gib die relativen Häufigkeiten der beiden Spieler für ihre Gewinne an.

Aufgabe 18: Die 32 Schülerinnen und Schüler der Klasse 6b wählten unter Leitung ihrer Klassenleiterin den Klassensprecher. Das Bild rechts zeigt das Ergebnis.

a) Wie viele gültige Stimmen wurden abgegeben?
b) Wie viel Prozent der gültigen Stimmen entfielen auf jeden der drei Bewerber?
c) Gib die Summe der relativen Häufigkeiten an.



Aufgabe 19: Der TSV Ahofen hat 900 aktive Mitglieder. Die Tabelle zeigt, in welchen Sportarten die einzelnen Mitglieder aktiv sind.

a) Ermittle für jede Sportart die relative Häufigkeit.
b) Wie viel Prozent der aktiven Mitglieder betreiben die angegebenen Sportarten?
c) Warum ist die Summe dieser Prozentwerte nicht Hundert?

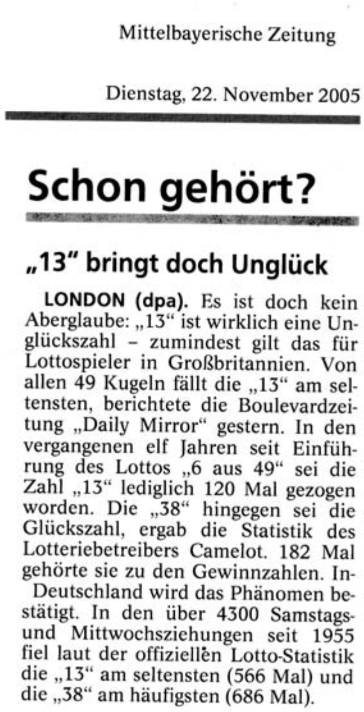
	Herren-fußball	Damen-fußball	Schwimmen	Badminton	Tennis	Step-Aerobic
Aktive Mitglieder	315	72	171	126	225	324

Aufgabe 20: Sibylle und Markus kamen nach der Auswertung einer Verkehrszählung zu der dargestellten Übersicht. Leider ist die Strichliste weg. Sibylle kann sich aber noch erinnern, dass sie 20 Lkws gezählt haben. Berechne die Anzahl der restlichen Fahrzeuge.

PKW	LKW	Bus	Moped	Fahrrad
48 %	10 %	12 %	6 %	24 %

Aufgabe 21: a) Berechne die relativen Häufigkeiten der Lottozahlen „13“ und „38“ in Großbritannien, wenn jährlich 52 Ziehungen vorgenommen wird.

b) Ermittle die relativen Häufigkeiten der Lottozahlen „13“ und „38“ bei 4300 Ziehungen in Deutschland.


Mittelbayerische Zeitung

Dienstag, 22. November 2005

Schon gehört?

„13“ bringt doch Unglück

LONDON (dpa). Es ist doch kein Aberglaube: „13“ ist wirklich eine Unglückszahl – zumindest gilt das für Lottospieler in Großbritannien. Von allen 49 Kugeln fällt die „13“ am seltensten, berichtete die Boulevardzeitung „Daily Mirror“ gestern. In den vergangenen elf Jahren seit Einführung des Lottos „6 aus 49“ sei die Zahl „13“ lediglich 120 Mal gezogen worden. Die „38“ hingegen sei die Glückszahl, ergab die Statistik des Lotteriebetreibers Camelot. 182 Mal gehörte sie zu den Gewinnzahlen. In Deutschland wird das Phänomen bestätigt. In den über 4300 Samstags- und Mittwochsziehungen seit 1955 fiel laut der offiziellen Lotto-Statistik die „13“ am seltensten (566 Mal) und die „38“ am häufigsten (686 Mal).

2 Auswertung und Interpretation von Daten unter Verwendung von Kenngrößen (Modalwert, Zentralwert, Spannweite, arithmetisches Mittel)

In der Tabelle sind die Körpergrößen von Schülerinnen und Schüler einer Klasse zusammengestellt.

Name	Körpergröße
Martin	162 cm
Nadine	151 cm
Florian	153 cm
Anna	162 cm
Thomas	149 cm
Silke	163 cm
Christoph	170 cm
Sibylle	164 cm
Markus	153 cm
Stephan	162 cm
Jennifer	163 cm
Claudia	167 cm
Tobias	165 cm
Michael	160 cm
Christina	149 cm

Auftrag 1: Gib das Maximum und das Minimum der Körpergrößen an.

Will man wissen, ob sich die Körpergrößen oder die Gewichte der Schülerinnen und Schüler stark unterscheiden, berechnet man die Differenz aus der größten und kleinsten Körpergröße: $170\text{ cm} - 149\text{ cm} = 21\text{ cm}$. Diese Differenz heißt **Spannweite**.

Die Differenz aus dem Maximum und dem Minimum einer Datenreihe heißt Spannweite.

Auftrag 2: Gib die Spannweite für die Körpergröße der Mädchen an.
Auftrag 3: Gib die Spannweite für die Körpergröße der Jungen an.

Um über große Datenmengen schnell einen Überblick zu erhalten, ist es vorteilhaft, einige wenige prägnante Werte zu haben, die solche Datenmengen möglichst gut repräsentieren. Die **Mittelwerte** sind hier besonders typische Werte einer Datenreihe. Dies kann der Wert sein, der am häufigsten auftritt, oder der Durchschnitt oder der Wert, der in der Mitte der Datenreihe liegt.

Die Häufigkeitstabelle für die Körpergrößen gibt an, wie oft eine bestimmte Körpergröße vorkommt.

Körpergröße	149 cm	151 cm	153 cm	160 cm	**162 cm**	163 cm	164 cm	165 cm	167 cm	170 cm
Häufigkeit	2	1	2	1	**3**	2	1	1	1	1

Die Körpergröße 162 cm tritt am **häufigsten** auf.
Der häufigste Wert in einer Liste (Tabelle) heißt **Modalwert.**

Auftrag 4: Gib den Modalwert für die Körpergrößen der Schülerinnen und Schüler an.

Eine zweite Möglichkeit zur Angabe eines mittleren Wertes für die Körpergröße ist der **Durchschnitt**, der auch **arithmetisches Mittel** genannt wird. Als Durchschnitt für die Körpergrößen ergibt sich:

$$\ell = \frac{(2\cdot 149+1\cdot 151+2\cdot 153+1\cdot 160+3\cdot 162+2\cdot 163+1\cdot 164+1\cdot 165+1\cdot 167+1\cdot 170)}{2+1+2+1+3+2+1+1+1+1}\ \text{cm}$$

$$\ell = \frac{(298+151+306+160+486+326+164+165+167+170)}{15}\ \text{cm}$$

$\ell = \frac{2393}{15}\ \text{cm}$ $\qquad \ell = 159{,}53\ \text{cm}$ $\qquad$ Der Durchschnitt der Körpergrößen beträgt 160 cm

Auftrag 5: Berechne das arithmetische Mittel für die Körpergröße der Schülerinnen.

Neben dem Modalwert und dem arithmetischen Mittel gibt es einen weiteren Mittelwert, bei dem nur die Stellung bzw. Lage der einzelnen Daten zueinander von Bedeutung ist.
Sortiert man die Daten für die Körpergrößen der Größe nach, so ist der Wert, der in der Mitte dieser sortierten Liste steht, ein besonderer Mittelwert. Er heißt **Zentralwert** oder **Median**.

Zur Bestimmung des Zentralwerts werden alle Körpergrößen in cm in einer Liste sortiert.

149	149	151	153	153	160	162	**162**	162	163	163	164	165	167	170

Zentralwert

Der **Zentralwert halbiert die nach der Größe sortierte Datenliste.** Für die Körpergrößen hat er den Wert 162 cm.

Der Zentralwert für die Körpergrößen in cm der Jungen ergibt sich aus der geordneten Liste.

149	153	153	160	162	162	165	170

Zentralwert

Der **Zentralwert** liegt hier in der Mitte zwischen 160 cm und 162 cm und hat damit den Wert $\frac{160+162}{2}\ \text{cm} = 161\ \text{cm}$.

Ergebnis: Bei ungerader Anzahl von Daten ist der Zentralwert die Mitte der Datenreihe. Bei gerader Anzahl von Daten wird der Zentralwert als mittlerer Wert von den beiden links und rechts stehenden Werten von der Mitte der Datenreihe bestimmt. Der Zentralwert kommt dann in der Datenreihe nicht vor.

Auftrag 6: Ermittle den Zentralwert für die Körpergrößen der Schülerinnen.

Die Schülerinnen wurden noch befragt, wie viele Haustiere sie besitzen. Das Ergebnis ist in der Tabelle dargestellt. Jennifer hat auch ihre Aquariumsfische mitgezählt.

Name	Nadine	Anna	Silke	Sibylle	Jennifer	Claudia	Christina
Anzahl d. Haustiere	2	0	2	1	48	1	2

Sortierte Datenliste:	0	1	1	2	2	2	48

Die Ermittlung der Mittelwerte ergibt:

Modalwert = 2 Zentralwert = 2 arithmetisches Mittel (d) = 7

In dieser Datenreihe liefert das arithmetische Mittel keine brauchbare Aussage. Dies tritt immer dann auf, wenn Daten nur in eine Richtung sehr extreme Werte annehmen.

Zusammenfassung:
Zur Beurteilung einer zahlenmäßigen Erhebung bietet die Statistik zur Beschreibung des „mittleren Wertes“ einer Erhebung die Kenngrößen **Modalwert**, **arithmetisches Mittel** und **Zentralwert** (**Median**) an. Welche man wählt, ist eine Frage der gewünschten Sicht auf die Wirklichkeit. Manchmal bleibt es offen, welcher Mittelwert geeigneter ist.
Mittelwerte geben eine erste Auskunft über das Ergebnis einer ganzen Gruppe, sie reduzieren aber auch die Gesamtinformation. Wenn Mittelwerte als vermeintlich objektive Vergleichgrößen verwendet werden, sollte sorgfältig geprüft werden, ob dem verwendeten Mittelwert auch die entsprechende Aussagekraft zugeschrieben werden kann.

Aufgabe 1: Der Kraftstoffverbrauch zweier Autos wurde im Stadtverkehr getestet. Nach jeder Fahrt wurde berechnet, wie viel Liter Kraftstoff jeweils für 100 km verbraucht wurden. Die Tabelle zeigt die Ergebnisse.

PKW1	5,0 ℓ	5,5 ℓ	6,1 ℓ	6,4 ℓ	7,4 ℓ	6,8 ℓ	4,6 ℓ	5,2 ℓ	7,2 ℓ	6,1 ℓ	
PKW2	5,9 ℓ	6,3 ℓ	6,4 ℓ	6,3 ℓ	5,8 ℓ	5,9 ℓ	6,3 ℓ	5,6 ℓ	5,8 ℓ	5,9 ℓ	6,3 ℓ

a) Gib für jeden PKW das Maximum, das Minimum und die Spannweite für den Kraftstoffverbrauch an
b) Ermittle jeweils den Modal- und Zentralwert sowie das arithmetische Mittel für den Kraftstoffverbrauch.

Aufgabe 2: Schülerinnen und Schüler einer Klasse wurden befragt, wie viele Stunden sie insgesamt in der Woche vor dem Fernsehapparat verbringen.

Name	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Mädchen	6,0 h	7,0 h	7,5 h	14 h	3,5 h	18 h	7,5 h	9,0 h	6,5 h
Jungen	4,5 h	27 h	12 h	8,0 h	31 h	26 h	5,5 h		

a) Wie viele Schülerinnen und Schüler nahmen an der Umfrage teil?
b) Erstelle nach Mädchen und Jungen getrennt je ein Säulendiagramm und zeichne die Mittelwerte (Zentralwert, arithmetisches Mittel) als Linie ein.

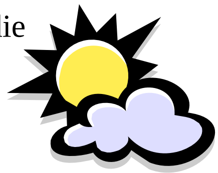
Aufgabe 3: Für den Monat August wurde die Sonnenscheindauer für jeden Tag gemessen. Es ergaben sich folgende Werte:

Tag	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
Zeit in h	5	8	7	6	8	7	3	10	5	7	6

Tag	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.
Zeit in h	7	8	9	10	4	6	7	6	3	0	10

Tag	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.
Zeit in h	7	5	8	7	6	5	7	6	5

a) Gib das Maximum, das Minimum und die Spannweite für die Sonnenscheindauer an.
b) Ermittle den Modal-, den Zentral- und den Durchschnittswert der Sonnenscheindauer.



Aufgabe 4: Am 17. Spieltag der 1. Bundesliga der Saison 2005/2006 wurden folgende Torquoten (Tore pro Spiel) erzielt:

5; 2; 2; 5; 3; 7; 0; 2; 2

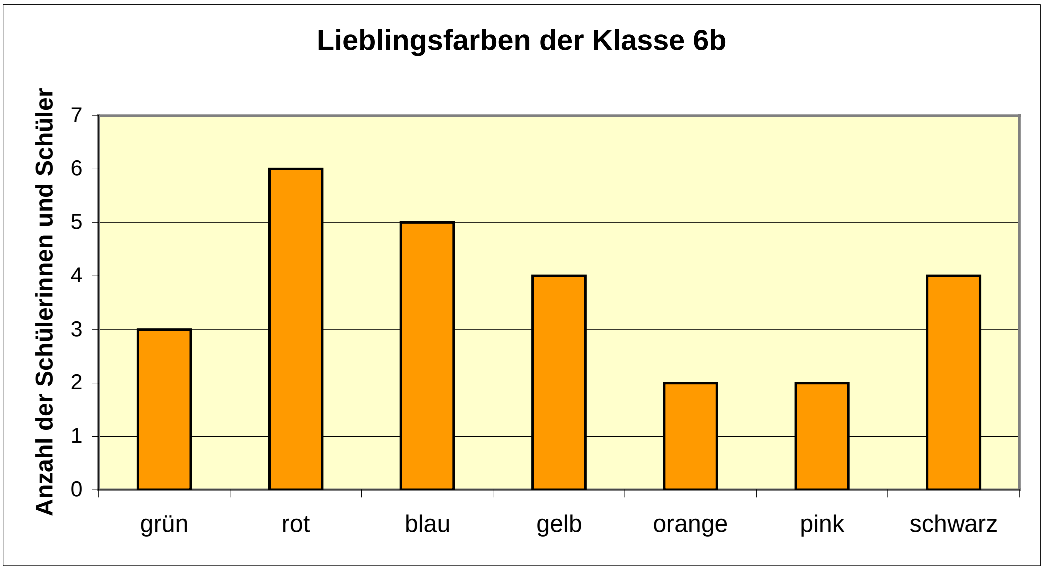
a) Wie viele Tore fielen im Durchschnitt (arithmetisches Mittel) pro Spiel?
b) Gib den Modal- und den Zentralwert für die Torquoten an.

Aufgabe 5: Die Anzahl der Fehler im Deutschdiktat der Klasse 7a wurden notiert:

6; 7; 3; 2; 10; 0; 12; 11; 9; 13; 14; 9; 5; 7; 15; 7; 7; 5; 4; 9; 19; 11; 4; 7; 0

a) Erstelle eine geordnete Liste für die Anzahl der Fehler und ermittle dann die absoluten und relativen Häufigkeiten.
b) Gib die Spannweite, das arithmetische Mittel, den Modal- und den Zentralwert für die Anzahl der Fehler an.

Aufgabe 6: Das Säulendiagramm zeigt die Lieblingsfarben der Schülerinnen und Schüler der Klasse 6b.



a) Wie viele Schülerinnen und Schüler sind in der Klasse 6b?
b) Welche Farbe entspricht dem Modalwert der Datenreihe?
c) Warum ist es unmöglich den Zentralwert und den Durchschnittswert für die Lieblingsfarbe anzugeben?

Aufgabe 7: Das Abfüllgerät für 1-kg-Packungen Zucker wird überprüft. Die Messungen ergeben folgende Werte:

Masse des Zuckers in g	985	990	995	1000	1005	1010	1015
Häufigkeit	12	8	16	6	12	14	4

a) Wie viele Packungen weichen von der Angabe 1 kg ab?
b) Gib das Maximum, das Minimum und die Spannweite der Messungen an.
c) Ermittle den Modal-, Zentral- und Durchschnittswert.

Aufgabe 8: Die Klasse 6c hat ihre Englischschulaufgabe zurückbekommen. Das Ergebnis ist in der Tabelle dargestellt.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	3	4	7	12	4	0

a) Berechne für jede Note die zugehörige relative Häufigkeit.
b) Berechne die „mittlere Note“ mithilfe des arithmetischen Mittels.
c) Gib die „mittlere Note“ mithilfe des Zentralwertes an.
d) Wie viel Prozent der Schülerinnen und Schüler haben eine schlechtere Note als befriedigend?
e) Welche der beiden Mittelwerte in b und c würde deiner Meinung nach die Leistung der Klasse am besten beschreiben?

Aufgabe 9: Der Jahrgangsstufentest für das Fach Mathematik der Jahrgangsstufe 6 ist ausgewertet. Die Tabelle zeigt das Ergebnis, dabei wurden einige Werte vergessen.

Note	1	2	3	4	5	6	Zeilensumme
Jungen	7			9		1	
Mädchen		12	10		2	0	37
Spaltensumme	12		25		5	1	80

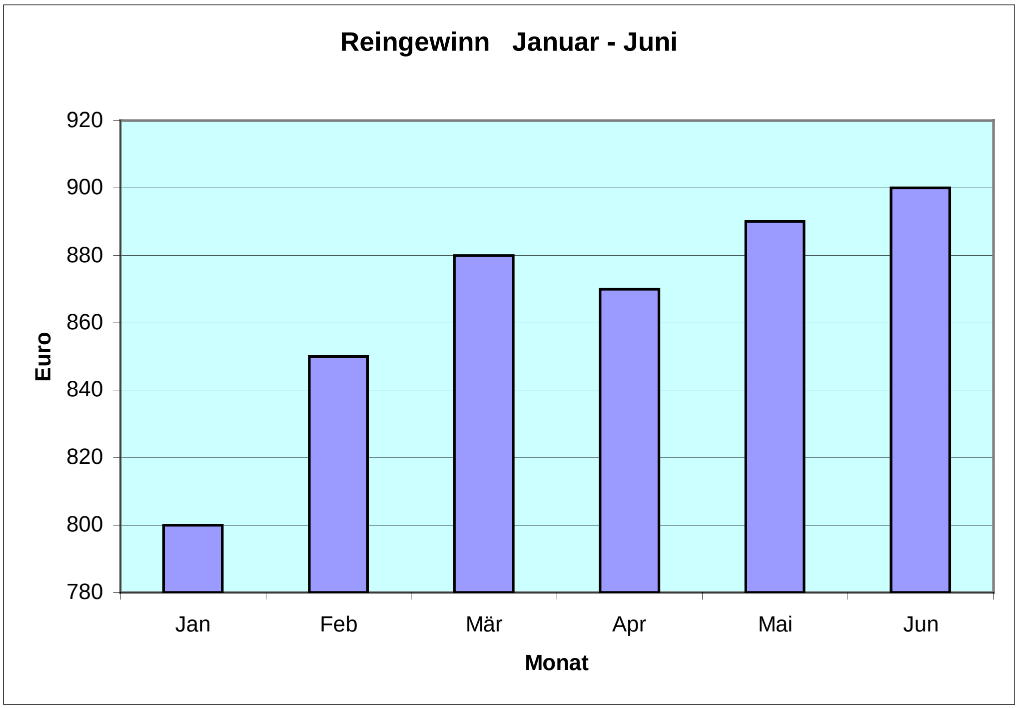
a) Übertrage die Tabelle in dein Heft und ermittle die fehlenden Werte.
b) Berechne jeweils die „Notendurchschnitte“ der Jungen und Mädchen sowie den Gesamtdurchschnitt.
c) Gib die „mittlere Note“ als Zentralwert für Jungen und Mädchen getrennt sowie für das Gesamtergebnis an.
d) Berechne für jede Note die Prozentwerte der zugehörigen relativen Häufigkeiten nach Jungen und Mädchen getrennt auf ganze Zahlen gerundet.
e) Wie viel Prozent aller Schülerinnen erzielten Leistungen, die besser waren als ausreichend?

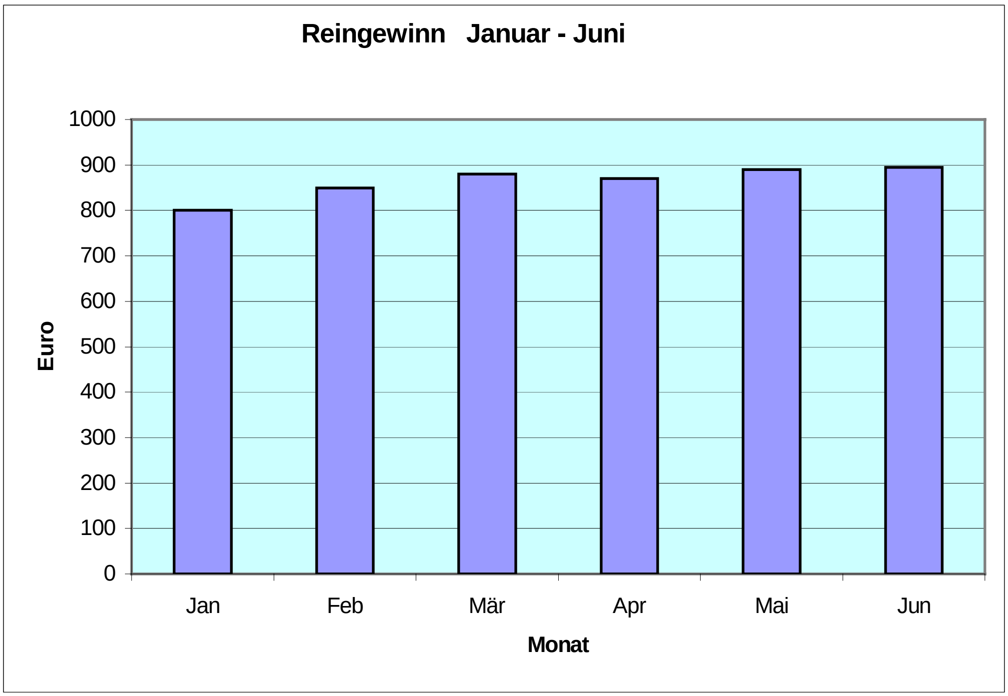
Aufgabe 10: In der Tabelle sind die Zeiten in Minuten angegeben, welche die Schülerinnen und Schüler der Klasse 6c für den Schulweg benötigen

15	5	8	22	12	10	30	25	27	22
35	8	12	28	35	48	48	30	40	19
25	50	17	22	15	44	35	45	55	18

a) Gib die Spannweite der Zeitangaben an.
b) Ermittle mithilfe einer Tabelle, wie viele Schülerinnen und Schüler für ihren Schulweg 1 - 10 min, 11 – 20 min, 21 – 30 min, ..., 51 – 60 min benötigen.
c) In welcher dieser Gruppen sind die meisten Schülerinnen und Schüler?
d) Berechne für jede Gruppe die zugehörigen relativen Häufigkeiten.

Aufgabe 11: Für die Renovierung seines Ladens benötigt Herr Maier ein Darlehen von der Bank. Um seine Kreditwürdigkeit zu unterstreichen, erstellt er zwei Grafiken für den Reingewinn der vergangenen sechs Monate. Eine davon schickt er dem Bankdirektor.





a) Gib den Reingewinn für jeden Monat an.
b) Berechne den durchschnittlichen Reingewinn des vergangenen halben Jahres.
c) Rate Herrn Maier, welche Grafik er dem Bankdirektor schicken soll, und begründe dies?

Aufgabe 12: Familie Huber hat die Heizungsanlage in ihrem Einfamilienhaus erneuert. Am Display der Heizungssteuerung kann auch die Betriebszeit des Brenners und die Anzahl der Brennerstarts abgefragt werden.

a) Wie oft hat sich der Brenner im Durchschnitt täglich eingeschaltet, wenn die neue Heizungsanlage am 1. März in Betrieb genommen und am 31. Juli abends ausgeschaltet wurde?
b) Der Durchschnittswert ergibt eine Dezimalzahl. Die Brennerstarts können aber nur mit natürlichen Zahlen angegeben werden. Gib eine Erklärung.

Aufgabe 13: Die Schülerinnen und Schüler der Klase 6c haben eine Befragung über die Höhe des Taschengeldes in ihrer Klasse durchgeführt. Die ermittelten Daten sind in alphabetischer Reihenfolge der Schülerinnen und Schüler in der Liste dargestellt.

Höhe des Taschengeldes in €:

15	17	10	20	25	12	16	18	15	17
16	20	16	25	18	20	22	12	14	17
20	17	22	12	14					

a) Lege für die einzelnen Beträge eine Strichliste an und ermittle die relativen Häufigkeiten der einzelnen Beträge als Bruch, Dezimalzahl und Prozentangabe.
b) Gib die Spannweite für die Höhe des monatlichen Taschengeldes an.
c) Ermittle den Modalwert, den Zentralwert und das arithmetische Mittel für die Höhe des Taschengeldes.

Aufgabe 14: Motorik-Test

Man benötigt für diesen Test eine Uhr, mit der die Zeit in der Einheit Sekunden gemessen werden kann (Start- und Stoppfunktion für Sekunden).
Die erste Person legt eine Hand mit der Handfläche flach auf den Tisch. Die zweite Person bedient die Stoppuhr. Gibt die zweite Person das Zeichen zum Beginn der Messung, dann bewegt die erste Person einen Finger innerhalb von 10 Sekunden so oft sie kann auf und ab, während die anderen Finger auf der Tischplatte liegen. Die Anzahl der Fingeranschläge wird dabei gezählt. Dies wird mit jedem Finger durchgeführt.

a) Übertrage die Tabelle in dein Heft und führe dieses Experiment mit deinem Nachbarn bzw. deiner Nachbarin abwechselnd durch. Notiere die Anzahl der Anschläge eines jeden Fingers innerhalb von 10 Sekunden.

	Anzahl der Anschläge innerhalb von 10 Sekunden					
	Daumen	Zeigefinger	Mittelfinger	Ringfinger	kl. Finger	Summe
rechte Hand						
linke Hand						

b) Ermittle für jede Hand das Maximum, das Minimum, die Spannweite und das arithmetische Mittel der Anschläge.

c) Übertrage die Tabelle in dein Heft und ermittle die statistischen Kennzahlen.

	Relative Häufigkeit der Anschläge					
	Daumen	Zeigefinger	Mittelfinger	Ringfinger	kl. Finger	Summe
rechte Hand						
linke Hand						

d) Überprüfe mit Hilfe deiner Auswertung folgende Aussagen:

- Mit meiner dominanten Hand (Linkshänder = linke Hand, Rechtshänder = rechte Hand) erziele ich eine größere Anzahl an Fingeranschlägen.
- Die Spannweite bei der dominanten Hand ist geringer.

Lösungen

1 Durchführung und Auswertung von Zufallsexperimenten, Baumdiagramm und relative Häufigkeit

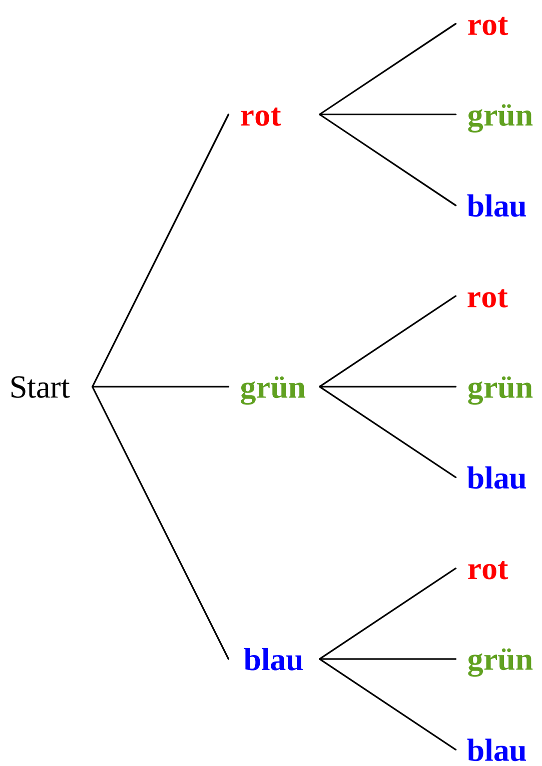
Aufgabe 2: a)

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Absolute Häufigkeit (Markus)	6	7	10	9	8	10
Absolute Häufigkeit (Sibylle)	6	6	7	5	7	9
Relative Häufigkeit (Markus)	0,12	0,14	0,2	0,18	0,16	0,2
Relative Häufigkeit (Sibylle)	0,15	0,15	0,175	0,125	0,175	0,225

b) Markus hat die „Drei“ und die „Sechs“ und Sibylle die „Sechs“ am häufigsten geworfen.

c) Markus hat bei 50 Würfen die „Zwei“ 7-mal und Sibylle bei 40 Würfen die „Zwei“ 6-mal geworfen. Vergleicht man statt der absoluten Häufigkeiten die relativen Häufigkeiten, dann hat Markus nicht recht.

Aufgabe 3: a) Am Baumdiagramm können neun Kombinationen abgezählt werden:



(rot; rot), (rot; grün), (rot; blau), (grün; rot), (grün; grün), (grün; blau), (blau; rot), (blau; grün), (blau; blau)

Aufgabe 5:

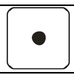
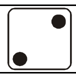
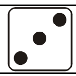
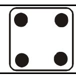
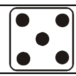
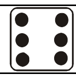
Schüler (Land)		Schüler (Stadt)		Gesamt
55%		45%		100%
20% M	35% K	40% M	5% K	100%

40 % der Schülerinnen und Schüler sind Mädchen, die in der Stadt wohnen.

Aufgabe 6:

Farbe	Rot	Blau	Grün	Gelb
Relative Häufigkeit	0,24	0,22	0,26	0,28

Aufgabe 7:

Augenzahl							Summe
Absolute Häufigkeit	12	15	14	10	16	13	80
Relative Häufigkeit	$\frac{12}{80}=\frac{3}{20}$	$\frac{15}{80}=\frac{3}{16}$	$\frac{14}{80}=\frac{7}{40}$	$\frac{10}{80}=\frac{1}{8}$	$\frac{16}{80}=\frac{1}{5}$	$\frac{13}{80}$	1
Relative Häufigkeit	0,15	0,1875	0,175	0,125	0,2	0,1625	1
Relative Häufigkeit	15%	18,75%	17,5%	12,5%	20%	16,25%	100%

Aufgabe 8: a) Es wurde 50-mal geworfen.

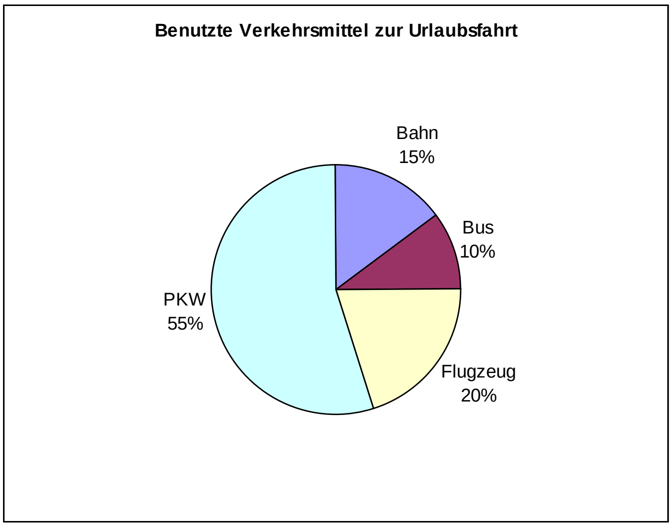
b)

Augenzahl	1	2	3	4	5	6	Summe
Relative Häufigkeit	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{11}{50}$	1
Relative Häufigkeit	0,12	0,2	0,18	0,08	0,2	0,22	1

c) Die Summe der relativen Häufigkeiten liefert ergibt jeweils den Wert 1.

Aufgabe 9: a) Es fahren 10 % der befragten Personen mit dem Bus.

b) Für die Zeichnung:
15% entsprechen 54°
10% entsprechen 36°
20% entsprechen 72°
55% entsprechen 198°



c)

Verkehrsmittel	Bahn	Bus	Flugzeug	PKW
Absolute Häufigkeit	144	96	192	528

Aufgabe 10: b) Die Summe der relativen Häufigkeiten ergibt jeweils den Wert 1.

Aufgabe 15:

Blutgruppe	O	A	B	AB
Relative Häufigkeit	38%	42%	13%	7%
Absolute Häufigkeit	30 780 000	34 020 000	10 530 000	5 670 000
Absolute Häufigkeit (sinnvoll gerundet)	31 Mio.	34 Mio.	11 Mio.	6 Mio.

Aufgabe 16: a) Es wurden 25 Reißnägel geworfen.

Rel. Häufigkeit für S (Spitze): $\frac{17}{25} = 0,68$

Rel. Häufigkeit für K (Kopf): $\frac{8}{25} = 0,32$

Aufgabe 18: a) Bei der Klassensprecherwahl wurden 30 gültige Stimmen abgegeben.
b) Silvia erhielt 60 %, Markus 30 % und Andreas 10 % der abgegebenen Stimmen.

Aufgabe 19: a)

	Herren-fußball	Damen-fußball	Schwim-men	Bad-minton	Tennis	Step-Aerobic
Aktive Mitglieder	315	72	171	126	225	324
Relative Häufigkeit	$\frac{315}{1233}$	$\frac{72}{1233}$	$\frac{171}{1233}$	$\frac{126}{1233}$	$\frac{225}{1233}$	$\frac{324}{1233}$
Relative Häufigkeit	25,5%	5,8%	13,9%	10,2%	18,2%	26,3%

b)

	Herren-fußball	Damen-fußball	Schwim-men	Bad-minton	Tennis	Step-Aerobic
Aktive Mitglieder	315	72	171	126	225	324
Relative Häufigkeit	$\frac{315}{900}$	$\frac{72}{900}$	$\frac{171}{900}$	$\frac{126}{900}$	$\frac{225}{900}$	$\frac{324}{900}$
Relative Häufigkeit	35%	8,0%	19%	14%	25%	36%

c) Erklärung: Manche Mitglieder betreiben mehrere Sportarten.

Aufgabe 20:

	PKW	LKW	Bus	Moped	Fahrrad
Relative Häufigkeit	48%	10%	12%	6%	24%
Absolute Häufigkeit	96	20	24	12	48

Aufgabe 21: a) In einem Jahr gibt es 52 Ziehungen, somit in 11 Jahren 572 Ziehungen.

Relative Häufigkeit von „13“: $\frac{120}{572} = 0,21 = 21\%$

Relative Häufigkeit von „38“: $\frac{182}{572} = 0,32 = 32\%$

b) Relative Häufigkeit von „13“: $\frac{566}{4300} = 0,13 = 13\%$

Relative Häufigkeit von „38“: $\frac{686}{4300} = 0,16 = 16\%$

2. Auswertung und Interpretation von Daten unter Verwendung von Kenngrößen (Modalwert, Zentralwert, Spannweite, arithmetisches Mittel)

Auftrag 1: $\text{Max} = 170\text{ cm}$, $\text{Min} = 149\text{ cm}$

Auftrag 2: Mädchen: $\text{Spannweite} = 18\text{ cm}$

Auftrag 3: Jungen: $\text{Spannweite} = 21\text{ cm}$

Auftrag 4: Mädchen: $\text{Modalwert} = 163\text{ cm}$
Jungen: $\text{Modalwert} = 162\text{ cm}$

Auftrag 5: $\ell = \frac{1119}{7}\text{ cm}$ $\quad \ell = 160\text{ cm}$

Auftrag 6: Mädchen: $\text{Zentralwert} = 163\text{ cm}$

Aufgabe 1: a) PKW1: $\text{Max} = 7{,}4\,\ell$ $\quad \text{Min} = 4{,}6\,\ell$ $\quad \text{Spannweite} = 2{,}8\,\ell$
PKW2: $\text{Max} = 6{,}4\,\ell$ $\quad \text{Min} = 5{,}6\,\ell$ $\quad \text{Spannweite} = 0{,}8\,\ell$

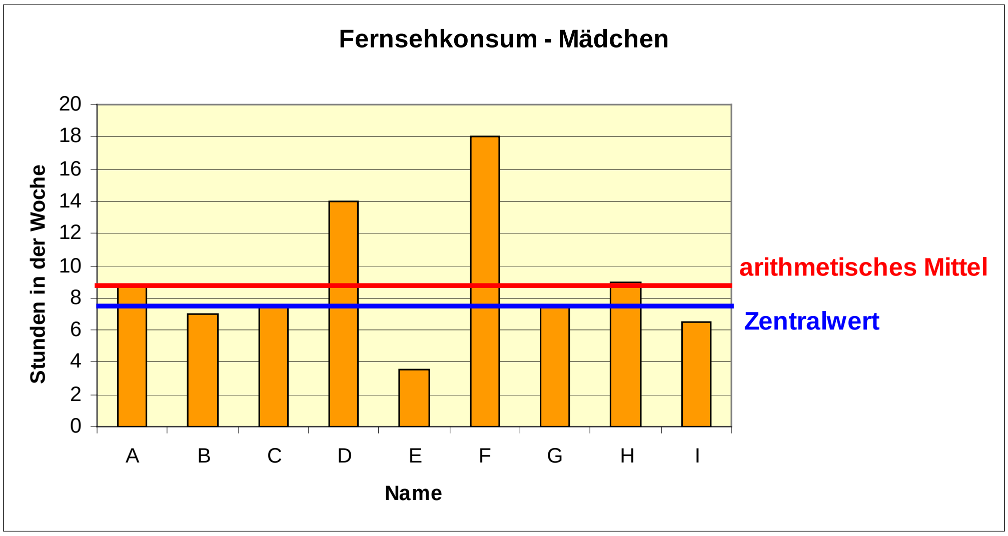
b)

PKW1	4,6 ℓ	5,0 ℓ	5,2 ℓ	5,5 ℓ	6,1 ℓ	6,1 ℓ	6,4 ℓ	6,8 ℓ	7,2 ℓ	7,4 ℓ	
PKW2	5,6 ℓ	5,8 ℓ	5,8 ℓ	5,9 ℓ	5,9 ℓ	5,9 ℓ	6,3 ℓ	6,3 ℓ	6,3 ℓ	6,3 ℓ	6,4 ℓ

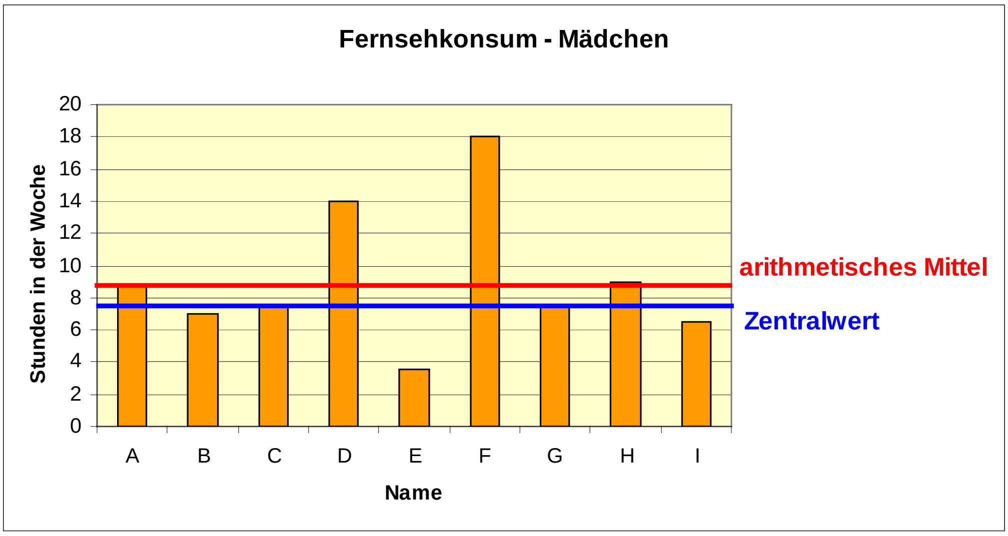
PKW1: $\text{Modalwert} = 6{,}1\,\ell$ $\quad \text{Zentralwert} = 6{,}1\,\ell$ $\quad \text{d} = 6{,}0\,\ell$
PKW2: $\text{Modalwert} = 6{,}3\,\ell$ $\quad \text{Zentralwert} = 5{,}9\,\ell$ $\quad \text{d} = 6{,}1\,\ell$

Aufgabe 2: a) Es nahmen 16 Schülerinnen und Schüler an der Umfrage teil

b)



$\text{Zentralwert} = 7{,}5\text{ h}$ $\quad \text{d} = 8{,}8\text{ h}$



Zentralwert = 12 h d = 16,3 h

Aufgabe 3: a) Max = 10 h Min = 0 h Spannweite = 10 h

b)

0 h	3 h	3 h	4 h	5 h	5 h	5 h	5 h	6 h	6 h	6 h
6 h	6 h	6 h	6 h	7 h	7 h	7 h	7 h	7 h	7 h	7 h
7 h	7 h	8 h	8 h	8 h	8 h	9 h	9 h	10 h		

Modalwert = 7 h Zentralwert = 7 h d = 6 h

Aufgabe 4: geordnete Datenreihe: 0; 2; 2; 2; 2; 3; 5; 5; 7
a) d = 3
b) Modalwert = 2 Zentralwert = 2

Aufgabe 5: a) 0; 0; 2; 3; 4; 4; 5; 5; 6; 7; 7; 7; 7; 9; 9; 9; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 15; 19

Fehler	0	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	14	15	19
Absolute Häufigkeit	2	1	1	2	2	1	4	3	1	2	1	1	1	1	1
Relative Häufigkeit	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{3}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$

b) Spannweite = 19 d = 10 Modalwert = 7 Zentralwert = 9

Aufgabe 6: a) In der Klasse 6b sind 26 Schülerinnen und Schüler
b) Modalwert = rot
c) Die Merkmalsausprägung „Lieblingsfarbe“ kann nicht mit Zahlenangaben, die einer rangmäßigen Ordnung unterliegen, beschrieben werden. Ebenso kann keine geordnete Liste von Lieblingsfarben erstellt werden. Daher ist auch die Angabe eines Durchschnittswertes und Zentralwertes nicht möglich.

Aufgabe 7: a) 66 Überprüfungen weichen vom Sollwert ab.
b) Max = 1015 g Min = 985 g Spannweite = 30 g
c) Modalwert = 995 g Zentralwert = 997,5 g d = 999 g

Aufgabe 8: a)

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	3	4	7	12	4	0
Relative Häufigkeit	$\frac{3}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{4}{30}$	0
Relative Häufigkeit	10%	13%	23%	40%	13%	0%

b) Notendurchschnitt $= 3{,}3$

c) Zentralwert $= 4$

d) 53% aller Schülerinnen und Schüler haben eine schlechtere Note als „befriedigend“.

e) Die Mittelwertberechnung mit dem Zentralwert liefert als Ergebnis, dass die Arbeit „ausreichend“ ausgefallen ist. Die Mittelwertberechnung mit dem Durchschnitt (arithmetischen Mittel) führt zum Ergebnis, dass die Arbeit „befriedigend“ ausgefallen ist, obwohl über 50% der Schülerinnen und Schüler schlechtere Leistungen als „befriedigend“ erbrachten.

Aufgabe 9: a)

Note	1	2	3	4	5	6	Zeilensumme
Jungen	7	8	15	9	3	1	43
Mädchen	5	12	10	8	2	0	37
Spaltensumme	12	20	25	17	5	1	80

b) Jungen: Notendurchschnitt $= 2{,}9$
Mädchen: Notendurchschnitt $= 2{,}7$
Gesamt: Notendurchschnitt $= 2{,}8$

c) Jungen: Zentralwert $= 3$
Mädchen: Zentralwert $= 3$
Gesamt: Zentralwert $= 3$

d)

Note	1	2	3	4	5	6	Zeilensumme
Jungen	7	8	15	9	3	1	43
Relative Häufigkeit	$\frac{7}{43}$	$\frac{8}{43}$	$\frac{15}{43}$	$\frac{9}{43}$	$\frac{3}{43}$	$\frac{1}{43}$	1
Relative Häufigkeit	16%	19%	35%	21%	7%	2%	100%

Note	1	2	3	4	5	6	Zeilen-summe
Mädchen	5	12	10	8	2	0	37
Relative Häufigkeit	$\frac{5}{37}$	$\frac{12}{37}$	$\frac{10}{37}$	$\frac{8}{37}$	$\frac{2}{37}$	0	1
Relative Häufigkeit	14%	32%	27%	22%	5%	0%	100%

e) $\frac{30+27}{43+37}=\frac{57}{80}$

71% aller Schülerinnen und Schüler erzielten Leistungen, die besser waren als ausreichend.

Aufgabe 10: a) Spannweite $=50$ min

b)

Zeitspanne in min	1 – 10	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50	51 - 60
Anzahl der Schüler	4	7	9	4	5	1
d) Relative Häufigkeit	$\frac{4}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{1}{30}$
Relative Häufigkeit	13%	23%	30%	13%	17%	3%

c) In der Gruppe mit der Zeitspanne 21 – 30 min sind die meisten Schülerinnen und Schüler.

Aufgabe 11: a)

Monat	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun
Reingewinn in €	800	850	880	870	890	900

b) Durchschnitt = 865 Euro

Aufgabe 12: a) 1. März – 31. Juli: 153 Tage

$d=\frac{2655}{153}$ $\quad$ $d=17{,}35$

Die Anzahl der Brennerstarts pro Tag ist unterschiedlich. Dadurch kann das arithmetische Mittel auch eine Dezimalzahl ergeben.

Aufgabe 13: a)

Taschengeld in €	10	12	14	15	16	17	18	20	22	25
Anzahl	1	3	2	2	3	4	2	4	2	2
Relative Häufigkeit	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{2}{25}$
Relative Häufigkeit	0,04	0,12	0,08	0,08	0,12	0,16	0,08	0,16	0,08	0,08
Relative Häufigkeit	4%	12%	8%	8%	12%	16%	8%	16%	8%	8%

b) Spannweite $= 15$ €

c) Modalwert $= 17$ € $\vee$ Modalwert $= 20$ €

Zentralwert $= 17$ €

$d = \frac{430}{25}$ € $\qquad d = 17$ €