

Terme und Gleichungen

1 Potenzen

$$a^0 = 1 \text{ für } a \neq 0$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^1 = a$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

2 Wurzeln

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$$

3 Logarithmen

$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a (b^k) = k \cdot \log_a b$$

4 Quadratische Gleichungen

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$D < 0$ keine Lösung; $D = 0$ eine Lösung; $D > 0$ zwei Lösungen

5 Binomische Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Funktionen

6 Lineare Funktionen

$$y = m \cdot x + t$$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

$$m = \tan \alpha$$

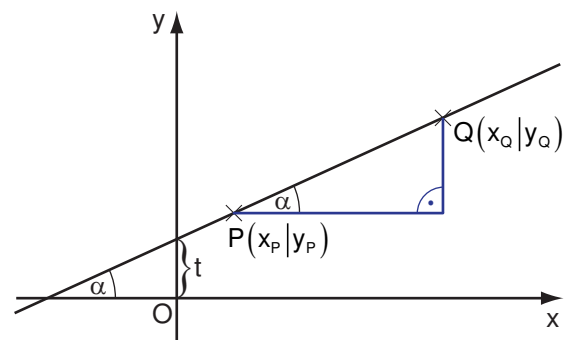
Steigung

$$m_g = m_h \Leftrightarrow g \parallel h$$

parallele Geraden

$$m_g \cdot m_h = -1 \Leftrightarrow g \perp h$$

orthogonale Geraden



7 Quadratische Funktionen

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

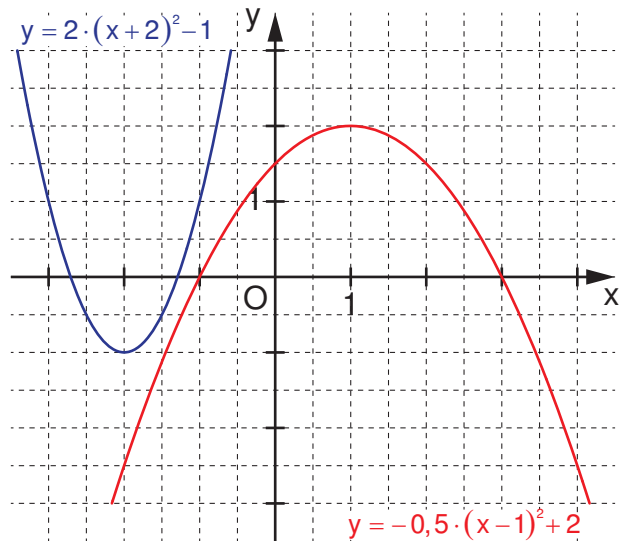
allgemeine Form

$$y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$$

Scheitelpunktsform

$$S \left(\frac{-b}{2 \cdot a} \mid c - \frac{b^2}{4 \cdot a} \right)$$

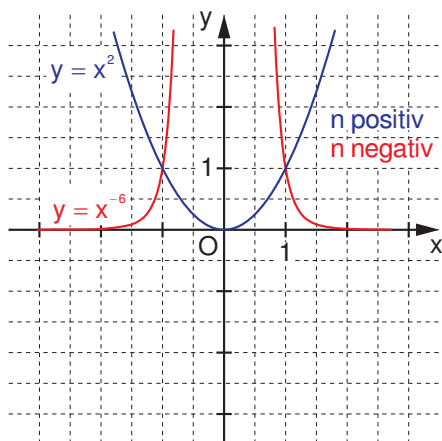
Scheitelpunkt



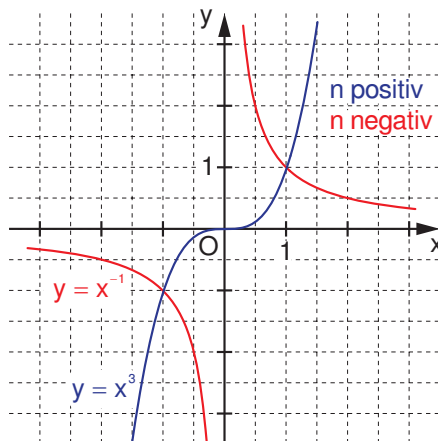
8 Potenzfunktionen

$$y = x^n$$

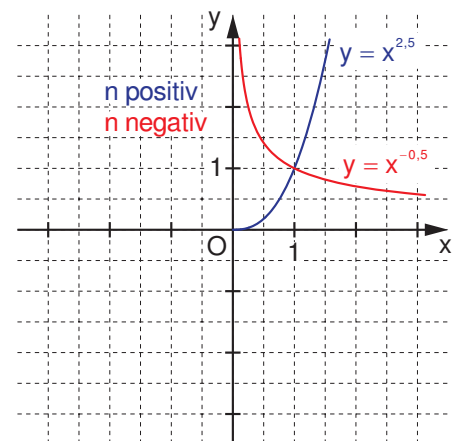
n gerade, ganzzahlig



n ungerade, ganzzahlig

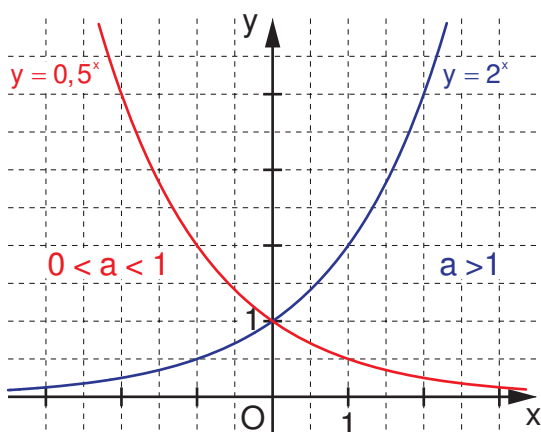


n rational, nicht ganzzahlig



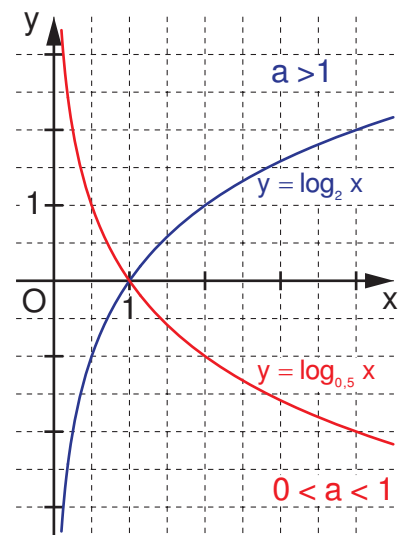
9 Exponentialfunktionen

$$y = k \cdot a^{x-c} + d$$



10 Logarithmusfunktionen

$$y = k \cdot \log_a(x-c) + d$$

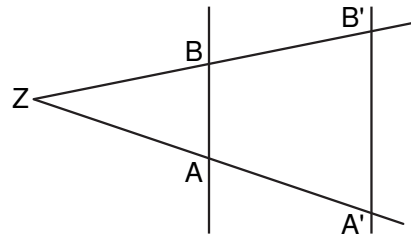


Geometrie

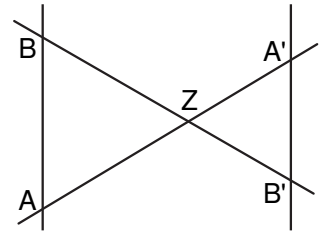
11 Strahlensätze

$$\frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{ZA'}|} = \frac{|\overline{ZB}|}{|\overline{ZB'}|}$$

$$\frac{|\overline{ZA}|}{|\overline{ZA'}|} = \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{A'B'}|}$$



$$AB \parallel A'B'$$



12 Rechtwinkliges Dreieck

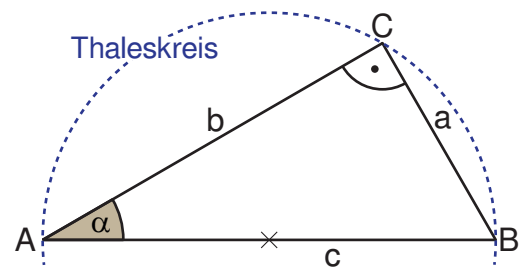
$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$A = 0,5 \cdot a \cdot b$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

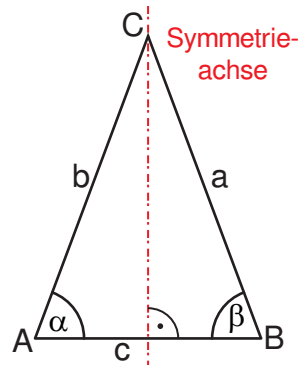


13 Gleichschenkliges Dreieck

Basis: \overline{AB}
Schenkel: \overline{AC} , \overline{BC}

$$a = b$$

$$\alpha = \beta$$



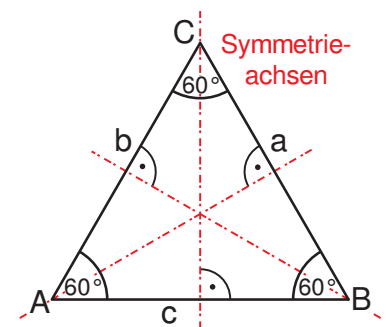
14 Gleichseitiges Dreieck

$$a = b = c$$

$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

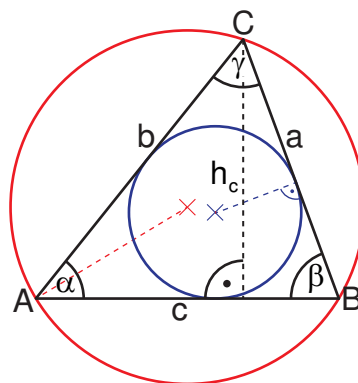
$$A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$$



15 Allgemeines Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \quad A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Sinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

Kosinussatz

Schnittpunkt der Mittelsenkrechten:
Umkreismittelpunkt

Schnittpunkt der Winkelhalbierenden:
Inkreismittelpunkt

Schnittpunkt der Seitenhalbierenden:
Schwerpunkt

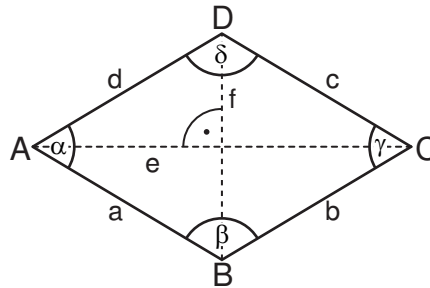
16 Besondere Vierecke

Raute

$$a = b = c = d$$

$$\alpha = \gamma; \beta = \delta$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$$

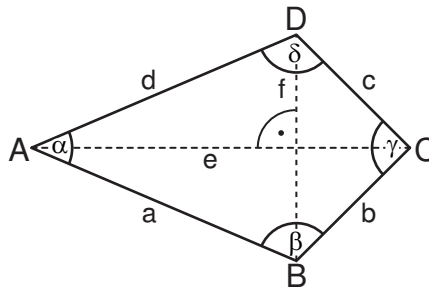


Drachenviereck

$$a = d; b = c$$

$$\beta = \delta$$

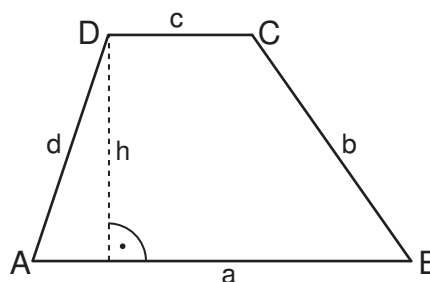
$$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$$



Trapez

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$



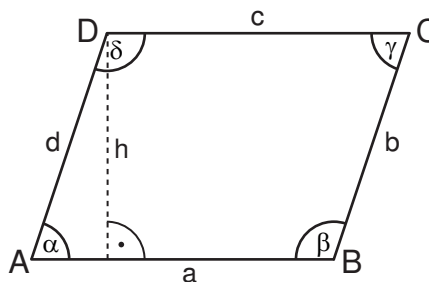
Parallelogramm

$$a = c; b = d$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}; \overline{BC} \parallel \overline{AD}$$

$$\alpha = \gamma; \beta = \delta$$

$$A = a \cdot h$$



17 Kreis

$$A = r^2 \cdot \pi$$

Flächeninhalt

$$A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$$

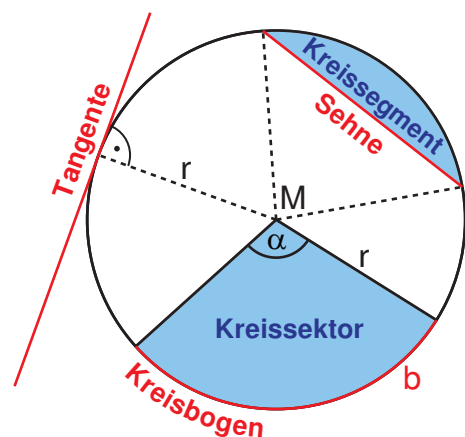
Flächeninhalt Kreissektor

$$u = 2 \cdot r \cdot \pi$$

Umfang

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi$$

Länge Kreisbogen



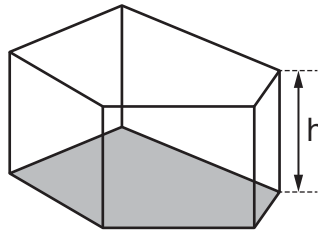
18 Besondere Körper

Prisma

$$V = G \cdot h$$

$$M = u_G \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

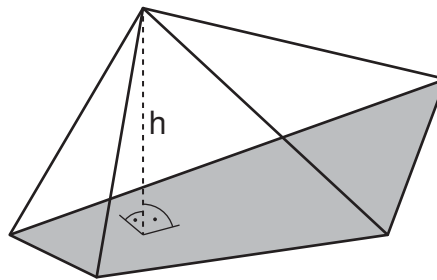


M: Inhalt der Mantelfläche
 O: Inhalt der Oberfläche
 V: Volumen
 G: Inhalt der Grundfläche

Pyramide

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

$$O = G + M$$

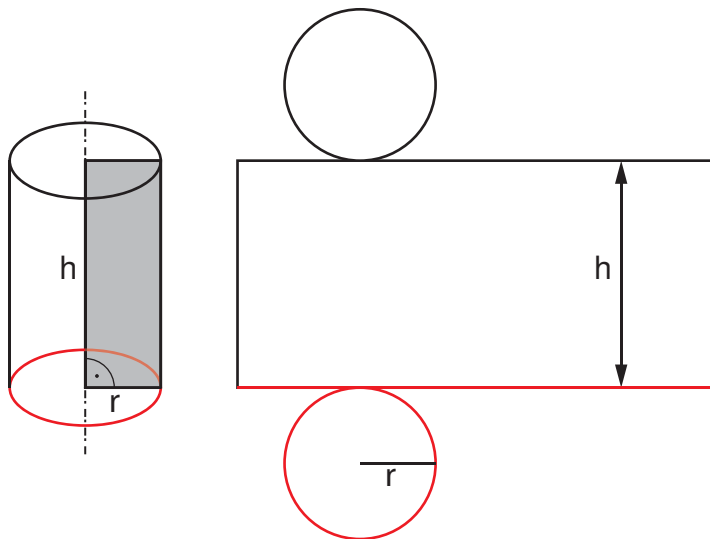


Gerader Kreiszylinder

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$M = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r + h)$$



Gerader Kreiskegel

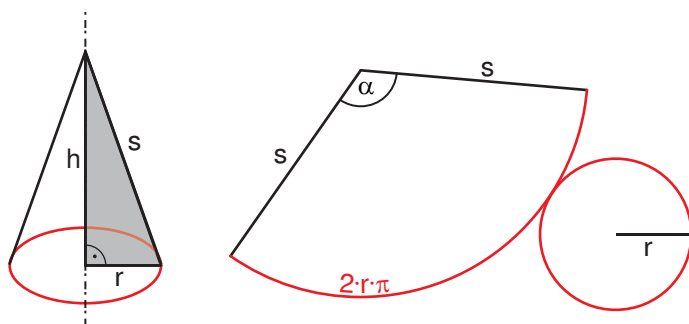
$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$M = r \cdot \pi \cdot s$$

$$O = r \cdot \pi \cdot (r + s)$$

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{r}{s}$$

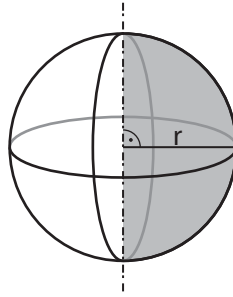
Mittelpunktswinkel der Mantelfläche



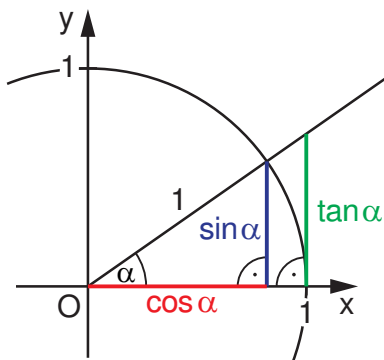
Kugel

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$



19 Einheitskreis



20 sin, cos, tan für besondere Winkelmaße

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	n. def.	0	n. def.	0

21 Auswahl trigonometrischer Formeln

Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Negative Winkelmaße

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

Supplementbeziehungen

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\tan(360^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

Komplementbeziehungen für Sinus und Kosinus

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

Additionstheoreme für Sinus und Kosinus

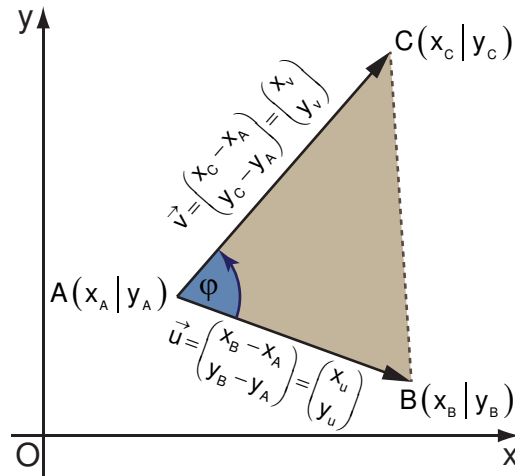
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

22 Geometrie im Koordinatensystem



$$M \left(\frac{x_A + x_B}{2} \mid \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Mittelpunkt einer Strecke

$$S \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3} \mid \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

Schwerpunkt eines Dreiecks

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \text{ LE}$$

Länge einer Strecke

$$|\vec{u}| = \sqrt{x_u^2 + y_u^2}$$

Betrag eines Vektors

$$\vec{u} \odot \vec{v} = \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \end{pmatrix} = x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v$$

Skalarprodukt

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \odot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

Winkel zwischen Vektoren

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \odot \vec{v} = 0$$

Senkrechte Vektoren

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} \text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot (x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u) \text{ FE}$$

Flächeninhalt eines Dreiecks

23 Abbildungen im Koordinatensystem

Parallelverschiebung

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \end{pmatrix}$$

Verschiebungsvektor \vec{v}

Zentrische Streckung mit dem Zentrum Z(0|0)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Streckungsfaktor k

Achsenspiegelung an einer Ursprungsgeraden

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2 \cdot \alpha) & \sin(2 \cdot \alpha) \\ \sin(2 \cdot \alpha) & -\cos(2 \cdot \alpha) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

α : Winkel, den die Spiegelachse mit der x-Achse einschließt

Drehung um den Ursprung

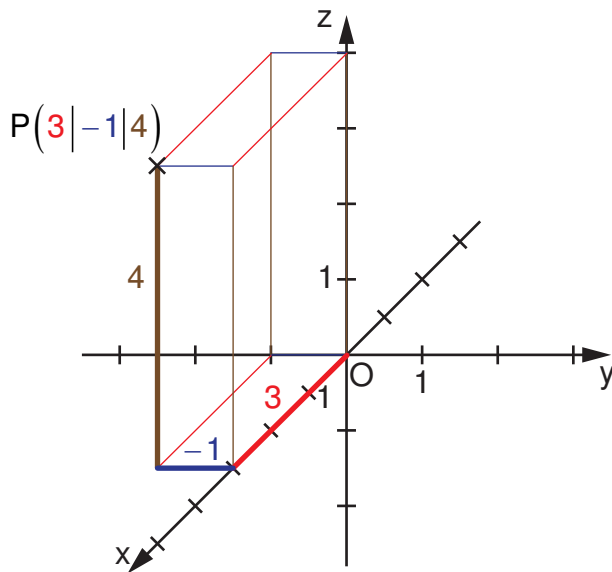
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

α : Drehwinkel

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot x + c \cdot y \\ b \cdot x + d \cdot y \end{pmatrix}$$

Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor

24 Dreidimensionales Koordinatensystem



Wahrscheinlichkeiten

25 Laplace-Wahrscheinlichkeit

$$\text{Laplace-Wahrscheinlichkeit} = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}}$$

26 Mehrstufige Zufallsexperimente

Baumdiagramm

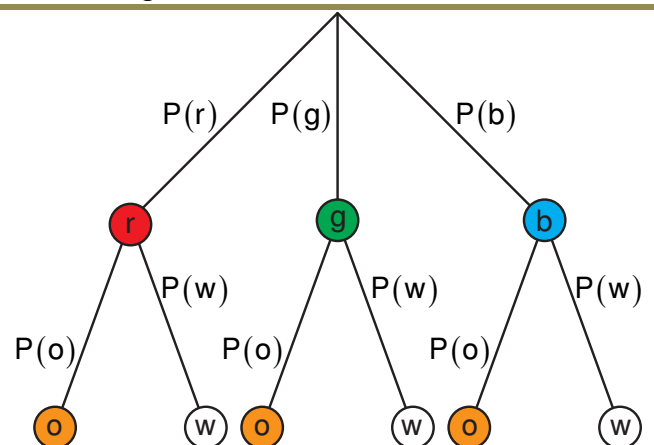
1. Pfadregel (Produktregel)

$$\text{z.B.: } P(r o) = P(r) \cdot P(o)$$

2. Pfadregel (Summenregel)

$$\text{z.B.: } P(r w, b o) = P(r w) + P(b o)$$

$$P(r o, g w, g o) = P(r o) + P(g w) + P(g o)$$



Wichtiger Hinweis:

Die vorliegende Merkhilfe stellt wichtige Zusammenhänge dar, sie ist aber keine ausführliche Formelsammlung. In der Regel werden Bezeichnungen nicht erklärt, Variablen nicht näher definiert und die Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln nicht dargestellt.