Bearbeitungszeit
Aufgabengruppe A:
30 Minuten

Abschlussprüfung 2023

an den Realschulen in Bayern

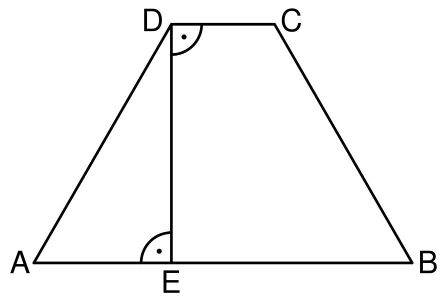
Mathematik II
taschenrechnerfreier Teil

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: ________ Platznummer: ________ ________ / 11

Aufgabengruppe A **Haupttermin**

A 1 Die Skizze zeigt das gleichschenklige Trapez ABCD mit der Höhe $\overline{DE}$.



Es gilt: $\left|\overline{AB}\right| = 11\,\text{cm}$; $\left|\overline{AE}\right| = 4\,\text{cm}$; $\sphericalangle BAD = 60°$.

Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{DE}$ und $\overline{DC}$.

Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A des Trapezes ABCD gilt: $A = 28\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

$\left[\text{Teilergebnis: } \left|\overline{DC}\right| = 3\,\text{cm}\right]$

3,5 P

A 2.0 Die Funktion p hat eine Gleichung der Form $y=-0{,}5x^2+bx+c$ $(b, c, x, y \in \mathbb{R})$. Ihr Graph ist eine Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(-2\,|\,1{,}5)$.

A 2.1 Geben Sie die Gleichung der Parabel in der Scheitelpunktsform an.

1 P

A 2.2 Kreuzen Sie die Wertemenge der Funktion p an.

❑ $\{y\,|\,y \geq -2\}$ ❑ $\{y\,|\,y \leq -2\}$ ❑ $\{y\,|\,y \geq 1{,}5\}$ ❑ $\{y\,|\,y \leq 1{,}5\}$ 1 P

A 3.0 Die Tasten C, D, E, G und A eines Klaviers können mithilfe einer Software angeschlagen werden. Dabei werden Melodien erzeugt, indem vier Tasten zufällig nacheinander angeschlagen werden.
Beispiel für eine solche Melodie: A – C – D – C

A 3.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass 625 verschiedene Melodien erzeugt werden können.

1,5 P

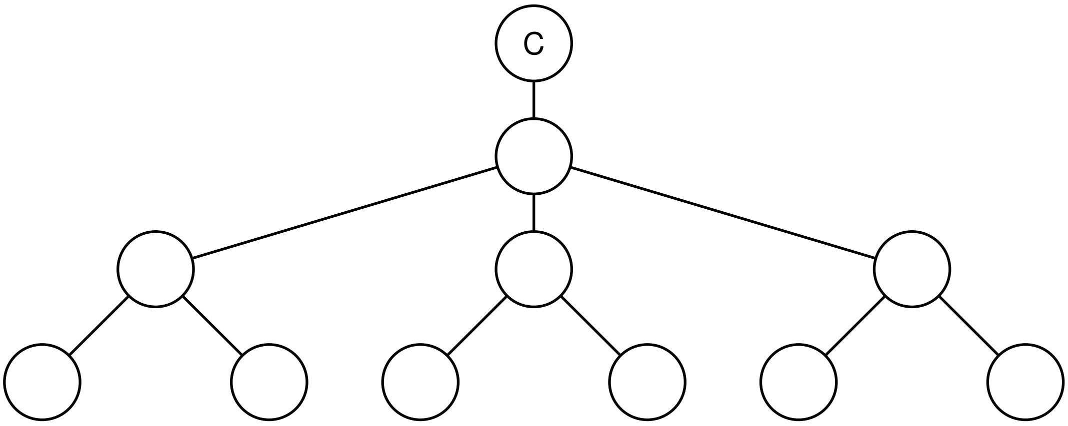
A 3.2 Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Melodie A – C – D – C entsteht.

1 P

A 3.3 Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine Melodie entsteht, bei der viermal dieselbe Taste angeschlagen wird.

1 P

A 3.4 Für eine bestimmte Melodie werden folgende Vorgaben in der Software eingestellt: Als erstes wird die Taste C und als zweites die Taste A angeschlagen. Zudem soll jede Taste höchstens einmal angeschlagen werden.
Ergänzen Sie im Baumdiagramm die zugehörigen Tasten.



2 P

Notizen:

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2023

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II – Haupttermin

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Die Aufgabengruppe A (Bearbeitung ohne Taschenrechner, aber mit zugelassener Formelsammlung) ist ausschließlich auf dem dafür vorgesehenen Bogen zu bearbeiten und nach 30 Minuten abzugeben. Wird für die Aufgabengruppe A weniger Zeit benötigt, kann bereits – zunächst ohne Taschenrechner – mit der Aufgabengruppe B begonnen werden.

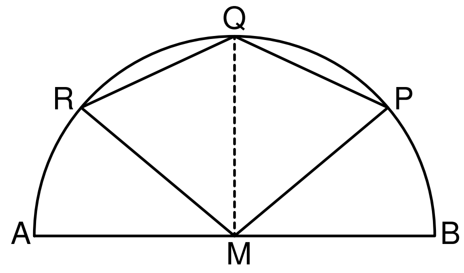
Anschließend dürfen alle zugelassenen Hilfsmittel verwendet werden.

Name: ______________________ VornAme: ______________________

Klasse: ________ Platznummer: ________

		Erstkorrektur:	Zweitkorrektur:
Erreichte Punkte:	Aufgabengruppe A:	_____ / 11	_____ / 11
	Aufgabe B 1:	_____ / 6	_____ / 6
	Aufgabe B 2:	_____ / 4	_____ / 4
	Aufgabe B 3:	_____ / 15,5	_____ / 15,5
	Aufgabe B 4:	_____ / 16	_____ / 16
	Gesamt:	_____ / 52,5	_____ / 52,5
	Note:	________	________
	Unterschrift:	______________	______________

B 1.0 Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ und des Kreisbogens $\overset{\frown}{BA}$. Die Punkte P, Q und R liegen auf dem Kreisbogen $\overset{\frown}{BA}$ und bilden zusammen mit dem Punkt M das Drachenviereck MPQR mit der Symmetrieachse MQ (siehe Skizze).



Es gilt: $|\overline{AM}| = 4\text{ cm}$; $\sphericalangle QMA = 90°$; $\sphericalangle PMR = 100°$.

Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Strecke $\overline{AB}$, den Kreisbogen $\overset{\frown}{BA}$ sowie das Drachenviereck MPQR.

2 P

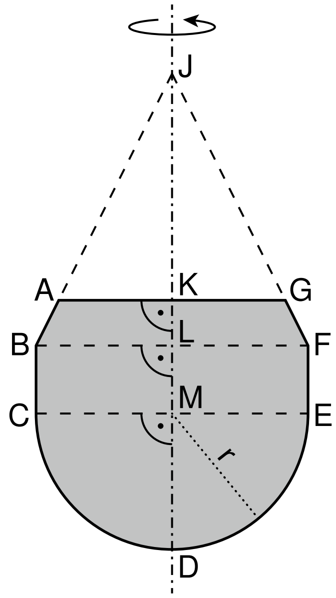
B 1.2 Berechnen Sie den Umfang des Drachenvierecks MPQR.
$[\text{Ergebnis: } u = 14{,}76\text{ cm}]$

2 P

B 1.3 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Umfangs des Drachenvierecks MPQR am Umfang der Figur, die sich aus dem Kreisbogen $\overset{\frown}{BA}$ sowie der Strecke $\overline{AB}$ zusammensetzt.

2 P

B 2 Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse DJ.



Es gilt: $\left|\overline{CM}\right| = \left|\overline{BL}\right| = r = 3\text{ cm}$; $\left|\overline{ML}\right| = 1{,}5\text{ cm}$;

$\left|\overline{JL}\right| = 6\text{ cm}$; $\left|\overline{KL}\right| = 1\text{ cm}$.

Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AK}$ und das Volumen des Rotationskörpers.

Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

[Teilergebnis: $\left|\overline{AK}\right| = 2{,}5\text{ cm}$]

4 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2023

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 3 **Haupttermin**

B 3.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(6|6)$ und $Q(8|3)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = -0{,}25x^2 + bx + c$ $(b, c, x, y \in \mathbb{R})$.

Die Gerade g hat die Gleichung $y = \frac{1}{5}x - 1$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 3.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 2x + 3$ hat.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-2; 10]$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \le x \le 11$; $-2 \le y \le 7$ — 4 P

B 3.2 Punkte $A_n\left(x \middle| \frac{1}{5}x - 1\right)$ auf der Geraden g und Punkte $C_n\left(x \middle| -0{,}25x^2 + 2x + 3\right)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n Eckpunkte von gleichseitigen Dreiecken $A_nB_nC_n$. Es gilt: $y_{C_n} > y_{A_n}$.

Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = 0$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu B 3.1 ein. — 2 P

B 3.3 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x es Dreiecke $A_nB_nC_n$ gibt. — 3 P

B 3.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $\overline{A_nC_n}$ in Abhängigkeit von x gilt: $\left|\overline{A_nC_n}\right|(x) = \left(-0{,}25x^2 + 1{,}8x + 4\right)$ LE. — 1 P

B 3.5 Ermitteln Sie die maximale Streckenlänge $\left|\overline{A_0C_0}\right|$ sowie den zugehörigen Wert für x.

Berechnen Sie sodann den maximalen Flächeninhalt A_{max} der Dreiecke $A_nB_nC_n$. — 3 P

B 3.6 Die Winkel zwischen der Geraden g und den Strecken $\overline{A_nB_n}$ haben jeweils das gleiche Maß.

Berechnen Sie das zugehörige Maß φ, für das gilt: $\varphi < 90°$. — 2,5 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2023

an den Realschulen in Bayern

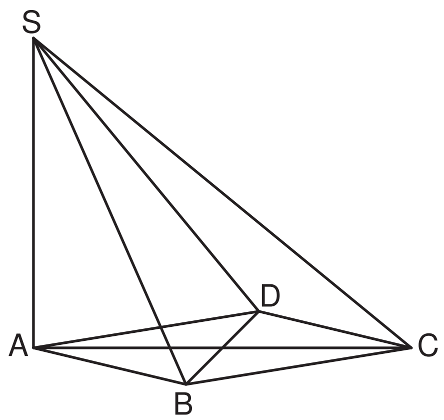
Mathematik II

Aufgabe B 4	Haupttermin

B 4.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit der Höhe $\overline{AS}$, deren Grundfläche die Raute ABCD ist.

Es gilt: $|\overline{AC}| = 11\,\text{cm}$; $|\overline{BD}| = 6\,\text{cm}$; $|\overline{AS}| = 9\,\text{cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 4.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $\overline{AC}$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $\overline{CS}$ und das Maß des Winkels SCA.

$\left[\text{Teilergebnisse: } |\overline{CS}| = 14{,}21\,\text{cm};\ \sphericalangle SCA = 39{,}29°\right]$ 4 P

B 4.2 Für Punkte $P_n \in \overline{CS}$ gilt: $|\overline{SP_n}|(x) = x\,\text{cm}$ $(x \in \mathbb{R};\ 0 \le x < 14{,}21)$. Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABDP_n$ mit den Höhen $\overline{P_nF_n}$.

Zeichnen Sie für $x = 3$ die Pyramide $ABDP_1$ und die Höhe $\overline{P_1F_1}$ in das Schrägbild zu B 4.1 ein.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels SP_1A.

$\left[\text{Zwischenergebnis: } |\overline{AP_1}| = 7{,}47\,\text{cm}\right]$ 4 P

B 4.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen der Pyramiden $ABDP_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-3{,}47x + 49{,}5)\,\text{cm}^3$. 3 P

B 4.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welchen Wert von x das Volumen der zugehörigen Pyramide $ABDP_2$ um 80 % kleiner ist als das Volumen der Pyramide ABCDS. 3 P

B 4.5 Unter den Pyramiden $ABDP_n$ hat die Pyramide $ABDP_0$ das größte Volumen.

Begründen Sie, weshalb das Volumen der Pyramide $ABDP_0$ halb so groß ist wie das Volumen der Pyramide ABCDS. 2 P

Bitte wenden!