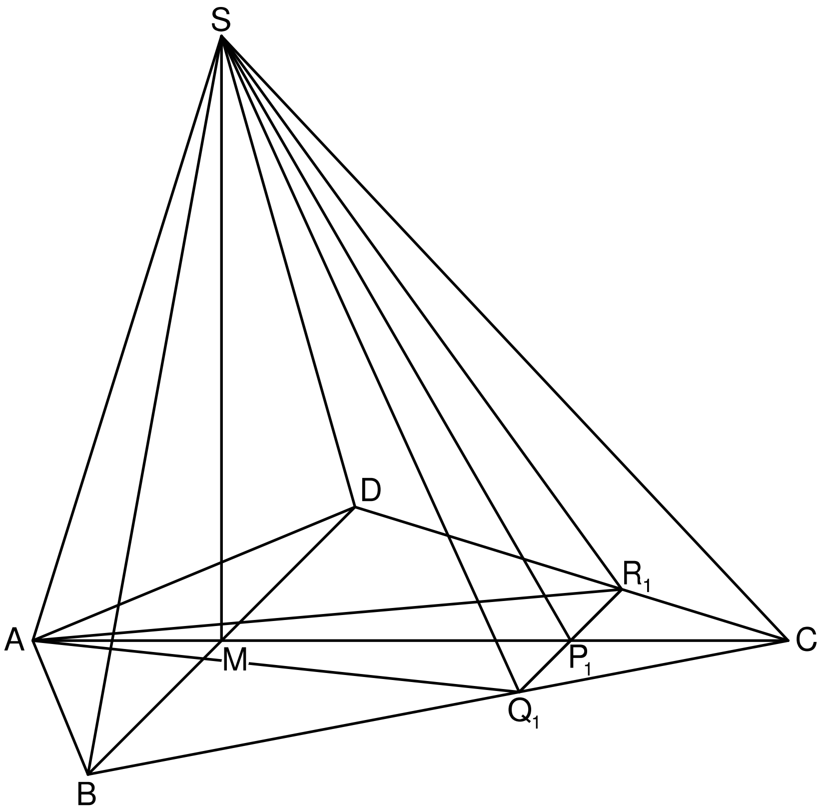
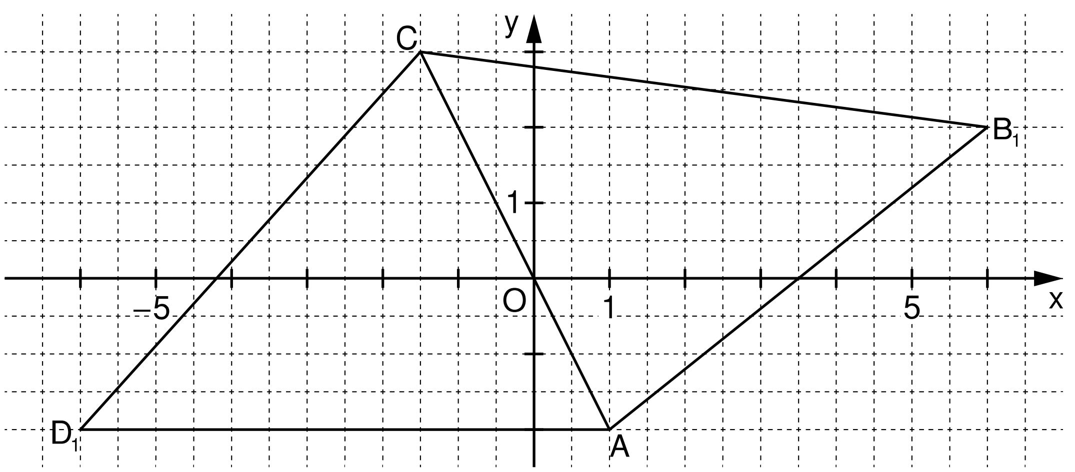
Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2022
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabengruppe A **Nachtermin**

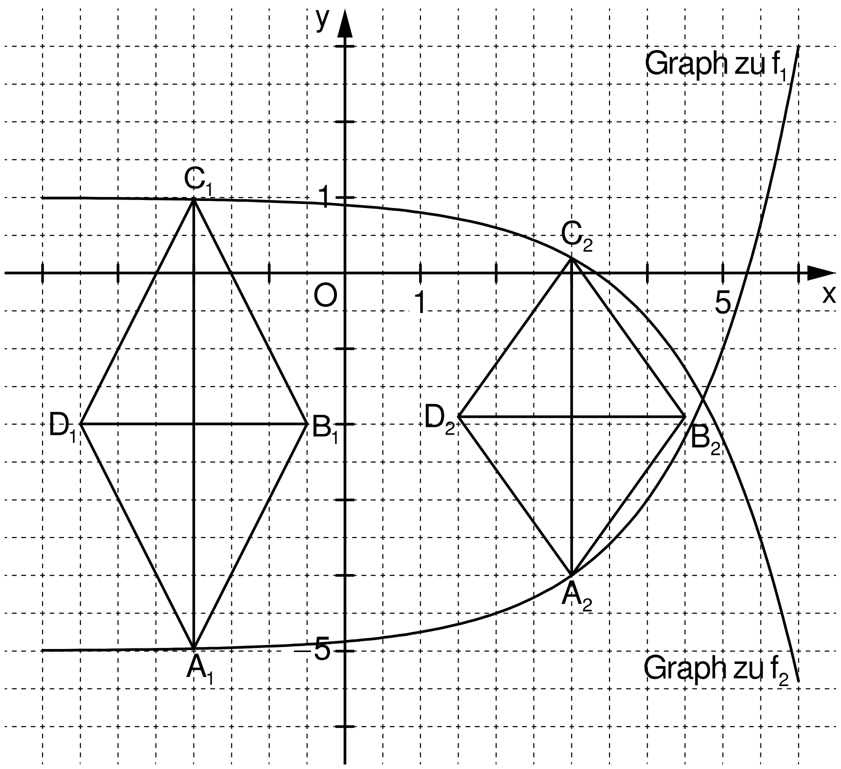
AUFGABE A 1: FUNKTIONEN			
A 1.1	$-9=-1{,}5\cdot\log_2(1-x)-6$ $\quad x\in\mathbb{R};\ x<1$ ... $\Leftrightarrow\quad x=-3$ $\quad \mathbb{L}=\{-3\}$	2	L 4 K 5
A 1.2	$\begin{pmatrix} x'' \\ -1{,}5\cdot\log_2(1-x'')-6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x''\in\mathbb{R};\ x''<1$ ... $\Rightarrow\quad y'=-1{,}5\cdot\log_2(-1-x')-3$ $\begin{pmatrix} x' \\ -1{,}5\cdot\log_2(-1-x')-3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x'\in\mathbb{R};\ x'<-1$ $\Rightarrow\quad f_0:\ y=1{,}5\cdot\log_2(-1-x)+3$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	3	L 4 K 2 K 5
AUFGABE A 2: RAUMGEOMETRIE			
A 2.0	 		
A 2.1	Einzeichnen der Strecke $[SP_1]$ und der Pyramide AQ_1R_1S	2	L 3 K 4

A 2.2	Für φ muss gelten: $\varphi < \sphericalangle MSC$. $\tan\sphericalangle MSC = \frac{10-2{,}5}{8}$ $\qquad\sphericalangle MSC = 43{,}15°$ Folglich muss $\varphi < 43{,}15°$ gelten.	1	L 3 K 2
A 2.3	$\tan\varphi = \frac{\overline{MP_n}}{8\text{ cm}}$ $\qquad\overline{MP_n}(\varphi) = 8\cdot\tan\varphi\text{ cm}$ $\qquad\varphi\in[0°;43{,}15°[$ $\frac{\overline{Q_nR_n}}{10\text{ cm}} = \frac{(10-2{,}5-8\cdot\tan\varphi)\text{ cm}}{(10-2{,}5)\text{ cm}}$ $\qquad\varphi\in[0°;43{,}15°[$ ... $\overline{Q_nR_n}(\varphi) = (10-10{,}67\cdot\tan\varphi)\text{ cm}$	3	L 3 L 4 K 2 K 5
A 2.4	$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{Q_nR_n}\cdot\overline{AP_n}\cdot\overline{MS}$ $V(\varphi) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot(10-10{,}67\cdot\tan\varphi)\cdot(2{,}5+8\cdot\tan\varphi)\cdot 8\text{ cm}^3$ $\qquad\varphi\in[0°;43{,}15°[$ ... $V(\varphi) = \left(-113{,}81\cdot\tan^2\varphi+71{,}10\cdot\tan\varphi+33{,}33\right)\text{ cm}^3$ $V(30°) = \left[-113{,}81\cdot(\tan30°)^2+71{,}10\cdot\tan30°+33{,}33\right]\text{ cm}^3$ $\qquad V(30°) = 36{,}44\text{ cm}^3$	3	L 2 L 3 L 4 K 5
AUFGABE A 3: EBENE GEOMETRIE			
A 3.0			
A 3.1	Ergänzen des Dreiecks AB_1C zum Viereck AB_1CD_1 $B_n \xrightarrow{O;\,\alpha=180°} D_n$ $\overrightarrow{OB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}4\sin\varphi+3\\\frac{2}{\sin\varphi}\end{pmatrix}$ $\qquad\overrightarrow{OB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix}4\sin\varphi+4\\-2+\frac{2}{\sin\varphi}\end{pmatrix}$ $\qquad\varphi\in]0°;180°[$ $\overrightarrow{OD_n}(\varphi) = \begin{pmatrix}-(4\sin\varphi+4)\\-\left(-2+\frac{2}{\sin\varphi}\right)\end{pmatrix}$ $\qquad\overrightarrow{OD_n}(\varphi) = \begin{pmatrix}-4\sin\varphi-4\\2-\frac{2}{\sin\varphi}\end{pmatrix}$ $\qquad\varphi\in]0°;180°[$ $D_n\left(-4\sin\varphi-4 \mid 2-\frac{2}{\sin\varphi}\right)$	3	L 3 L 4 K 4 K 5

A 3.2	In einem Parallelogramm AB_0CD_0 müsste der Punkt O sowohl der Mittelpunkt der Strecke $[B_0D_0]$ als auch der Mittelpunkt der Strecke $[AC]$ sein. $A(1\|-2) \xmapsto{O;180°} A'(-1\|2)$ Wegen $A' \neq C$ ist der Punkt O nicht der Mittelpunkt der Strecke $[AC]$. Folglich gibt es unter den Vierecken AB_nCD_n kein Parallelogramm.	2	L 3 K 1 K 5
		19	

Aufgabengruppe B **Nachtermin**

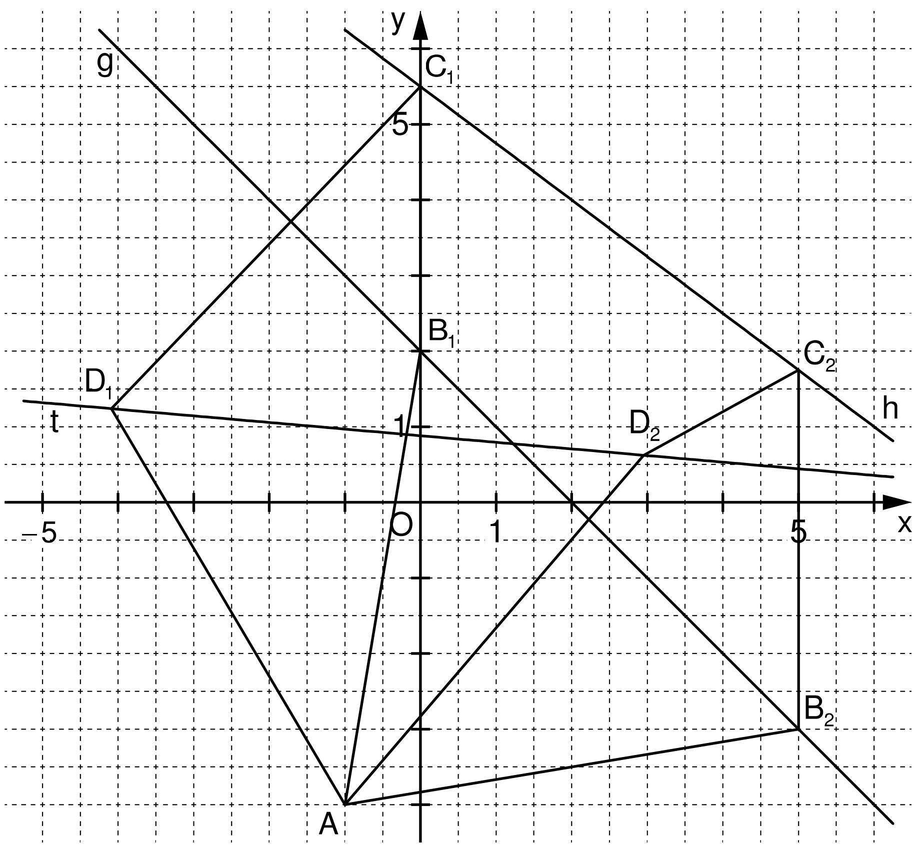
AUFGABE B 1: FUNKTIONEN

B 1.1	$-1 = a \cdot 2^{5-6} - 5 \qquad a \in \mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow \quad a = 8 \qquad \mathbb{L} = \{8\}$ $f_1: y = 8 \cdot 2^{x-6} - 5 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ 	3	L 4 K 4 K 5

B 1.2	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -0{,}1 \cdot \left(8 \cdot 2^{x-6} - 5\right) \end{pmatrix}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow \quad y' = -0{,}8 \cdot 2^{x'-6} + 0{,}5$ $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -0{,}8 \cdot 2^{x'-6} + 0{,}5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -3 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x' \in \mathbb{R}$ ... $\Rightarrow \quad y'' = -0{,}8 \cdot 2^{x''-3} + 1$ $f_2\colon y = -0{,}8 \cdot 2^{x-3} + 1$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Einzeichnen des Graphen zu f_2 Gleichung der Asymptote: $y = 1$	4	L 4 K 4 K 5
B 1.3	Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ mit ihren Diagonalen	2	L 3 K 4
B 1.4	$A_2\left(3 \mid 8 \cdot 2^{3-6} - 5\right)$ $A_2\left(3 \mid -4\right)$ $C_2\left(3 \mid -0{,}8 \cdot 2^{3-3} + 1\right)$ $C_2\left(3 \mid 0{,}2\right)$ $B_2\left(3 + 0{,}5 \cdot 3 \;\middle|\; \frac{-4 + 0{,}2}{2}\right)$ $B_2\left(4{,}5 \mid -1{,}9\right)$ $f_1(4{,}5) = 8 \cdot 2^{4{,}5-6} - 5$ $f_1(4{,}5) = -2{,}17$ Wegen $-2{,}17 \neq -1{,}9$ liegt B_2 folglich nicht auf dem Graphen zu f_1.	3	L 3 L 4 K 2 K 5
B 1.5	$\overline{A_nC_n}(x) = \left[-0{,}8 \cdot 2^{x-3} + 1 - \left(8 \cdot 2^{x-6} - 5\right)\right]\,\text{LE}$ $x \in \mathbb{R}\,;\; x < 4{,}74$ ... $\overline{A_nC_n}(x) = \underbrace{\left(\underbrace{-1{,}8 \cdot 2^{x-3}}_{<0} + 6\right)}_{<6}\,\text{LE}$ Somit gilt für den Flächeninhalt der Rauten: $A < 0{,}5 \cdot 3 \cdot 6\,\text{FE} \;\Rightarrow\; A < 9\,\text{FE}$.	3	L 2 L 4 K 1 K 5
B 1.6	$\tan(0{,}5 \cdot 120°) = \frac{0{,}5 \cdot \left(-1{,}8 \cdot 2^{x-3} + 6\right)}{0{,}5 \cdot 3}$ $x \in \mathbb{R}\,;\; x < 4{,}74$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 1{,}84$ $\mathbb{L} = \{1{,}84\}$	3	L 3 L 4 K 2 K 5
		18	

Aufgabe B 2: Ebene Geometrie

B 2.1 — 3 — L 3, K 4



B 2.2 — 4 — L 4, K 2, K 5

$$\overrightarrow{OD_n} = \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{AD_n}$$

$$\overrightarrow{AB_n} \xmapsto{O;\,\alpha=40^\circ} \overrightarrow{AD_n}$$

$$\overrightarrow{AB_n}(x) = \begin{pmatrix} x-(-1) \\ -x+2-(-4) \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AB_n}(x) = \begin{pmatrix} x+1 \\ -x+6 \end{pmatrix} \qquad x \in \mathbb{R};\ x \in \left]-1;10\right[$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 40^\circ & -\sin 40^\circ \\ \sin 40^\circ & \cos 40^\circ \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x+1 \\ -x+6 \end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R};\ x \in \left]-1;10\right[$$

...

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}41x-3{,}07 \\ -0{,}13x+5{,}26 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OD_n}(x) = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 1{,}41x-3{,}07 \\ -0{,}13x+5{,}26 \end{pmatrix} \qquad x \in \mathbb{R};\ x \in \left]-1;10\right[$$

$$\overrightarrow{OD_n}(x) = \begin{pmatrix} 1{,}41x-4{,}07 \\ -0{,}13x+1{,}26 \end{pmatrix} \qquad D_n\left(1{,}41x-4{,}07 \mid -0{,}13x+1{,}26\right)$$

B 2.3 — 2 — L 2, L 4, K 2, K 5

$$\begin{pmatrix} x+1 \\ -x+6 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \qquad x \in \mathbb{R};\ x \in \left]-1;10\right[$$

...

$$\Leftrightarrow \qquad x = 2{,}5 \qquad \mathbb{L} = \{2{,}5\}$$

B 2.4	$\begin{array}{l} x_{D_n} = 1{,}41x - 4{,}07 \\ \wedge\ y_{D_n} = -0{,}13x + 1{,}26 \end{array}$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\ x \in \mathbb{R}\,;\ x \in \left]-1; 10\right[$ ... $\Rightarrow \quad y_{D_n} = -0{,}09x_{D_n} + 0{,}88 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Trägergraph: $y = -0{,}09x + 0{,}88$ Einzeichnen des Trägergraphen t	3	L 4 K 4 K 5
B 2.5	$-0{,}13x + 1{,}26 = -0{,}75 \cdot (1{,}41x - 4{,}07) + 5{,}5 \quad x \in \mathbb{R}\,;\ x \in \left]-1; 10\right[$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 7{,}86 \quad \mathbb{L} = \{7{,}86\} \quad x_{B_4} = 7{,}86$ $x_{D_4} = 1{,}41 \cdot 7{,}86 - 4{,}07 \quad x_{D_4} = 7{,}01$ $\overrightarrow{AB_4} = \begin{pmatrix} 7{,}86 + 1 \\ -7{,}86 + 6 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB_4} = \begin{pmatrix} 8{,}86 \\ -1{,}86 \end{pmatrix} \quad m_{AB_4} = -0{,}21$ Wegen $-0{,}21 \neq -0{,}09$ sind die Geraden AB_4 und t nicht parallel zueinander.	5	L 3 L 4 K 2 K 4
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.