Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2022

an den Realschulen in Bayern

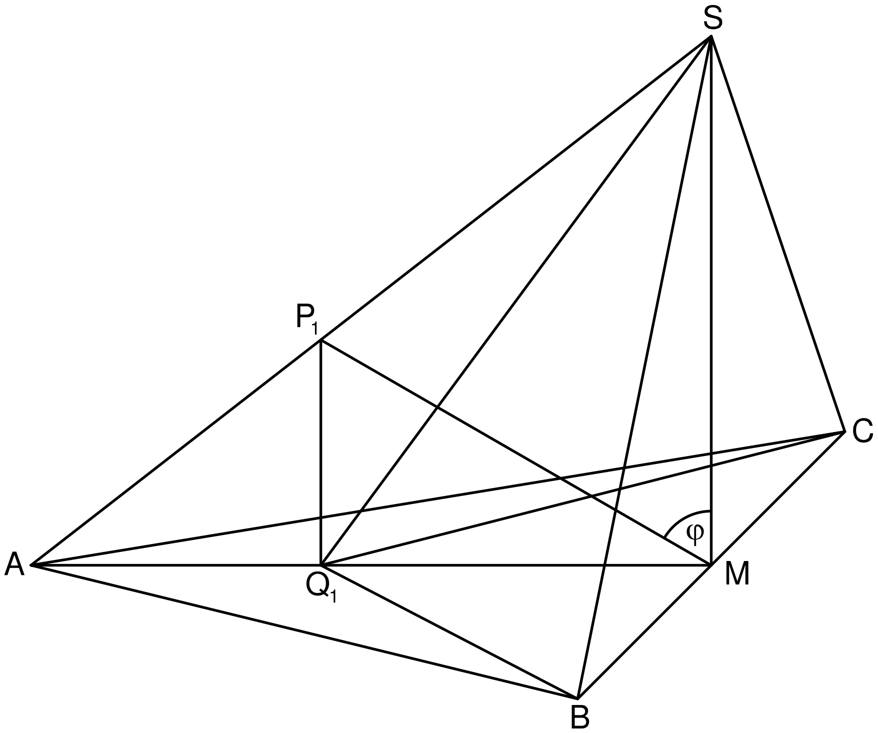
Mathematik I

Aufgabengruppe A **Haupttermin**

AUFGABE A 1: FUNKTIONEN			
A 1.1	$2{,}50 = 2{,}20 \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right)^2$ $\quad p \in \mathbb{R}^+$ ... $\Leftrightarrow \quad p = 6{,}60$ $\quad \mathbb{L} = \{6{,}60\}$ $f\colon y = 2{,}20 \cdot \left(1+\frac{6{,}60}{100}\right)^x$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ $f(7) = 2{,}20 \cdot \left(1+\frac{6{,}60}{100}\right)^7$ $\quad f(7) = 3{,}44$ Eine Rose würde voraussichtlich 3,44 € kosten.	3	L 4 K 3 K 5
A 1.2	$2 \cdot 2{,}20 = 2{,}20 \cdot \left(1+\frac{6{,}60}{100}\right)^x$ $\quad x \in \mathbb{R}^+$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 10{,}85$ $\quad \mathbb{L} = \{10{,}85\}$ Mia müsste im Jahr 2031 erstmals mehr als doppelt so viel für eine Rose bezahlen wie am 1. Juni 2020.	2	L 4 K 3 K 5

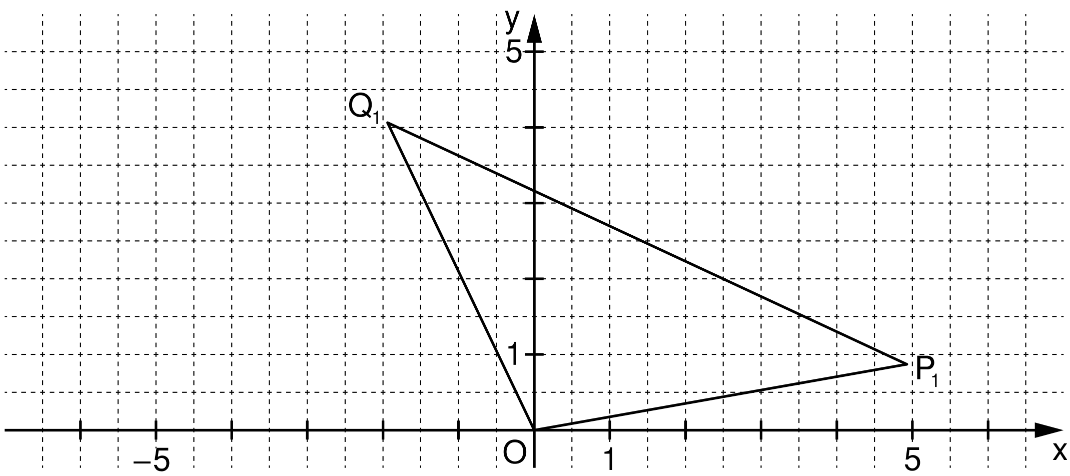
AUFGABE A 2: RAUMGEOMETRIE

A 2.0



A 2.1	$\tan\sphericalangle ASM = \frac{9}{7}$ $\qquad\qquad$ $\sphericalangle ASM = 52{,}13°$	1	L 2 K 5
A 2.2	Einzeichnen der Strecken $[MP_1]$ und $[P_1Q_1]$ sowie der Pyramide BCQ_1S	2	L 3 K 4
A 2.3	$\frac{\overline{MP_n}}{\sin 52{,}13°} = \frac{7\text{ cm}}{\sin(180° - (\varphi + 52{,}13°))}$ $\qquad$ $\varphi \in]0°;90°[$ $\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5{,}53}{\sin(\varphi + 52{,}13°)}\text{ cm}$ Die Strecke $[MP_0]$ erhält man für $\varphi = 37{,}87°$.	3	L 4 K 2 K 5
A 2.4	$\cos(90° - \varphi) = \frac{\overline{MQ_n}}{\overline{MP_n}}$ $\qquad$ $\varphi \in]0°;90°[$ ... $\overline{MQ_n}(\varphi) = \frac{5{,}53 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 52{,}13°)}\text{ cm}$ $V(60°) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 7 \cdot \frac{5{,}53 \cdot \sin 60°}{\sin(60° + 52{,}13°)}\text{ cm}^3$ $\qquad$ $V(60°) = 60{,}32\text{ cm}^3$	3	L 2 L 4 K 2 K 5

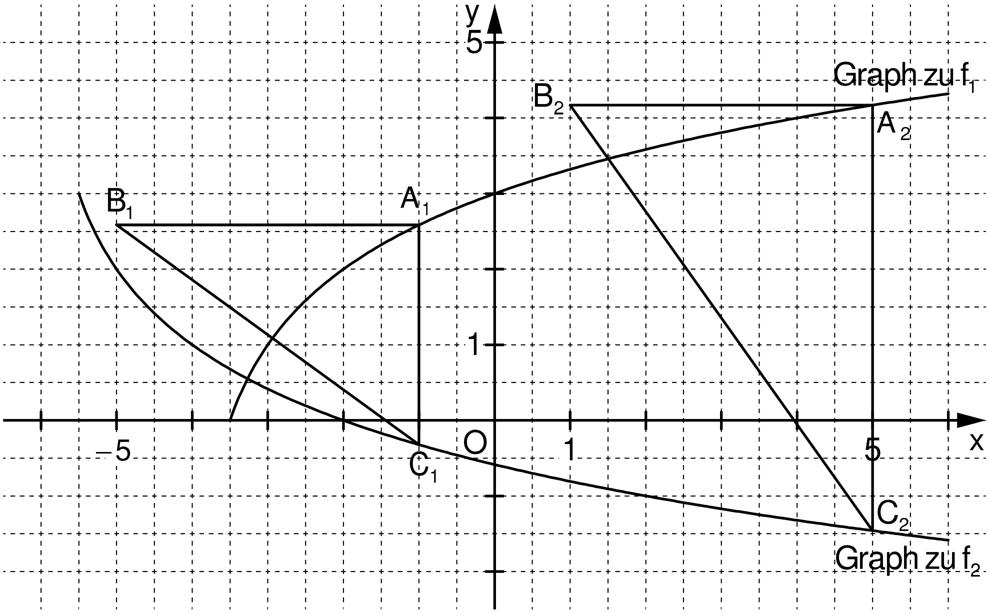
Aufgabe A 3: Ebene Geometrie

A 3.0	 		
A 3.1	$\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} 4{,}92 \\ 0{,}87 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OQ_1} = \begin{pmatrix} -1{,}94 \\ 4{,}06 \end{pmatrix}$ Einzeichnen des Dreiecks OP_1Q_1	2	L 3 K 4 K 5

A 3.2	$\overline{OP_n}(\varphi)=\sqrt{(5\cdot\sin\varphi)^2+(5\cdot\cos\varphi)^2}$ LE $\qquad \varphi\in\,]0°;90°[$ ... $\overline{OP_n}(\varphi)=\sqrt{25\cdot(\sin^2\varphi+\cos^2\varphi)}$ LE Wegen $\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1$ gilt folglich $\overline{OP_n}=5\,\text{LE}$ für alle $\varphi\in\,]0°;90°[$.	2	L 4 K 1 K 5
A 3.3	$\cos\sphericalangle P_1OQ_1=\dfrac{4{,}92\cdot(-1{,}94)+0{,}87\cdot4{,}06}{5\cdot\sqrt{(-1{,}94)^2+4{,}06^2}}$ $\qquad \sphericalangle P_1OQ_1=105{,}50°$	2	L 2 K 5
		20	

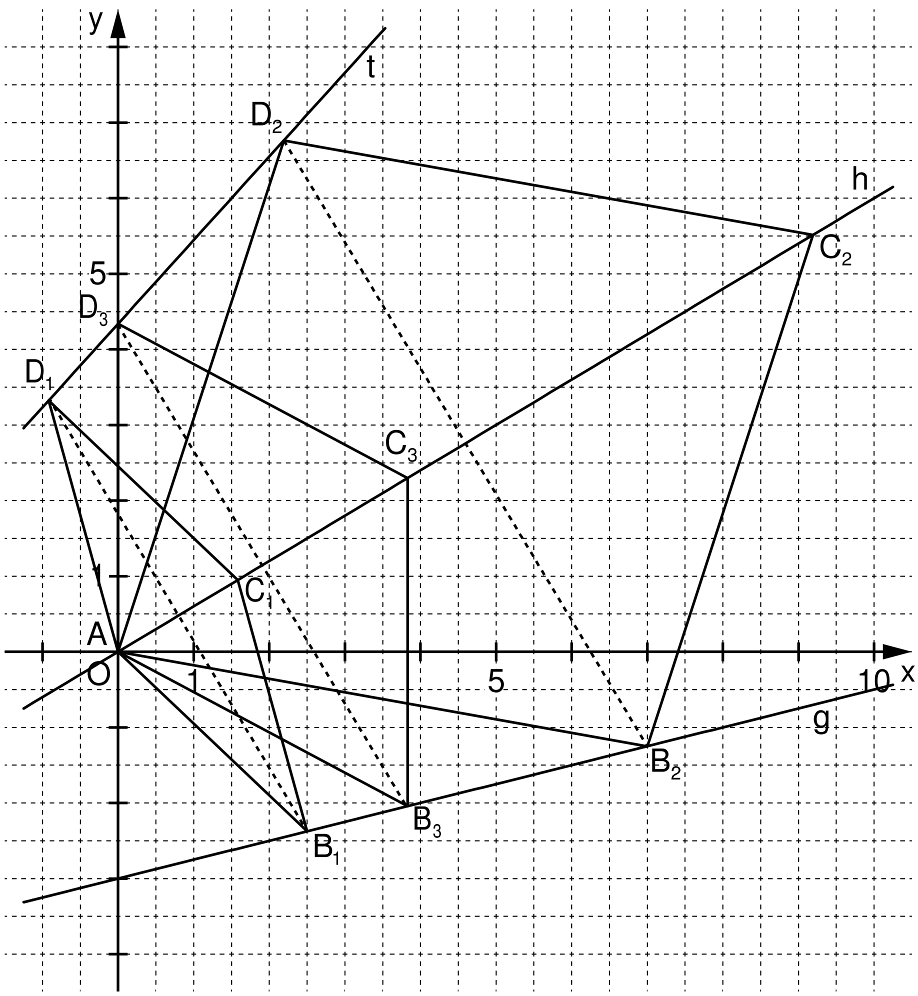
Aufgabengruppe B **Haupttermin**

AUFGABE B 1: FUNKTIONEN

B 1.1	$3=\log_2(0+b)+1 \qquad b\in\mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow \quad b=4 \qquad \mathbb{L}=\{4\}$ $f_1\colon y=\log_2(x+4)+1 \qquad \mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ 	3	L 4 K 2 K 4 K 5

B 1.2	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -(\log_2(x+4)+1) \end{pmatrix}$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\, x \in \mathbb{R}\,;\, x > -4$ $\Rightarrow \quad y' = -\log_2(x'+4) - 1$ $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -\log_2(x'+4)-1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\, x' \in \mathbb{R}\,;\, x' > -4$ ... $\Rightarrow \quad y'' = -\log_2(x''+6) + 2$ $f_2\colon y = -\log_2(x+6) + 2$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Einzeichnen des Graphen zu f_2	3	L 4 K 4 K 5
B 1.3	Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$	2	L 3 K 4
B 1.4	$\overline{A_nC_n}(x) = \left[\log_2(x+4)+1-\left(-\log_2(x+6)+2\right)\right]$ LE $\quad x \in \mathbb{R}\,;\, x > -3{,}26$ ... $\overline{A_nC_n}(x) = \left[\log_2\left(x^2+10x+24\right)-1\right]$ LE	2	L 3 L 4 K 5
B 1.5	$A(x) = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \left[\log_2\left(x^2+10x+24\right)-1\right]$ FE $\quad x \in \mathbb{R}\,;\, x > -3{,}26$ $A(x) = \left[2 \cdot \log_2\left(x^2+10x+24\right)-2\right]$ FE $10 = 2 \cdot \log_2\left(x^2+10x+24\right) - 2$ $\quad x \in \mathbb{R}\,;\, x > -3{,}26$ ... $\Leftrightarrow \quad (x = -13{,}06 \quad \vee) \quad x = 3{,}06$ $\quad \mathbb{L} = \{3{,}06\}$	3	L 3 L 4 K 5
B 1.6	$B_n\left(x-4 \,\middle\vert\, \log_2(x+4)+1\right)$ $\quad x \in \mathbb{R}\,;\, x > -3{,}26$ $\log_2(x+4)+1 = -\log_2(x-4+6)+2$ $\quad x \in \mathbb{R}\,;\, x > -3{,}26$ ... $\Leftrightarrow \quad x = -1{,}27$ $\quad \mathbb{L} = \{-1{,}27\}$ $x_{B_4} = -1{,}27 - 4$ $\quad x_{B_4} = -5{,}27$	4	L 3 L 4 K 2 K 5
		17	

Aufgabe B 2: Ebene Geometrie

B 2.1		3	L 3 K 4
B 2.2	$B_n \xmapsto{h} D_n$ $\tan\varphi = 0{,}6$ $\qquad\qquad$ $\varphi = 30{,}96^\circ$ Für $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $x \in \mathbb{R}$; $x > 1{,}57$ gilt: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\cdot 30{,}96^\circ) & \sin(2\cdot 30{,}96^\circ) \\ \sin(2\cdot 30{,}96^\circ) & -\cos(2\cdot 30{,}96^\circ) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 0{,}25x - 3 \end{pmatrix}$ ... $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}69x - 2{,}64 \\ 0{,}76x + 1{,}41 \end{pmatrix}$ $\qquad\qquad$ $D_n(0{,}69x - 2{,}64 \mid 0{,}76x + 1{,}41)$	3	L 3 L 4 K 2 K 5

B 2.3	Wenn die Raute $AB_2C_2D_2$ ein Quadrat wäre, so müsste gelten: $\overrightarrow{AB_2} \odot \overrightarrow{AD_2} = 0$. $\overrightarrow{AB_2} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0{,}25 \cdot 7 - 3 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{AB_2} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1{,}25 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD_2} = \begin{pmatrix} 0{,}69 \cdot 7 - 2{,}64 \\ 0{,}76 \cdot 7 + 1{,}41 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{AD_2} = \begin{pmatrix} 2{,}19 \\ 6{,}73 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 7 \\ -1{,}25 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 2{,}19 \\ 6{,}73 \end{pmatrix} = 6{,}92 \neq 0$ Folglich ist die Raute $AB_2C_2D_2$ kein Quadrat.	3	L 3 K 1 K 5
B 2.4	$\begin{array}{l} x_{D_n} = 0{,}69x - 2{,}64 \\ \wedge\ y_{D_n} = 0{,}76x + 1{,}41 \end{array}$ $\quad$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R};\ x > 1{,}57$ ... $\Rightarrow \quad y_{D_n} = 1{,}10x_{D_n} + 4{,}32$ $\quad$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Trägergraph: $y = 1{,}10x + 4{,}32$ Einzeichnen des Trägergraphen t	3	L 4 K 4 K 5
B 2.5	Einzeichnen der Raute $AB_3C_3D_3$ $0{,}69x - 2{,}64 = 0$ $\quad$ $x \in \mathbb{R};\ x > 1{,}57$ ... $\Leftrightarrow \quad x = 3{,}83$ $\quad$ $\mathbb{L} = \{3{,}83\}$ $C_3(3{,}83 \mid 0{,}6 \cdot 3{,}83)$ $\quad$ $C_3(3{,}83 \mid 2{,}30)$ $A_{AB_3C_3D_3} = \overline{AD_3} \cdot d(C_3; AD_3)$ $\overline{AD_3} = (0{,}76 \cdot 3{,}83 + 1{,}41)\,\text{LE}$ $\quad$ $\overline{AD_3} = 4{,}32\,\text{LE}$ $d(C_3; AD_3) = 3{,}83\,\text{LE}$ $A_{AB_3C_3D_3} = 4{,}32 \cdot 3{,}83\,\text{FE}$ $\quad$ $A_{AB_3C_3D_3} = 16{,}55\,\text{FE}$	5	L 2 L 3 K 2 K 4 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.