

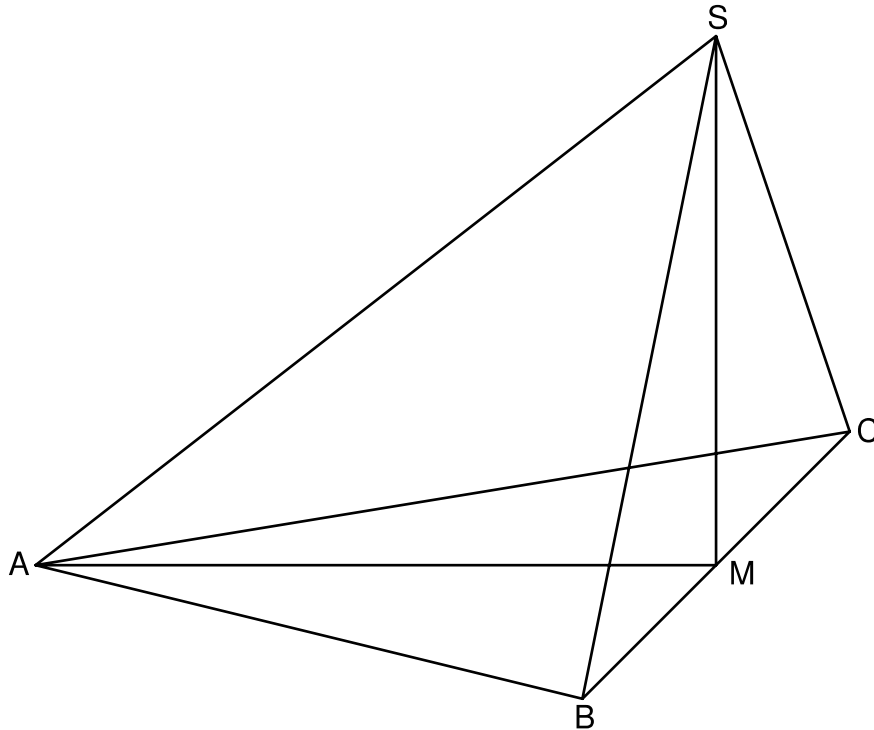
A 2.0 Die Strecke $[BC]$ mit dem Mittelpunkt M ist die Basis des gleichschenkligen Dreiecks ABC . Dieses Dreieck ist die Grundfläche der Pyramide $ABCS$ mit der Höhe $[MS]$.

Es gilt: $\overline{BC} = 10 \text{ cm}$; $\overline{AM} = 9 \text{ cm}$; $\overline{MS} = 7 \text{ cm}$.

Die Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide $ABCS$.

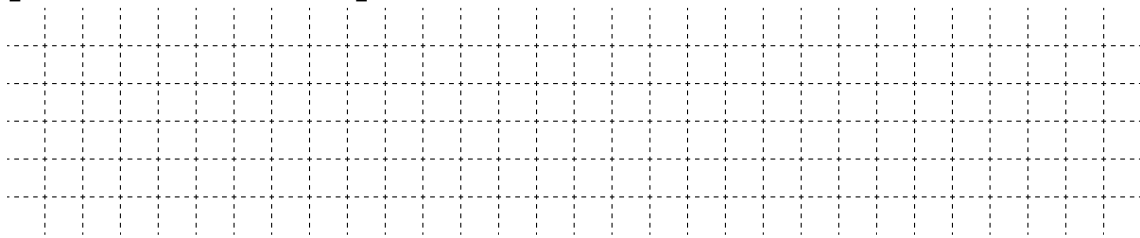
In der Zeichnung gilt: $\varrho = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$; $[AM]$ liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels ASM .

[Ergebnis: $\sphericalangle ASM = 52,13^\circ$]



1 P

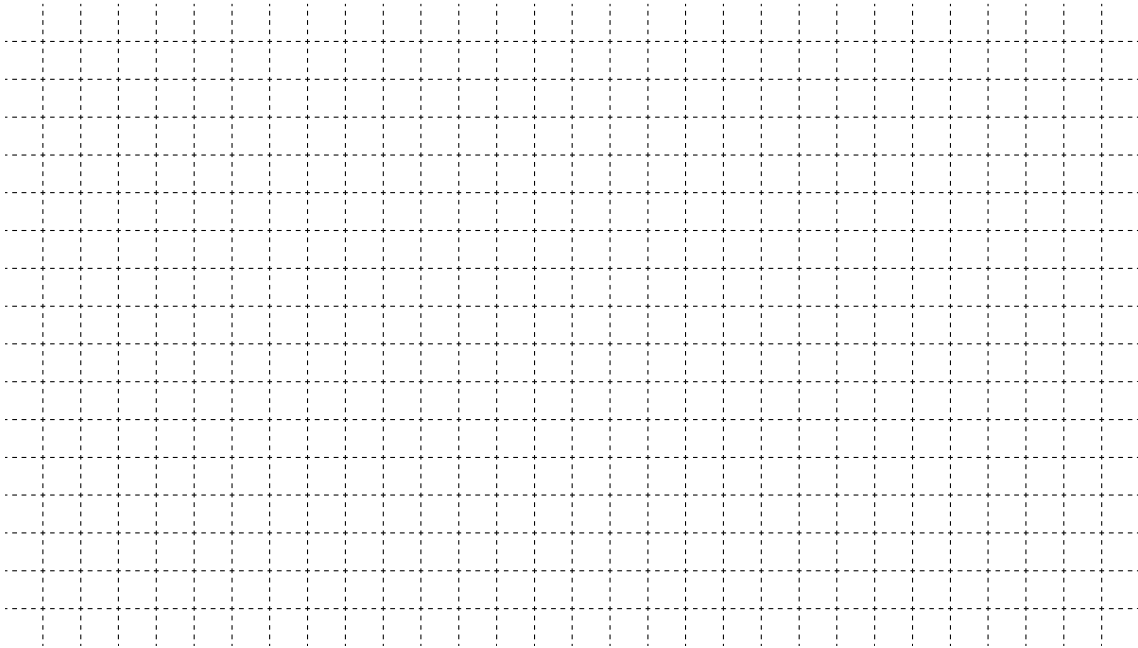
A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[AS]$. Die Winkel SMP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$. Punkte Q_n liegen auf der Strecke $[AM]$ mit $[P_nQ_n] \perp [AM]$. Die Dreiecke BCQ_n sind die Grundflächen der Pyramiden BCQ_nS mit der Spitze S und der Höhe $[MS]$.

Zeichnen Sie die Strecken $[MP_1]$ und $[P_1Q_1]$ sowie die Pyramide BCQ_1S für $\varphi = 60^\circ$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein.

2 P

A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5,53}{\sin(\varphi + 52,13^\circ)} \text{ cm.}$

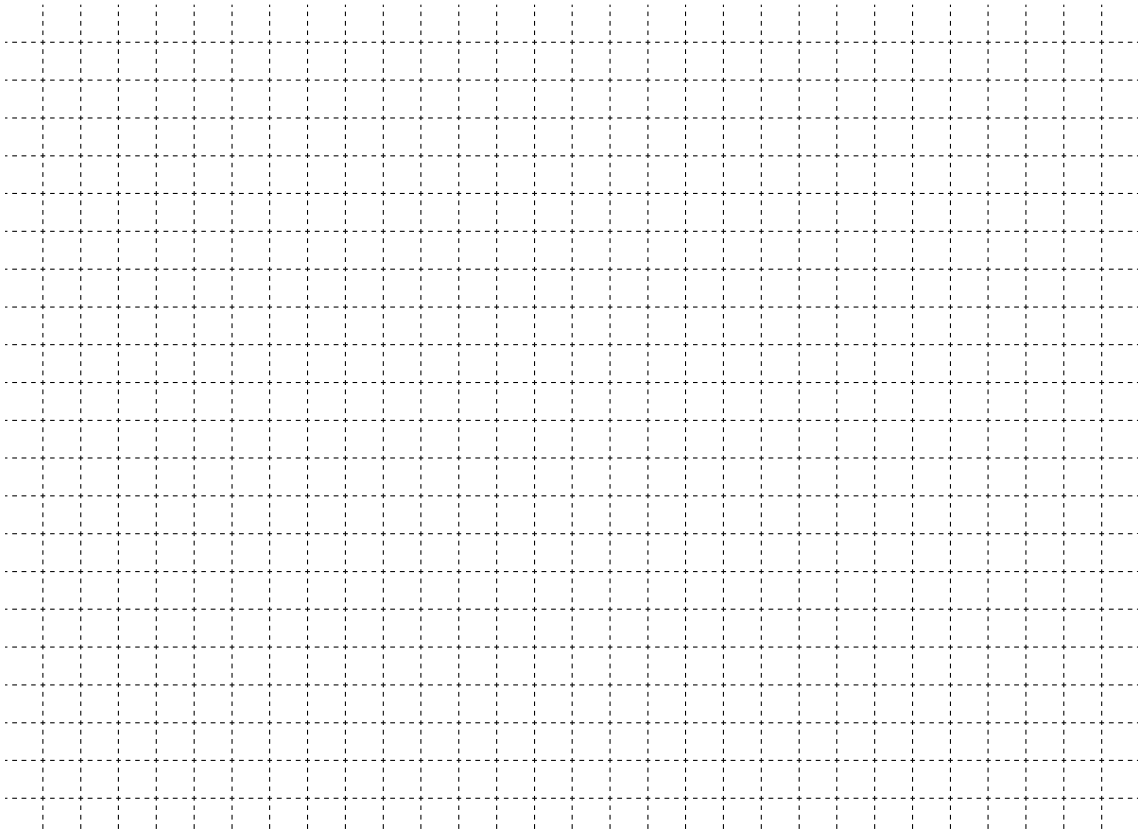
Die Länge der Strecke $[MP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an.



3 P

A 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[MQ_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MQ_n}(\varphi) = \frac{5,53 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 52,13^\circ)} \text{ cm.}$

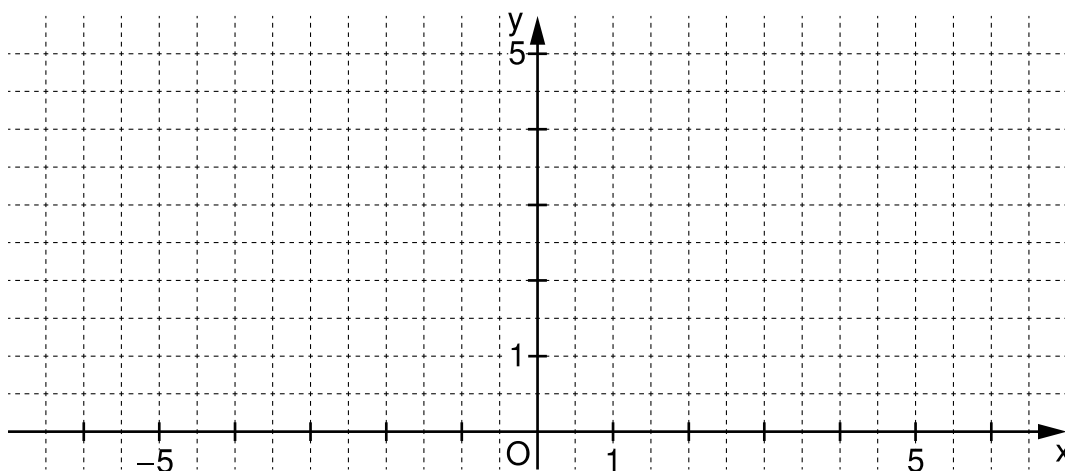
Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide BCQ_1S .



3 P

A 3.0 Pfeile $\vec{OP}_n(\varphi) = \begin{pmatrix} 5 \cdot \sin \varphi \\ 5 \cdot \cos \varphi \end{pmatrix}$ und $\vec{OQ}_n(\varphi) = \begin{pmatrix} -2 \cdot \sin^2 \varphi \\ \frac{4}{\sin \varphi} \end{pmatrix}$ mit $O(0|0)$ spannen für $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ]$ Dreiecke OP_nQ_n auf.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

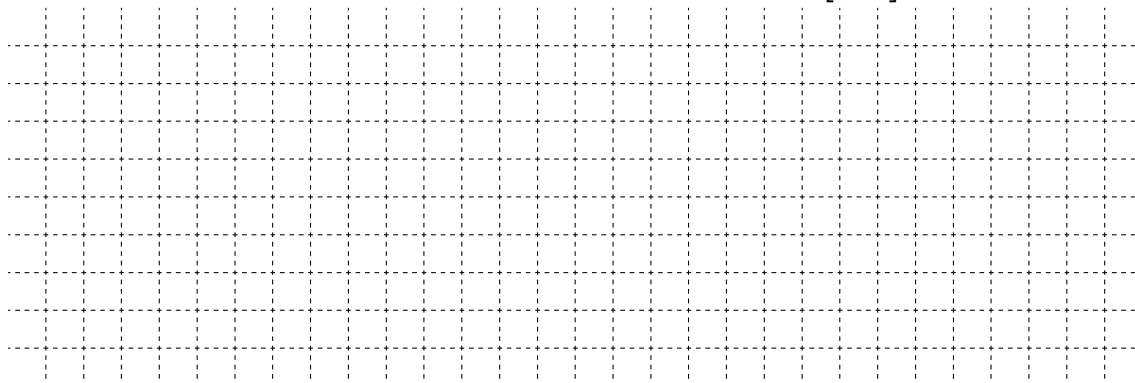


A 3.1 Geben Sie für $\varphi = 80^\circ$ die Koordinaten der Pfeile \vec{OP}_1 und \vec{OQ}_1 an.
Zeichnen Sie sodann das Dreieck OP_1Q_1 in das Koordinatensystem zu A 3.0 ein.



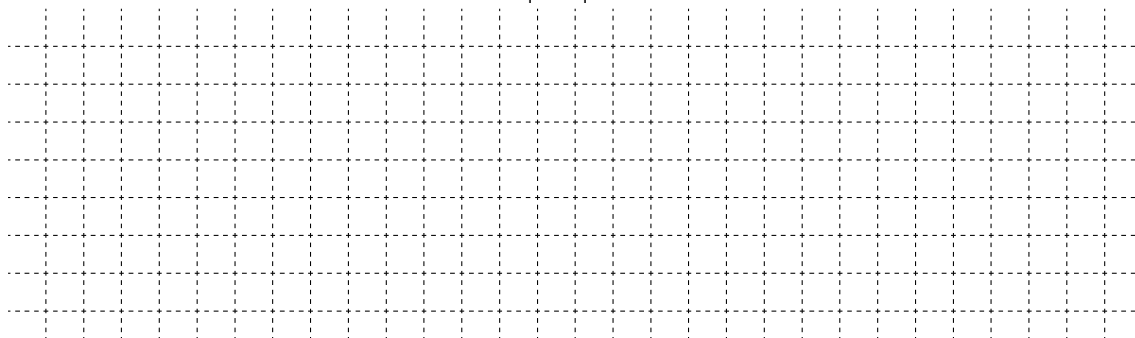
2 P

A 3.2 Begründen Sie rechnerisch, weshalb die Länge der Strecken $[OP_n]$ konstant ist.



2 P

A 3.3 Berechnen Sie das Maß des Winkels P_1OQ_1 .



2 P



Mathematik I

Aufgabe B 1

Haupttermin

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit einer Gleichung der Form $y = \log_2(x+b)+1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}$). Der Graph zu f_1 schneidet die y-Achse im Punkt $P(0|3)$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = \log_2(x+4)+1$ besitzt.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-3,5; 6]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leq x \leq 6$; $-2 \leq y \leq 5$

3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -\log_2(x+6)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ besitzt.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-5,5; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x | \log_2(x+4)+1)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $C_n(x | -\log_2(x+6)+2)$ auf dem Graphen zu f_2 . Zusammen mit Punkten B_n sind sie für $x > -3,26$ die Eckpunkte von rechtwinkligen Dreiecken $A_n B_n C_n$ mit den Hypotenusen $[B_n C_n]$. Es gilt: $\overline{A_n B_n} = 4 \text{ LE}$.

Zeichnen Sie in das Koordinatensystem zu B 1.1 die Dreiecke $A_1 B_1 C_1$ für $x = -1$ und $A_2 B_2 C_2$ für $x = 5$ ein.

2 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_n C_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$$\overline{A_n C_n}(x) = \left[\log_2(x^2 + 10x + 24) - 1 \right] \text{ LE}.$$

2 P

B 1.5 Das Dreieck $A_3 B_3 C_3$ hat den Flächeninhalt 10 FE.

Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes A_3 .

3 P

B 1.6 Der Eckpunkt B_4 des Dreiecks $A_4 B_4 C_4$ liegt auf dem Graphen zu f_2 .

Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes B_4 .

4 P

Bitte wenden!



Mathematik I

Aufgabe B 2

Haupttermin

B 2.0 Gegeben sind die Geraden $g: y = 0,25x - 3$ und $h: y = 0,6x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Punkte $B_n(x \mid 0,25x - 3)$ auf der Geraden g bilden für $x > 1,57$ zusammen mit dem Punkt $A(0 \mid 0)$ und Punkten C_n und D_n Rauten $AB_nC_nD_n$, wobei die Gerade $h = AC_n$ eine der Symmetrieachsen der Rauten ist.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Rauten $AB_1C_1D_1$ für $x = 2,5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 7$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leq x \leq 10$; $-4 \leq y \leq 8$

3 P

B 2.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n .

[Ergebnis: $D_n(0,69x - 2,64 \mid 0,76x + 1,41)$]

3 P

B 2.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Raute $AB_2C_2D_2$ ein Quadrat ist.

3 P

B 2.4 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n .

Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen t in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein.

3 P

B 2.5 Der Punkt D_3 der Raute $AB_3C_3D_3$ liegt auf der y -Achse.

Zeichnen Sie die Raute $AB_3C_3D_3$ in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Punktes C_3 sowie den Flächeninhalt der Raute $AB_3C_3D_3$.

[Teilergebnis: $x_{C_3} = 3,83$]

5 P

Bitte wenden!