Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: __________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 In zwei Stromkreisen wird je eine Spule von Gleichstrom durchflossen. Wenn ein Stromkreis geöffnet wird, klingt die entsprechende Stromstärke exponentiell ab.
Der Zusammenhang zwischen der Zeit x s nach dem Öffnen des Stromkreises und der Stromstärke y mA kann bei Spulen näherungsweise durch eine Funktion mit einer Gleichung der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschrieben werden, wobei y_0 mA die Stromstärke für $x = 0$ darstellt $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+;\, y_0 \in \mathbb{R}_0^+;\, k \in \mathbb{R}^+\right)$.

A 1.1 Für die erste Spule ergeben sich folgende Werte:

Zeit in s	0	2	3	4
Stromstärke in mA	4500	218	48	11

Zeigen Sie rechnerisch, dass für diese Spule auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt: $k = 0{,}22$. Geben Sie sodann die zugehörige Funktionsgleichung an.

2 P

A 1.2 Um wie viel Prozent verringert sich die Stromstärke bei der Spule aus A 1.1 pro Sekunde? Ergänzen Sie.

Die Stromstärke verringert sich pro Sekunde um $\boxed{\quad\quad \%.}$ 1 P

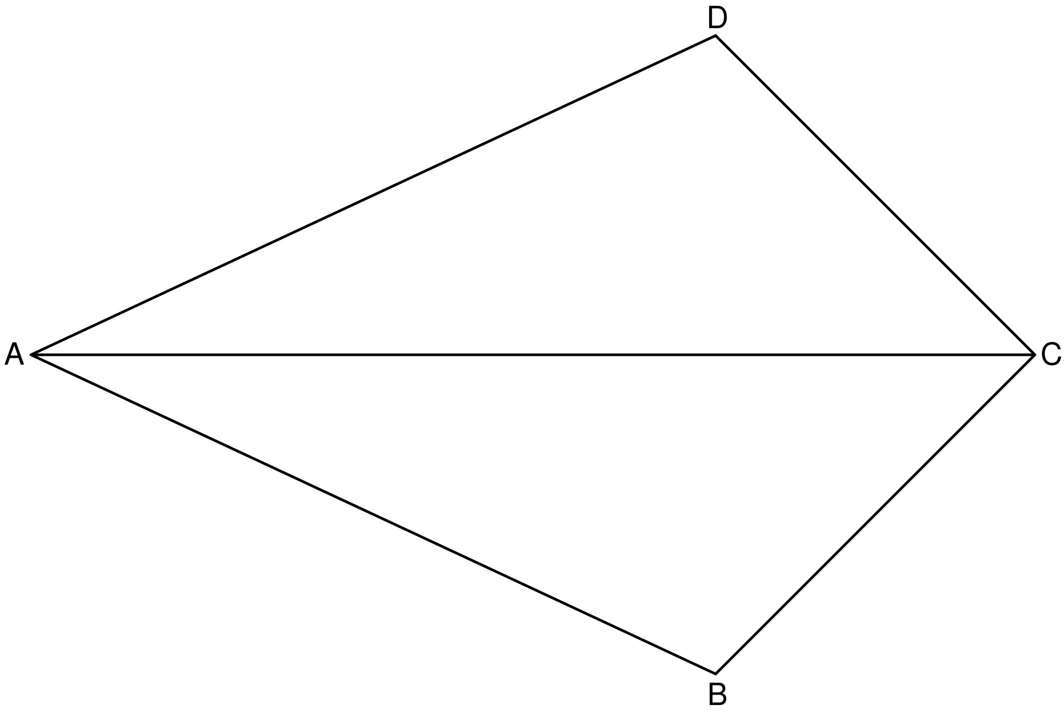
A 1.3 Für die zweite Spule gilt: $k = 0{,}25$. Bei dieser wird gleichzeitig mit der Spule aus A 1.1 der Stromkreis geöffnet. Nach 3 s ergeben sich für beide Spulen die gleichen Stromstärken.
Berechnen Sie die Stromstärke der zweiten Spule in dem Moment, in dem die Stromkreise geöffnet werden.

2 P

A 2.0 In der Zeichnung ist das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC dargestellt.

Es gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 50°$; $\sphericalangle CBA = 110°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Punkte E_n liegen auf der Strecke $[AC]$ und legen zusammen mit dem Punkt B Strecken $[BE_n]$ fest. Die Winkel E_nBA haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 110°[$.

Zeichnen Sie die Strecke $[BE_1]$ für $\varphi = 15°$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein und zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[BE_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{BE_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}23}{\sin(\varphi + 25°)}\text{ cm}$.

3 P

A 2.2 Das Dreieck ABE_2 ist gleichschenklig mit der Basis $[AB]$.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABE_2.

2 P

A 2.3 Der Punkt E_3 ist der Mittelpunkt des Inkreises des Drachenvierecks ABCD.

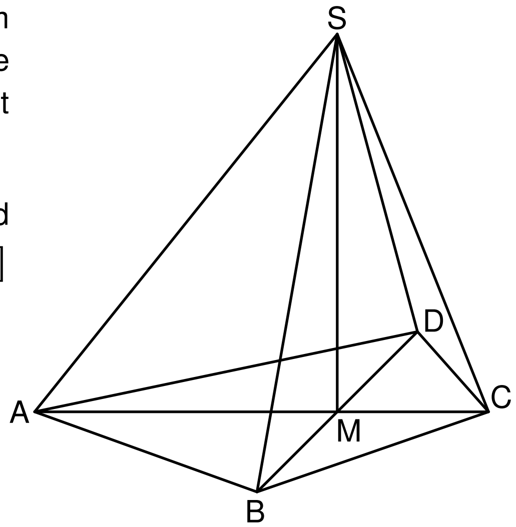
Zeichnen Sie den Punkt E_3 sowie den Inkreis in die Zeichnung zu A 2.0 ein und berechnen Sie den Radius r des Inkreises.

4 P

A 3.0 Das Drachenviereck ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Höhe $[MS]$.

Die Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse liegt.

Es gilt: $\overline{AC} = 6\text{ cm}$; $\overline{AM} = 4\text{ cm}$;
$\overline{BD} = 6\text{ cm}$; $\overline{MS} = 5\text{ cm}$.



A 3.1 Der Punkt E liegt auf der Halbgeraden $[AC$ mit $\overline{AE} = 7{,}5\text{ cm}$. Punkte P_n liegen auf der Strecke $[MS]$. Die Winkel MAP_n haben das Maß φ. Die Punkte P_n sind für $\varphi \in]0°; 51{,}34°]$ die Spitzen von Pyramiden $ABEDP_n$ mit dem Drachenviereck ABED als Grundfläche sowie den Höhen $[MP_n]$.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABEDP_1$ für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu A 3.0 ein. 2 P

A 3.2 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramiden $ABEDP_n$ in Abhängigkeit von φ.
$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = 30 \cdot \tan\varphi\ \text{cm}^3\right]$

2 P

A 3.3 Das Volumen der Pyramide $ABEDP_2$ ist genau so groß wie das Volumen der Pyramide ABCDS.
Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für φ.

2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 0{,}2 \cdot 2^{x-1} - 2$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Wertemenge von f_1 an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-3; 6]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 8$; $-3 \leqq y \leqq 10$ 2 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = 2$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt: $y = 0{,}4 \cdot 2^{x-2} + 3$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-3; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 3 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, 0{,}2 \cdot 2^{x-1} - 2\right)$ liegen auf dem Graphen zu f_1. Punkte $B_n\left(x+3 \,\middle|\, -1\right)$ haben eine um 3 größere x-Koordinate als die Punkte A_n. Punkte C_n liegen auf dem Graphen der Funktion f_2 und ihre x-Koordinate ist um 1 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Die Punkte A_n, B_n und C_n sind die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -1$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass für die Vektoren $\overrightarrow{A_nB_n}$ und $\overrightarrow{A_nC_n}$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$\overrightarrow{A_nB_n}(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ -0{,}2 \cdot 2^{x-1} + 1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{A_nC_n}(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}2 \cdot 2^{x-1} + 5 \end{pmatrix}$. 3 P

B 1.5 Begründen Sie rechnerisch, dass der Flächeninhalt der Dreiecke $A_nB_nC_n$ stets größer als 7 FE ist. 3 P

B 1.6 Im Dreieck $A_3B_3C_3$ liegt die Strecke $[A_3B_3]$ parallel zur x-Achse.

Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_3 sowie das Maß des Winkels $B_3A_3C_3$. 4 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

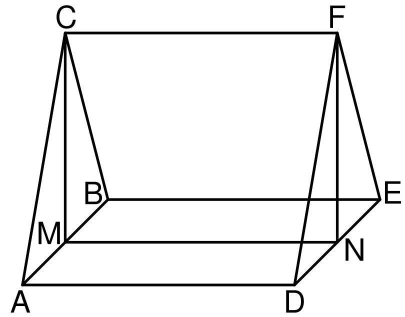
Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF. Die Grundfläche dieses Prismas ist das gleichseitige Dreieck ABC mit der Höhe $[MC]$. N ist der Mittelpunkt der Strecke $[DE]$.

Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\overline{AD} = 9\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeigen Sie, dass für die Strecke $[MC]$ gilt: $\overline{MC} = 6{,}93\text{ cm}$. Zeichnen Sie sodann das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Strecke $[MN]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt M links vom Punkt N liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5$; $\omega = 45°$. 3 P

B 2.2 Der Punkt K liegt auf der Strecke $[CF]$ mit $\overline{FK} = 3\text{ cm}$.

Zeichnen Sie die Strecke $[NK]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und zeigen Sie rechnerisch, dass für den Winkel NKF gilt: $\sphericalangle NKF = 66{,}59°$. 2 P

B 2.3 Punkte P_n auf der Strecke $[NK]$ sind zusammen mit Punkten A und B die Eckpunkte von Dreiecken AP_nB. Die Winkel NMP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 49{,}11°[$.

Zeichnen Sie die Strecke $[MP_1]$ und das Dreieck AP_1B für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MP_n}(\varphi) = \dfrac{8{,}26}{\sin(\varphi + 66{,}59°)}\text{ cm}$.

Begründen Sie sodann, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke AP_nB gilt: $A \geqq 33{,}04\text{ cm}^2$. 4 P

B 2.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ADEBP_n$ mit der Grundfläche ADEB und den Höhen $[P_nH_n]$, deren Fußpunkte H_n auf der Strecke $[MN]$ liegen.

Zeichnen Sie die Pyramide $ADEBP_1$ und ihre Höhe $[P_1H_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ADEBP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \dfrac{198{,}24 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 66{,}59°)}\text{ cm}^3\right]$ 3 P

B 2.6 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $ADEBP_1$ am Volumen des Prismas ABCDEF. 3 P

Bitte wenden!