Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: ____________ Platznummer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Informationen über die Leistungsfähigkeit eines Sportlers kann man mithilfe von sogenannten Laktat-Tests ermitteln, da die Laktat-Konzentration im Blut mit steigender Laufgeschwindigkeit zunimmt.

Bei einem solchen Test wird die Laktat-Konzentration y $\frac{\text{mmol}}{\text{l}}$ (Millimol pro Liter Blut) in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit x $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ erfasst.

Für Paul lässt sich dieser Zusammenhang bei einem Test näherungsweise durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 0{,}01 \cdot 1{,}5^x + 0{,}85$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$ beschreiben.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 1.1 Bei Paul wurde für die Geschwindigkeiten von 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und 12 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ jeweils eine Messung der Laktat-Konzentration durchgeführt.

Berechnen Sie mithilfe der Funktion f die zugehörigen Funktionswerte für diese beiden Geschwindigkeiten und ermitteln Sie sodann, um wie viel Prozent sich die Laktat-Konzentration zwischen diesen beiden Messungen erhöht hat.

3 P

A 1.2 Berechnen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu f.

2 P

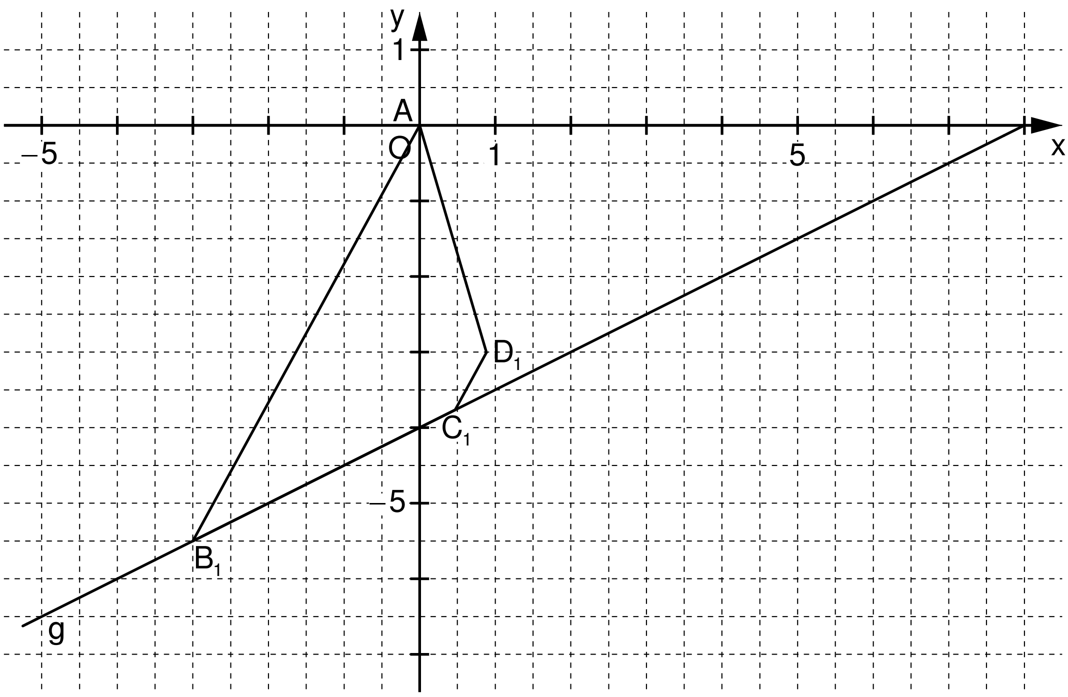
A 2.0 Punkte $B_n(x\,|\,0{,}5x-4)$ und Punkte C_n liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=0{,}5x-4$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Sie sind für $x>-4{,}25$ zusammen mit dem Punkt $A(0\,|\,0)$ und Punkten D_n Eckpunkte von Trapezen $AB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\sphericalangle B_nAD_n=45°$; $\overline{AD_n}=\frac{1}{2}\cdot\overline{AB_n}$; $[AB_n]\parallel[D_nC_n]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Im Koordinatensystem sind die Gerade g und das Trapez $AB_1C_1D_1$ für $x=-3$ bereits eingezeichnet.

Zeichnen Sie das Trapez $AB_2C_2D_2$ für $x=2$ ein.



1 P

A 2.2 Im Trapez $AB_3C_3D_3$ gilt: $\sphericalangle C_3B_3A=90°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x.

3 P

A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von x gilt: $D_n\left(0{,}18x+1{,}41 \,\middle|\, 0{,}53x-1{,}41\right)$.

3 P

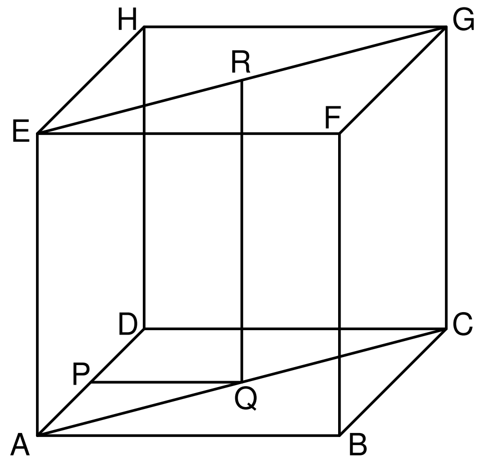
A 2.4 Berechnen Sie die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n und zeichnen Sie diesen in das Koordinatensystem zu A 2.1 ein.

3 P

A 3.0 Gegeben ist ein Schrägbild des Würfels ABCDEFGH mit $\overline{AB} = 4\text{ cm}$.

P ist der Mittelpunkt der Strecke $[AD]$, Q ist der Mittelpunkt der Strecke $[AC]$ und R ist der Mittelpunkt der Strecke $[EG]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Punkte $S_n \in [QR]$ legen zusammen mit P und Q Winkel QPS_n mit dem Maß φ fest. Sie sind für $\varphi \in [\,0°; 63{,}43°\,[$ die Spitzen von Pyramiden $EFGHS_n$ mit der Grundfläche EFGH.

Zeichnen Sie die Strecke $[PS_1]$ und die Pyramide $EFGHS_1$ für $\varphi = 30°$ in die Zeichnung zu A 3.0 ein. 1 P

A 3.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der Pyramiden $EFGHS_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = (21{,}33 - 10{,}67 \cdot \tan\varphi)\text{ cm}^3$.

3 P

A 3.3 Unter den Pyramiden $EFGHS_n$ hat die Pyramide $EFGHS_0$ das maximale Volumen V_0. Begründen Sie, weshalb gilt: $V_{\text{Würfel}} : V_0 = 3 : 1$.

2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 3 \cdot \log_3 (x+7) - 4$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Gleichung der Asymptote h des Graphen zu f_1 an.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4; 9]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 9$; $-6 \leqq y \leqq 4$ 2 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt: $y = -3 \cdot \log_3 (x+6) + 2$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-4; 9]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 3 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \mid -3 \cdot \log_3 (x+6) + 2\right)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $D_n\left(x \mid 3 \cdot \log_3 (x+7) - 4\right)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind für $x > -3{,}46$ zusammen mit Punkten B_n und C_n Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte B_n liegen dabei ebenfalls auf dem Graphen zu f_2, ihre x-Koordinate ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.

Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1{,}5$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x) = \left[12 \cdot \log_3 \left(x^2 + 13x + 42\right) - 24\right]$ FE. 3 P

B 1.5 Im Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ liegt der Punkt D_3 auf der x-Achse.

Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Parallelogramms $A_3B_3C_3D_3$. 3 P

B 1.6 Das Parallelogramm $A_4B_4C_4D_4$ hat einen Flächeninhalt von 16 FE.

Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes B_4. 4 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks ABCD schneiden sich im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Spitze S und der Höhe $[MS]$.

Es gilt: $\overline{AC} = 11\,\text{cm}$; $\overline{AM} = 4{,}5\,\text{cm}$; $\overline{BD} = 10\,\text{cm}$; $\overline{MS} = 9\,\text{cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels MSC.

$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle MSC = 35{,}84°]$ 3 P

B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[CS]$. Die Winkel P_nMS haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 90°[$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von Dreiecken BDP_n.

Zeichnen Sie die Strecke $[MP_1]$ sowie das Dreieck BDP_1 für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Zeigen Sie sodann, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MP_n}(\varphi) = \dfrac{5{,}27}{\sin(\varphi + 35{,}84°)}\,\text{cm}$. 3 P

B 2.3 Das Dreieck BDP_2 ist gleichseitig. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 3 P

B 2.4 Die Pyramiden $BDSP_n$ haben die Grundfläche BDS und die Spitzen P_n. Die Höhenfußpunkte F_n der Pyramiden $BDSP_n$ liegen auf der Strecke $[MS]$.

Zeichnen Sie die Höhe $[F_1P_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann das Volumen V der Pyramiden $BDSP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{F_nP_n}(\varphi) = \frac{5{,}27 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 35{,}84°)}\,\text{cm}\right]$$ 3 P

B 2.5 Die Pyramiden ABDS und $BDSP_3$ haben das gleiche Volumen.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 3 P

Bitte wenden!