Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

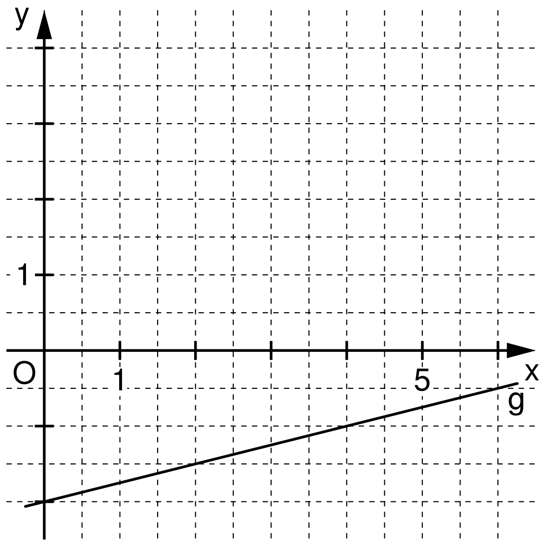
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: __________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Der Punkt $A(0|0)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Dreiecken AB_nC_n.
Die Punkte $B_n(x|0{,}25x-2)$ liegen auf der Geraden g mit $y = 0{,}25x - 2$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.
Es gilt: $\sphericalangle B_nAC_n = 50°$; $\overline{AC_n} = 1{,}5 \cdot \overline{AB_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

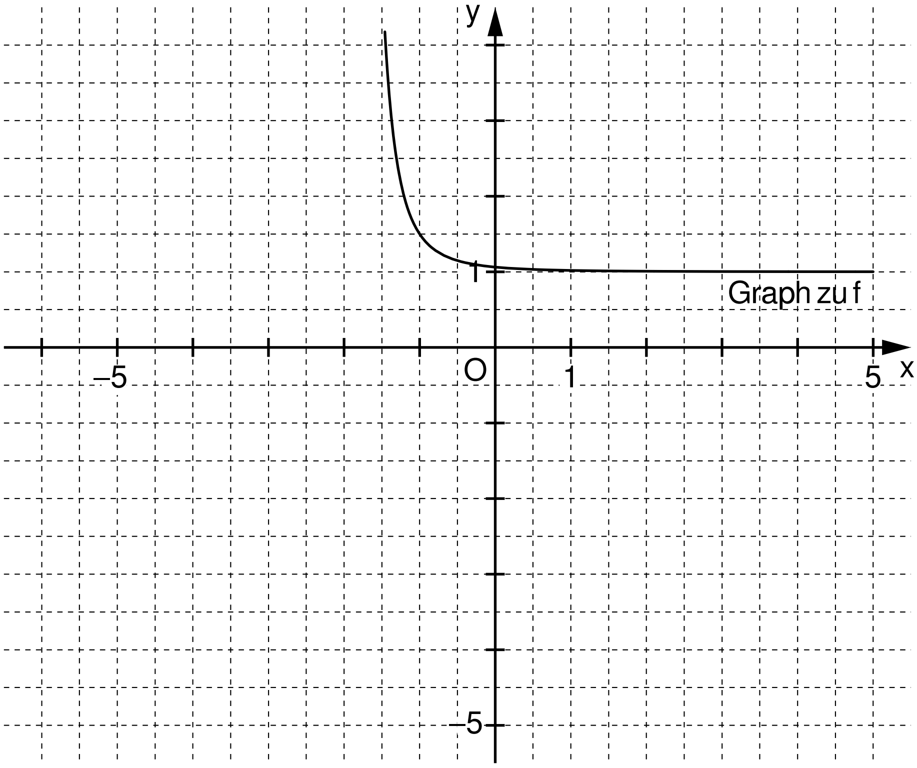


A 1.1 Zeichnen Sie das Dreieck AB_1C_1 für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu A 1.0 ein. 1 P

A 1.2 Für das Dreieck AB_2C_2 gilt: $x = 8$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes C_2.

3 P

A 2.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 0{,}5 \cdot (x+2)^{-3} + 1$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.
Im Koordinatensystem ist für $x > -2$ der Graph zu f eingezeichnet.



A 2.1 Zeichnen Sie für $x \in [-6; -2{,}5]$ den Graphen zu f in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein und geben Sie die Wertemenge von f an.

2 P

A 2.2 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, 0{,}5 \cdot (x+2)^{-3} + 1\right)$ mit der Abszisse x liegen auf dem Graphen zu f mit $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Sie legen mit Punkten B_n, C_n und D_n Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ fest.

Die x-Koordinate der Punkte B_n ist um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n, die y-Koordinate der Punkte B_n ist um 1 größer als die y-Koordinate der Punkte A_n.

Zeichnen Sie die Quadrate $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -3$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein. 2 P

A 2.3 Begründen Sie, weshalb alle Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ den gleichen Flächeninhalt A haben, und geben Sie diesen an.

2 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $C_n\left(x+1 \,\middle|\, 0{,}5\cdot(x+2)^{-3}+4\right)$.

3 P

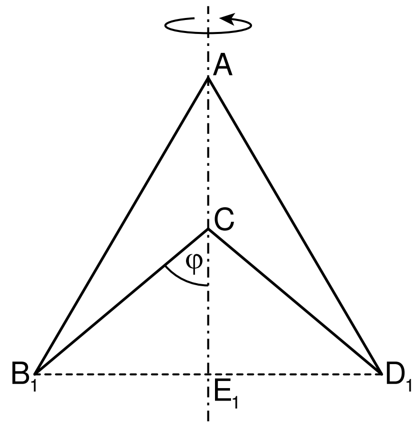
A 2.5 Der Punkt C_3 des Quadrats $A_3B_3C_3D_3$ liegt auf der y-Achse.
Geben Sie die Koordinaten des Punktes C_3 an.

1 P

A 3.0 Gegeben sind Drachenvierecke AB_nCD_n mit der Symmetrieachse AC. Punkte E_n sind die Mittelpunkte der Strecken $[B_nD_n]$. Die Winkel B_nCE_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;90°[$.

Es gilt: $\overline{AC} = 2\text{ cm}$ und $\overline{B_nC} = \overline{CD_n} = 3\text{ cm}$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck AB_1CD_1 für $\varphi = 50°$.



A 3.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Längen der Strecken $[B_nE_n]$ und $[AE_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{B_nE_n}(\varphi) = 3 \cdot \sin\varphi\text{ cm}$ und $\overline{AE_n}(\varphi) = (3 \cdot \cos\varphi + 2)\text{ cm}$.

2 P

A 3.2 Die Drachenvierecke AB_nCD_n rotieren um die Gerade AC.
Bestätigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = 6 \cdot \pi \cdot \sin^2\varphi\text{ cm}^3$.

2 P

A 3.3 Eine der folgenden Aussagen zu den Rotationskörpern aus A 3.2 ist richtig.
Kreuzen Sie diese Aussage an.

- ❑ Es gibt einen Rotationskörper mit einem Volumen von $6 \cdot \pi\text{ cm}^3$.
- ❑ Die Rotationskörper haben ein Volumen von höchstens 6 cm^3.
- ❑ Für das Volumen V gilt: $V(\varphi) < 6 \cdot \pi\text{ cm}^3$.
- ❑ Für das Volumen V gilt: $V(\varphi) > 6 \cdot \pi\text{ cm}^3$.

1 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

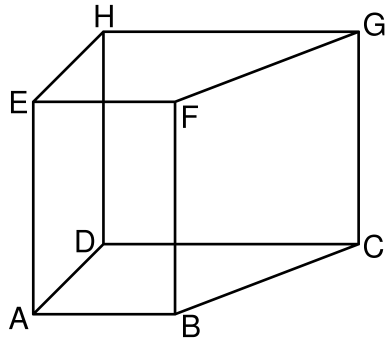
Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Das Trapez ABCD mit $[AB] \parallel [DC]$ ist die Grundfläche des Prismas ABCDEFGH mit der Höhe $[AE]$ (siehe Skizze).

Es gilt: $\overline{AB} = 5$ cm; $\overline{AD} = 7$ cm; $\sphericalangle BAD = 90°$;
$\overline{DC} = 9$ cm; $\overline{AE} = 7{,}5$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH mit der Strecke $[HC]$, wobei $[AB]$ auf der Schrägbildachse und A links von B liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels DHC und die Länge der Strecke $[HC]$.

$[\text{Teilergebnis: } \sphericalangle DHC = 50{,}19°]$ 4 P

B 1.2 Der Punkt K liegt auf der Strecke $[BF]$. Die Strecke $[EK]$ verläuft parallel zur Strecke $[HC]$. Punkte P_n liegen auf der Strecke $[EK]$. Die Winkel P_nAE haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 56{,}31°[$.

Zeichnen Sie die Strecke $[EK]$ sowie das Dreieck AP_1E für $\varphi = 15°$ in das Schrägbild zu B 1.1 ein. 1 P

B 1.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[AP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$\overline{AP_n}(\varphi) = \frac{5{,}76}{\sin(\varphi + 50{,}19°)}$ cm.

Die Länge der Strecke $[AP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an. 3 P

B 1.4 Für Punkte $Q_n \in [HC]$ gilt: $\overline{EP_n} = \overline{HQ_n}$. Die Dreiecke AP_nE sind die Grundflächen der Prismen AP_nEDQ_nH.

Zeichnen Sie das Prisma AP_1EDQ_1H in das Schrägbild zu B 1.1 ein.

Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Prismen AP_nEDQ_nH in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{151{,}2 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 50{,}19°)} \text{cm}^3\right]$ 3 P

B 1.5 Das Volumen des Prismas AP_2EDQ_2H ist um 70 % kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEFGH. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 4 P

B 1.6 Bestätigen Sie durch Rechnung die obere Intervallgrenze für φ. 3 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Punkte $B_n(x\,|-x+4{,}5)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-x+4{,}5$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$. Für $1{,}5<x<14$ sind sie zusammen mit Punkten $A(-1\,|-2)$, C_n und D_n Eckpunkte von Drachenvierecken $AB_nC_nD_n$. Die Punkte A und C_n liegen auf deren Symmetrieachse s mit der Gleichung $y=2x$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.

Für die Diagonalenschnittpunkte M_n der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ gilt: $\overline{M_nC_n}=0{,}5\cdot\overline{AM_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g und s sowie die Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ für $x=2{,}5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x=6{,}5$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6\leqq x\leqq 7$; $-4\leqq y\leqq 8$ — 4 P

B 2.2 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt:

$D_n(-1{,}40x+3{,}60\,|\,0{,}20x+2{,}70)$. — 3 P

B 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n. — 2 P

B 2.4 Im Drachenviereck $AB_3C_3D_3$ liegt der Punkt D_3 auf der Winkelhalbierenden des 2. und 4. Quadranten.

Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinaten der Punkte B_3 und D_3. — 3 P

B 2.5 Für das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ gilt: $\sphericalangle B_4AC_4=35°$.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. — 3 P

B 2.6 Für das Drachenviereck $AB_5C_5D_5$ gilt: $\sphericalangle B_5AD_5=90°$.

Begründen Sie, weshalb für den Flächeninhalt A des Drachenvierecks $AB_5C_5D_5$ gilt: $A=1{,}5\cdot\overline{AM_5}^{\,2}$. — 2 P

Bitte wenden!