Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2019

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: __________ Platznummer: ______________________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

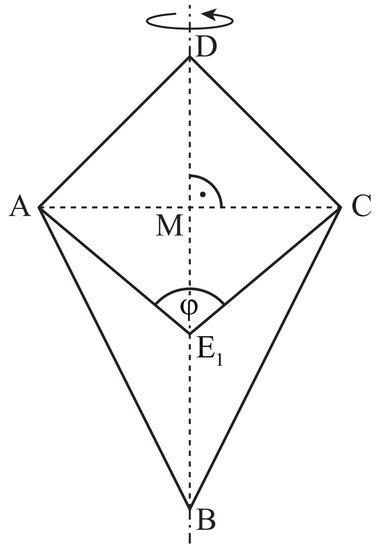
A 1.0 Gegeben ist das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse BD und dem Diagonalenschnittpunkt M.

Es gilt: $\overline{AM} = \overline{DM} = 2\text{ cm}$ und $\overline{BD} = 6\text{ cm}$.

Punkte E_n auf der Strecke $[BM]$ legen zusammen mit den Punkten A, C und D die Drachenvierecke AE_nCD fest. Die Winkel CE_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in [\,53{,}13°; 180°\,[$.

Die Zeichnung zeigt das Drachenviereck ABCD und das Drachenviereck AE_1CD für $\varphi = 100°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 1.1 Zeichnen Sie das Drachenviereck AE_2CD für $\varphi = 70°$ in die Zeichnung zu A 1.0 ein. Bestätigen Sie sodann die untere Intervallgrenze für φ durch Rechnung.

2 P

A 1.2 Die Drachenvierecke AE_nCD rotieren um die Gerade BD.
Zeigen Sie, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan(0{,}5 \cdot \varphi)}\right)\text{cm}^3$.

2 P

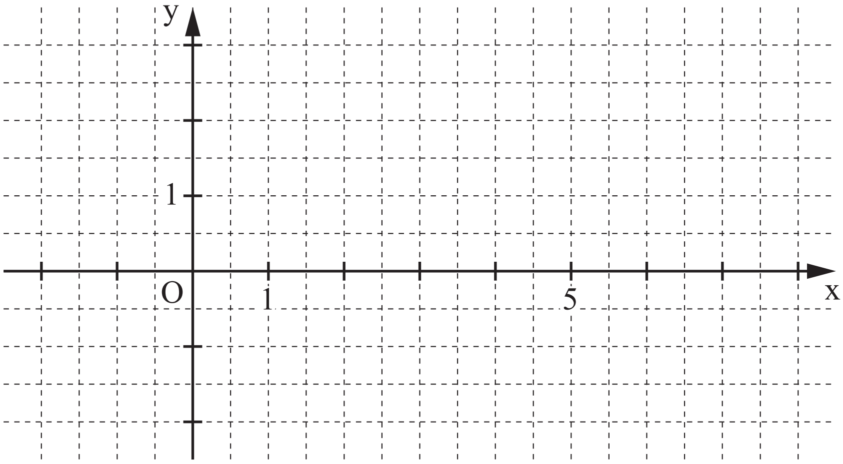
A 1.3 Das Drachenviereck AE_3CD ist ein Quadrat.
Bestimmen Sie das Volumen des zugehörigen Rotationskörpers.

1 P

A 2.0 Der Punkt $A(2|-1)$ legt zusammen mit den Pfeilen $\overrightarrow{AB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -3 \cdot \sin\varphi + 2 \\ 2 \cdot \sin\varphi + 2 \end{pmatrix}$ und Punkten C_n gleichschenklige Dreiecke AB_nC_n mit den Basen $[B_nC_n]$ fest $(\varphi \in [0°; 360°])$.

Es gilt: $\sphericalangle B_nAC_n = 30°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Pfeils $\overrightarrow{AB_1}$ für $\varphi = 210°$ und zeichnen Sie das zugehörige Dreieck AB_1C_1 in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

2 P

A 2.2 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnis: } C_n(-3{,}60 \cdot \sin\varphi + 2{,}73 \,|\, 0{,}23 \cdot \sin\varphi + 1{,}73)\right]$

3 P

A 2.3 Für welches Maß von φ wird die Abszisse der Punkte C_n minimal?
Kreuzen Sie an.

☐ 0° ☐ 45° ☐ 90° ☐ 180° ☐ 270°

1 P

A 2.4 Für $\varphi \in [0°; 120°]$ gibt es das Dreieck AB_2C_2, dessen Punkt C_2 auf der y-Achse liegt.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_2.

3 P

A 3.0 Vitamin D kann im menschlichen Körper produziert werden, wenn Sonnenstrahlung unter bestimmten Bedingungen auf die Haut trifft. Im Winterhalbjahr nimmt daher die Konzentration von Vitamin D im Körper normalerweise ab.
Bei Andreas wurde Ende September eine Anfangskonzentration von 55 Nanogramm Vitamin D pro Milliliter Blut $\left(55\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}\right)$ gemessen. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Wochen und der verbleibenden Konzentration $y\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ an Vitamin D lässt sich bei Andreas näherungsweise durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 55 \cdot 0{,}93^x$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+\right)$ beschreiben.

A 3.1 Um wie viel Prozent reduziert sich folglich bei Andreas die Konzentration an Vitamin D in einer Woche? Ergänzen Sie.

Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um $\boxed{\%.}$ 1 P

A 3.2 Berechnen Sie mithilfe der Funktion f_1 die Konzentration an Vitamin D bei Andreas nach 21 Tagen.
Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. 1 P

A 3.3 Berechnen Sie, in welcher Woche sich die Anfangskonzentration an Vitamin D bei Andreas entsprechend der Funktion f_1 halbiert. 2 P

A 3.4 Bei Stephan wurde gleichzeitig mit Andreas eine Messung begonnen. Bei Stephan lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Wochen und der verbleibenden Konzentration $y\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ an Vitamin D annähernd durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 51 \cdot 0{,}91^x$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$ beschreiben.
Ist es unter diesen Voraussetzungen möglich, dass die Konzentrationen an Vitamin D zu einem Zeitpunkt bei Stephan und Andreas den gleichen Wert erreichen?
Begründen Sie Ihre Entscheidung ohne Rechnung. 1 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2019

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 10 \cdot 0{,}5^{x+3} + 2$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 an.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-2{,}5; 5]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 5$; $-6 \leqq y \leqq 10$ 2 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -10 \cdot 0{,}5^{x+5} - 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ besitzt.

Geben Sie sodann die Gleichung ihrer Asymptote an und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 für $x \in [-4; 5]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \mid 10 \cdot 0{,}5^{x+3} + 2\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n\left(x \mid -10 \cdot 0{,}5^{x+5} - 1\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte D_n liegen ebenfalls auf dem Graphen zu f_1, ihre Abszisse ist um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.

Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 1{,}5$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Berechnen Sie das Maß des Winkels $A_1D_1C_1$. 4 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $B_n\left(x - 2 \mid 5 \cdot 0{,}5^{x+3} - 1\right)$.

$\left[\text{Teilergebnis: } D_n\left(x + 2 \mid 10 \cdot 0{,}5^{x+5} + 2\right)\right]$ 3 P

B 1.6 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es die Raute $A_3B_3C_3D_3$.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_3. 3 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2019

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Das Quadrat ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEFGH mit der Höhe $[AE]$. Der Schnittpunkt der Diagonalen $[EG]$ und $[FH]$ des Quadrats EFGH ist der Punkt N.

Es gilt: $\overline{AB} = 7\text{ cm}$; $\overline{AE} = 9\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecke $[AC]$ gilt: $\overline{AC} = 9{,}90\text{ cm}$.

Zeichnen Sie sodann das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 3 P

B 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[CN]$ sowie das Maß des Winkels CNG.

$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle CNG = 61{,}19°]$ 2 P

B 2.3 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[CN]$. Die Winkel P_nEN haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 42{,}27°[$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten N und E die Eckpunkte von Dreiecken P_nNE.

Zeichnen Sie das Dreieck P_1NE für $\varphi = 38°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und begründen Sie sodann die obere Intervallgrenze für φ. 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[NP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$\overline{NP_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}95 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 118{,}81°)}\text{ cm}$. 2 P

B 2.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $EFHP_n$ mit den Höhen $[P_nT_n]$, deren Fußpunkte T_n auf der Strecke $[EG]$ liegen.

Zeichnen Sie die Pyramide $EFHP_1$ und ihre Höhe $[P_1T_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $EFHP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{P_nT_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}34 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 118{,}81°)}\text{ cm}\right]$ 3 P

B 2.6 Die Punkte P_n sind auch die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$.

Für die Pyramiden $EFHP_2$ und $ABCDP_2$ gilt: $V_{EFHP_2} = V_{ABCDP_2}$.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 4 P

Bitte wenden!