Abschlussprüfung 2018

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: __________________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Es werden zwei Versuche zur Abkühlung von heißem Wasser durchgeführt. Der Temperaturverlauf während dieser Versuche lässt sich jeweils näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = (y_A - y_U) \cdot 0{,}9^x + y_U$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+,\ y_A \in \mathbb{R}^+,\ y_U \in \mathbb{R}^+\right)$ beschreiben.

Dabei ist nach x Minuten die Temperatur des Wassers auf $y\,°C$ gesunken. Die Anfangstemperatur des Wassers beträgt $y_A\,°C$ und die Umgebungstemperatur $y_U\,°C$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 1.1 Im ersten Versuch kühlt 95 °C heißes Wasser in einem Raum mit einer Umgebungstemperatur von 20 °C ab.

Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Wassertemperatur auf 60 °C gesunken ist.

2 P

A 1.2 Im zweiten Versuch kühlt 72 °C heißes Wasser in einem ersten Raum mit einer Umgebungstemperatur von 18 °C für 3 Minuten ab. Anschließend wird der Abkühlvorgang in einem zweiten Raum für weitere 8 Minuten fortgesetzt, bis das Wasser eine Temperatur von 39 °C besitzt.

Berechnen Sie die Umgebungstemperatur im zweiten Raum.

3 P

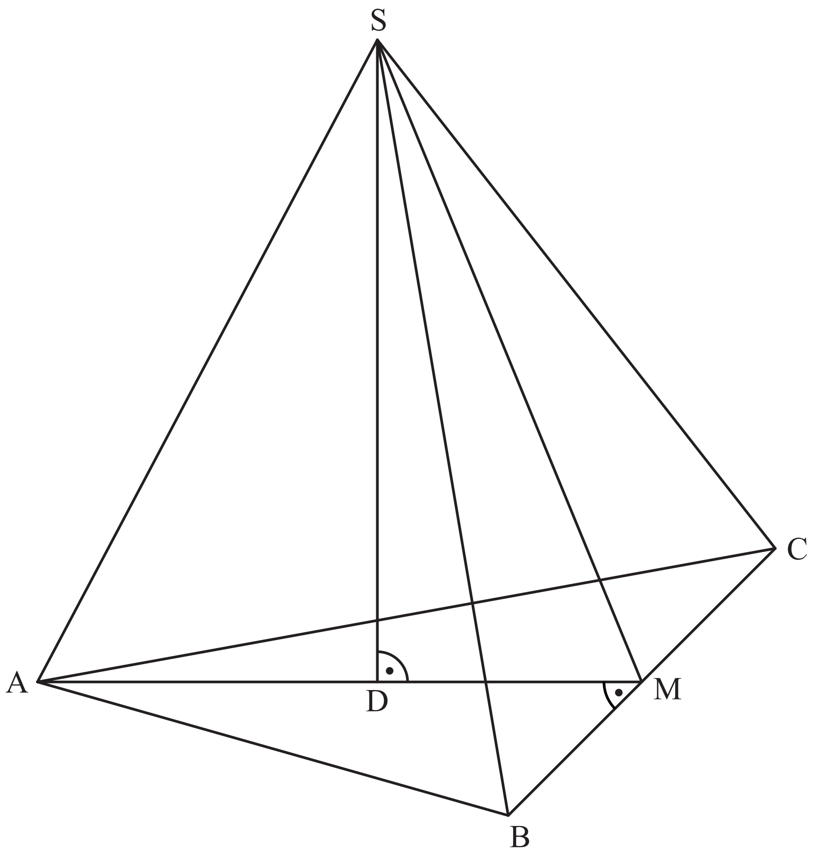
A 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $[BC]$ und der Höhe $[AM]$ ist die Grundfläche der Pyramide $ABCS$ mit der Spitze S. Der Punkt $D \in [AM]$ ist der Fußpunkt der Pyramidenhöhe $[DS]$, die senkrecht auf der Grundfläche steht.

Es gilt: $\overline{AM} = 8\text{ cm}$; $\overline{BC} = 10\text{ cm}$; $\overline{AD} = 4{,}5\text{ cm}$; $\overline{DS} = 8{,}5\text{ cm}$.

Die untenstehende Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; $[AM]$ liegt auf der Schrägbildachse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels MAC.
$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle MAC = 32{,}01°]$

1 P

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[DS]$. Die Winkel DAP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 62{,}10°[$.

Zeichnen Sie den Punkt P_1 und die Strecke $[AP_1]$ für $\varphi = 40°$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Durch die Punkte P_n verlaufen zur Grundfläche ABC parallele Ebenen, die die Kanten der Pyramide ABCS in Punkten $E_n \in [AS]$, $F_n \in [BS]$ und $G_n \in [CS]$ und die Strecke $[MS]$ in Punkten N_n schneiden. Die Dreiecke $E_nF_nG_n$ sind die Grundflächen von Pyramiden $E_nF_nG_nD$ mit der Spitze D.
Zeichnen Sie die Pyramide $E_1F_1G_1D$ und den Punkt N_1 in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1 P

A 2.4 Berechnen Sie die Längen der Strecken $[DP_n]$ und $[E_nN_n]$ in Abhängigkeit von φ.
$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{DP_n}(\varphi) = 4{,}5 \cdot \tan\varphi \text{ cm}; \quad \overline{E_nN_n}(\varphi) = (8 - 4{,}24 \cdot \tan\varphi) \text{ cm}\right]$

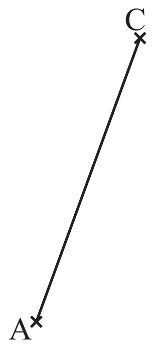
3 P

A 2.5 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $E_1F_1G_1D$.

3 P

A 3.0 Gegeben sind Dreiecke AB_nC mit der Seitenlänge $\overline{AC} = 4\,\text{cm}$.
Die Winkel B_nAC haben das Maß α mit $\alpha \in \left]0°; 60°\right[$.
Das Maß der Winkel ACB_n ist doppelt so groß wie das Maß der Winkel B_nAC.

A 3.1 Ergänzen Sie die Zeichnung zum Dreieck AB_1C für $\alpha = 50°$.



1 P

A 3.2 Bestimmen Sie die Länge der Strecken $[B_nC]$ in Abhängigkeit von α und vereinfachen Sie mithilfe einer Supplementbeziehung.

2 P

A 3.3 Das Dreieck AB_2C ist gleichschenklig mit der Basis $[AB_2]$.
Begründen Sie, dass das Dreieck AB_2C rechtwinklig ist.

2 P

Abschlussprüfung 2018

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -2 \cdot \log_{0,5} x - 1,5$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$. Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -0,5$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = \log_{0,5} x - 0,75$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ hat. 2 P

B 1.2 Zeichnen Sie die Graphen zu f_1 und f_2 für $x \in [0,5; 11]$ in ein Koordinatensystem. Berechnen Sie sodann die Nullstelle der Funktion f_1.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 12$; $-5 \leqq y \leqq 6$ 4 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \middle| -2 \cdot \log_{0,5} x - 1,5\right)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $B_n\left(x \middle| \log_{0,5} x - 0,75\right)$ auf dem Graphen zu f_2. Sie sind für $x > 1,19$ zusammen mit Punkten C_n Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Es gilt: $\overrightarrow{A_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1,5 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 2$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu B 1.2 ein. 2 P

B 1.4 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ ist gleichschenklig mit der Basis $[A_3B_3]$.

Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes A_3. 4 P

B 1.5 Berechnen Sie die Koordinaten der Schwerpunkte S_n der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und geben Sie die Gleichung des Trägergraphen der Punkte S_n an.

Zeichnen Sie sodann die Schwerpunkte S_1 und S_2 der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ in das Koordinatensystem zu B 1.2 ein. 5 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2018

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die Punkte $A(-2|2)$ und $C(3|3)$ sind für $x<8$ gemeinsame Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n. Die Eckpunkte $B_n(x|0{,}5x)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=0{,}5x$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Diagonalen $[AC]$.

Für die Diagonalen $[B_nD_n]$ gilt: $M\in[B_nD_n]$ und $\overrightarrow{B_nD_n}=3{,}5\cdot\overrightarrow{B_nM}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und das Viereck AB_1CD_1 für $x=0{,}5$ sowie die Diagonalen $[AC]$ und $[B_1D_1]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5\leqq x\leqq 5$; $-2\leqq y\leqq 10$ 2 P

B 2.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
$\left[\text{Ergebnis: } D_n(-2{,}5x+1{,}75\,|\,-1{,}25x+8{,}75)\right]$ 3 P

B 2.3 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen der Punkte D_n. 2 P

B 2.4 Unter den Vierecken AB_nCD_n gibt es das Drachenviereck AB_2CD_2.
Zeigen Sie rechnerisch, dass für die x-Koordinate des Punktes B_2 gilt: $x=0{,}91$.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Drachenvierecks AB_2CD_2. 5 P

B 2.5 Der Punkt C' entsteht durch Achsenspiegelung des Punktes C an der Geraden g.
Für das Viereck AB_3CD_3 gilt: $B_3\in[AC']$.
Berechnen Sie die Koordinaten von C' und zeichnen Sie sodann das Viereck AB_3CD_3 in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein. 3 P

B 2.6 Begründen Sie, dass für die Flächeninhalte der Dreiecke AMD_n und MB_nC gilt: $A_{AMD_n}:A_{MB_nC}=2{,}5:1$. 2 P

Bitte wenden!