Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________________ Platzziffer: ______________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

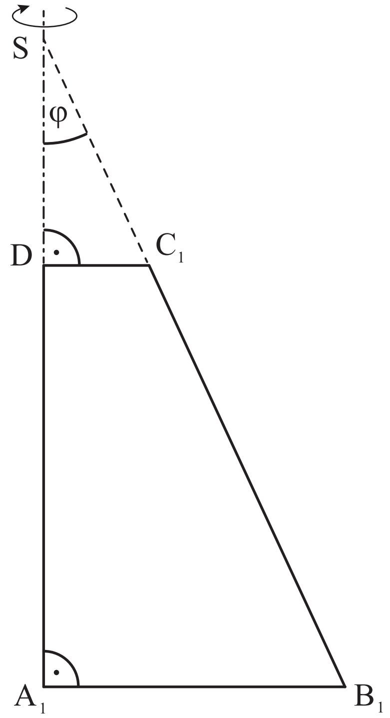
A 1.0 Trapeze $A_nB_nC_nD$ mit den parallelen Seiten $[DC_n]$ und $[A_nB_n]$ rotieren um die Gerade SD.

Es gilt:

$A_n \in SD$; $\overline{SD} = 3\text{ cm}$; $\overline{A_nB_n} = 4\text{ cm}$; $\sphericalangle B_nA_nD = 90°$.

Die Winkel DSC_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]0°; 53{,}13°\right[$.

Die Zeichnung zeigt das Trapez $A_1B_1C_1D$ für $\varphi = 25°$.



A 1.1 Zeichnen Sie in die Zeichnung zu A 1.0 das Trapez $A_2B_2C_2D$ für $\varphi = 40°$ ein. 1 P

A 1.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Längen der Strecken $[DC_n]$ und $[SA_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{DC_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan\varphi\text{ cm}$ und $\overline{SA_n}(\varphi) = \dfrac{4}{\tan\varphi}\text{ cm}$. 2 P

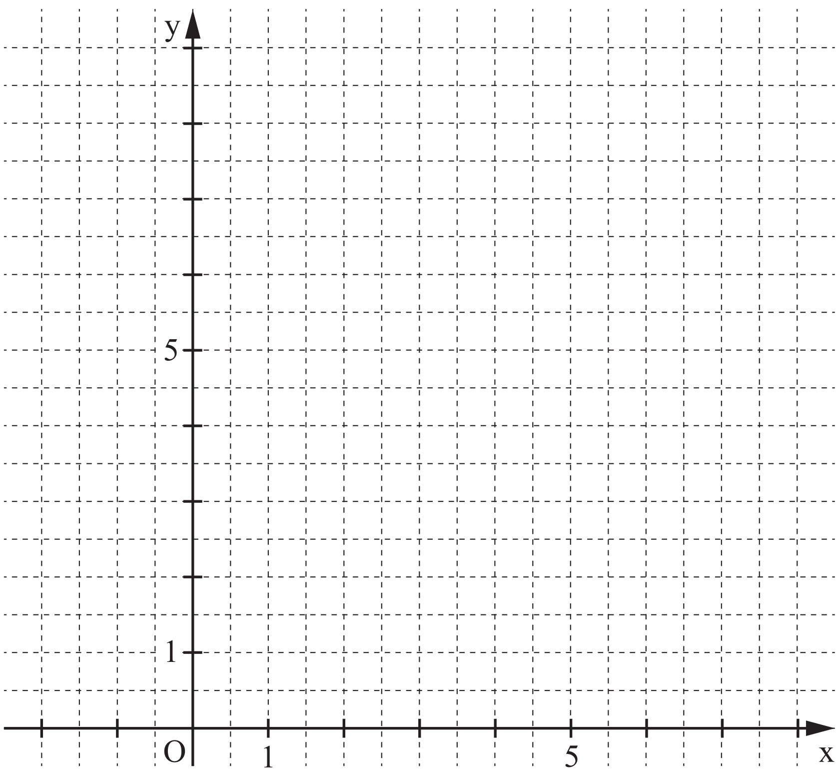
A 1.3 Bestätigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\dfrac{64}{\tan\varphi} - 27 \cdot \tan^2\varphi\right)\text{cm}^3$. 2 P

A 2.0 Die Punkte $A(-0,5\,|\,1)$ und $B(3,5\,|\,1)$ legen zusammen mit Pfeilen $\overrightarrow{AC_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 8 \cdot \cos\varphi - 0,5 \\ \dfrac{1}{\cos\varphi} + 1 \end{pmatrix}$ für $\varphi \in [0°; 90°[$ Dreiecke ABC_n fest.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AC_1}$ für $\varphi = 40°$ und $\overrightarrow{AC_2}$ für $\varphi = 80°$.

Zeichnen Sie anschließend die Dreiecke ABC_1 und ABC_2 in das Koordinatensystem ein.



3 P

A 2.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von φ gilt: $C_n\left(8\cdot\cos\varphi-1 \;\middle|\; \frac{1}{\cos\varphi}+2\right)$.

1 P

A 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen der Punkte C_n.

2 P

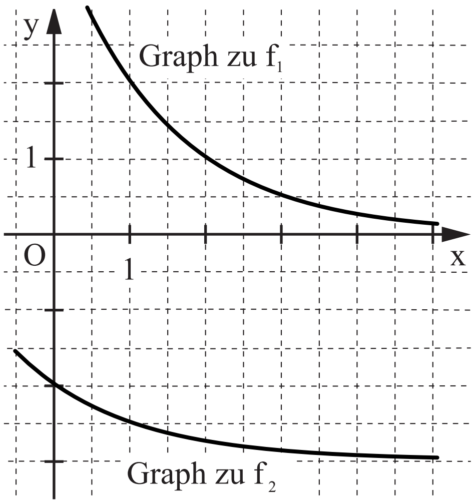
A 2.4 Unter den Dreiecken ABC_n gibt es das gleichschenklige Dreieck ABC_3 mit der Basis $[AB]$.

Ermitteln Sie das zugehörige Winkelmaß φ und begründen Sie durch Rechnung, dass das Dreieck ABC_3 nicht gleichseitig ist.

3 P

A 3.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit der Gleichung $y = 4 \cdot 0{,}5^x$ und f_2 mit der Gleichung $y = 4 \cdot 0{,}5^{x+2} - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Punkte $A_n\left(x \mid 4 \cdot 0{,}5^x\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n\left(x \mid 4 \cdot 0{,}5^{x+2} - 3\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Die Strecken $\left[A_nB_n\right]$ sind für $x \in \mathbb{R}$ die Basen von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Für die Höhen $\left[M_nC_n\right]$ der Dreiecke $A_nB_nC_n$ gilt: $\overline{M_nC_n} = 3\,\text{LE}$.



A 3.1 Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem ein. 1 P

A 3.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $\left[A_nB_n\right]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nB_n}(x) = \left(3 \cdot 0{,}5^x + 3\right)\text{LE}$.

2 P

A 3.3 Das Dreieck $A_2B_2C_2$ hat einen Flächeninhalt von 15 FE.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

2 P

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -1{,}5 \cdot \log_{0,5}(x-1)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen der Funktion f_1 für $x \in [1{,}5; 11]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit $1\,\text{cm}$; $-1 \leqq x \leqq 12$; $-6 \leqq y \leqq 6$ — 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v}$ auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 1{,}5 \cdot \log_{0,5} x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) abgebildet.
Geben Sie die Koordinaten des Verschiebungsvektors $\overrightarrow{v}$ an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [1{,}5; 11]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x \mid 1{,}5 \cdot \log_{0,5} x)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $C_n(x \mid -1{,}5 \cdot \log_{0,5}(x-1))$ auf dem Graphen zu f_1. Sie sind für $x > 1{,}62$ zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 6\,\text{LE}$.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2{,}5$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 8{,}5$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nC_n}(x) = -1{,}5 \cdot \log_{0,5}(x^2 - x)\,\text{LE}$. — 4 P

B 1.4 Die Raute $A_3B_3C_3D_3$ ist ein Quadrat. Berechnen Sie die zugehörige x-Koordinate des Punktes A_3. Runden Sie dabei auf zwei Stellen nach dem Komma. — 2 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$$M_n\left(x \mid 0{,}75 \cdot \log_{0,5}\left(\frac{x}{x-1}\right)\right).$$

2 P

B 1.6 Geben Sie die Gleichung des Trägergraphen der Punkte D_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n an. — 2 P

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks ABCD schneiden sich im Punkt K. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEFGH. Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A.

Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$; $\overline{AK} = 4\text{ cm}$; $\overline{AE} = 6\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Die Strecken $[EG]$ und $[FH]$ schneiden sich im Punkt L.

Berechnen Sie das Maß des Winkels LCK. $[\text{Ergebnis: } \sphericalangle LCK = 36{,}87°]$ 3 P

B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[LC]$. Die Winkel CKP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 90°[$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte gleichschenkliger Dreiecke BDP_n mit der Basis $[BD]$.

Zeichnen Sie das Dreieck BDP_1 sowie die Strecke $[KP_1]$ für $\varphi = 78°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Begründen Sie sodann, dass keines der Dreiecke BDP_n gleichseitig ist. 3 P

B 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[KP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$\overline{KP_n}(\varphi) = \frac{4{,}80}{\sin(\varphi + 36{,}87°)}\text{ cm}$.

Die Länge der Strecke $[KP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an. 3 P

B 2.4 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit der Grundfläche ABCD und den Höhen $[P_nQ_n]$. Die Punkte Q_n liegen auf der Strecke $[KC]$.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ und die Höhe $[P_1Q_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{96 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 36{,}87°)}\text{cm}^3\right]$$ 3 P

B 2.5 Das Volumen der Pyramide $ABCDP_2$ beträgt 96 cm^3.

Berechnen Sie das zugehörige Maß für φ. 3 P

B 2.6 Begründen Sie, dass die Volumina der Pyramiden $ABDP_n$ mit der Grundfläche ABD und der Pyramiden $BCDP_n$ mit der Grundfläche BCD stets im Verhältnis $1:2$ stehen. 2 P

Bitte wenden!