Abschlussprüfung 2016
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

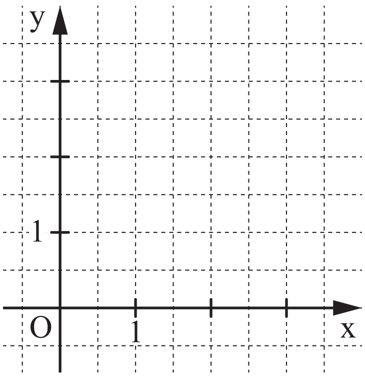
Name: ____________________ Vorname: ____________________

Klasse: ____________________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Gegeben sind der Punkt $O(0|0)$ und die Pfeile $\overrightarrow{OP_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}4\cdot\sin\varphi\\5\cdot\cos\varphi\end{pmatrix}$ mit $\varphi\in[0°;90°[$.

A 1.1 Zeichnen Sie den Pfeil $\overrightarrow{OP_1}$ für $\varphi=60°$ in das Koordinatensystem ein.



1 P

A 1.2 Der Pfeil $\overrightarrow{OP_2}$ schließt mit der positiven x-Achse einen Winkel mit dem Maß $\alpha=20°$ ein.

Berechnen Sie Koordinaten des Pfeils $\overrightarrow{OP_2}$.

2 P

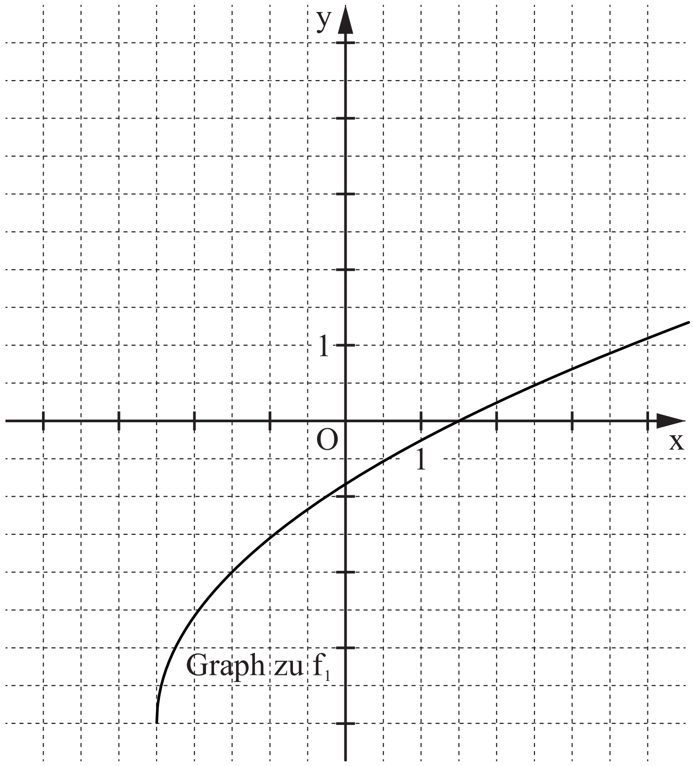
A 1.3 Der Pfeil $\overrightarrow{OP_3}$ liegt auf der Winkelhalbierenden des I. Quadranten.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ und geben Sie die Koordinaten des Pfeils $\overrightarrow{OP_3}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet an.

2 P

A 2.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit der Gleichung $y = 2\cdot(x+2{,}5)^{\frac{1}{2}} - 4$ und f_2 mit der Gleichung $y = -1{,}5\cdot(x+2{,}5)^{\frac{1}{2}} + 3$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R})$.

Im Koordinatensystem ist der Graph zu f_1 eingezeichnet.



A 2.1 Der Graph zu f_1 kann durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und k als Affinitätsmaßstab $(k \in \mathbb{R}\setminus\{0\})$ auf den Graphen zu f_2 abgebildet werden.

Bestimmen Sie den Affinitätsmaßstab k und geben Sie die Definitions- und Wertemenge der Funktion f_2 an.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

3 P

A 2.2 Punkte $A_n\left(x \mid -1{,}5\cdot(x+2{,}5)^{\frac{1}{2}} + 3\right)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $C_n\left(x \mid 2\cdot(x+2{,}5)^{\frac{1}{2}} - 4\right)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x < 1{,}5$ zusammen mit Punkten B_n die Eckpunkte von rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[B_nC_n]$. Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 2$ LE.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -1$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

1 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$\overline{A_nC_n}(x) = \left[-3{,}5 \cdot (x+2{,}5)^{\frac{1}{2}} + 7\right]$ LE .

1 P

A 2.4 Im Dreieck $A_2B_2C_2$ gilt: $\sphericalangle A_2C_2B_2 = 40°$.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

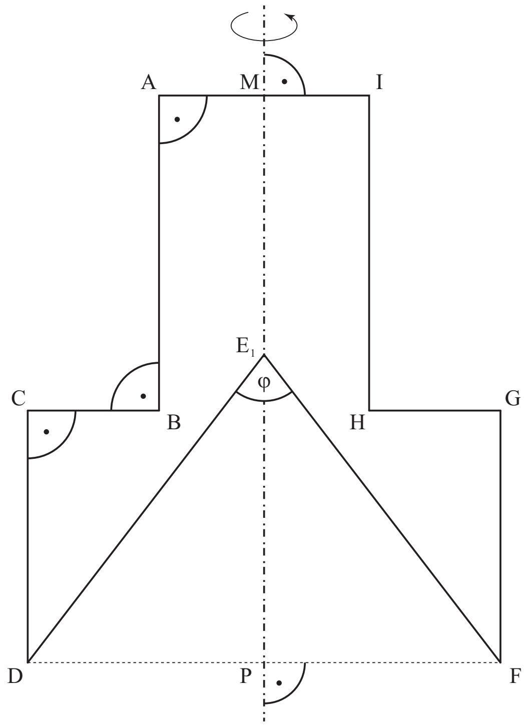
2 P

A 2.5 Begründen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke $A_nB_nC_n$ gilt:

$A \leqq 7$ FE .

2 P

A 3.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern sind symmetrische Neunecke $ABCDE_nFGHI$ mit der Symmetrieachse MP.
Punkte E_n auf der Symmetrieachse MP legen zusammen mit den Punkten D und F Winkel DE_nF fest. Die Winkel DE_nF haben das Maß $\varphi \in \left]55{,}02°; 180°\right[$.



Es gilt:

$\overline{AB} = 6\,\text{cm}$; $\overline{BC} = 2{,}5\,\text{cm}$; $\overline{CD} = 4{,}8\,\text{cm}$;
$\overline{AI} = 4\,\text{cm}$;

$\sphericalangle DCB = 90°$; $\sphericalangle ABC = 90°$; $\sphericalangle BAI = 90°$.

Die Skizze zeigt das maßstabsgetreue Neuneck $ABCDE_1FGHI$ für $\varphi = 75°$.

A 3.1 Begründen Sie durch Rechnung das Maß der unteren Intervallgrenze für φ.

1 P

A 3.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen V der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \pi \cdot \left(121{,}2 - \dfrac{30{,}375}{\tan \frac{\varphi}{2}}\right) \text{cm}^3$.

3 P

A 3.3 Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers für $\varphi = 70°$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

1 P

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Der Punkt $A(-2\,|\,0{,}5)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rauten $AB_nC_nD_n$. Die Eckpunkte $B_n(x\,|\,-1{,}5x+1{,}5)$ der Rauten $AB_nC_nD_n$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-1{,}5x+1{,}5$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Es gilt: $\sphericalangle B_nAD_n = 60°$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Gerade g sowie die Rauten $AB_1C_1D_1$ für $x=-0{,}5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x=2$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 7; -2 \leqq y \leqq 5$ 3 P

B 1.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
$[\text{Ergebnis}: D_n(1{,}80x-1{,}87\,|\,0{,}12x+2{,}73)]$ 3 P

B 1.3 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte D_n und zeichnen Sie sodann den Trägergraphen h in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.
$[\text{Ergebnis: } h: y=0{,}07x+2{,}85]$ 3 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass für den Umfang u der Rauten $AB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt: $u(x)=\sqrt{52x^2+16x+80}$ LE. 2 P

B 1.5 Der Punkt B_3 der Raute $AB_3C_3D_3$ liegt auf dem Trägergraphen h der Punkte D_n.
Berechnen Sie den Umfang der Raute $AB_3C_3D_3$. 2 P

B 1.6 Die Diagonale $[B_4D_4]$ der Raute $AB_4C_4D_4$ ist parallel zur y-Achse.
Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für x und geben Sie den Flächeninhalt der Raute $AB_4C_4D_4$ an. 4 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das Rechteck ABCD ist die Grundfläche des Quaders ABCDEFGH. Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A.

Es gilt: $\overline{AB} = 7{,}5\text{ cm}$; $\overline{BC} = 10\text{ cm}$; $\overline{AE} = 13\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Quaders ABCDEFGH, wobei die Strecke $[AB]$ auf der Schrägbildachse und A links von B liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5;\ \omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels EBA.

$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle EBA = 60{,}02°]$ 3 P

B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[BE]$. Die Winkel BAP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°[$.

Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit der Grundfläche ABCD und den Höhen $[P_nT_n]$.

Zeichnen Sie die Strecke $[BE]$ sowie die Pyramide $ABCDP_1$ für $\varphi = 55°$ und ihre Höhe $[P_1T_1]$ in die Zeichnung zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \dfrac{162{,}50 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 60{,}02°)}\text{ cm}^3$.

$$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{AP_n}(\varphi) = \frac{6{,}50}{\sin(\varphi + 60{,}02°)}\text{ cm}\right]$$ 4 P

B 2.4 Das gleichschenklige Dreieck ADP_2 hat die Basis $[DP_2]$.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $ABCDP_2$ am Volumen des Quaders ABCDEFGH. 4 P

B 2.5 Unter den Strecken $[AP_n]$ hat die Strecke $[AP_3]$ die minimale Länge.

Bestimmen Sie das zugehörige Winkelmaß φ sowie die Länge der Strecke $[AP_3]$.

Zeichnen Sie sodann die Strecke $[AP_3]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.6 Begründen Sie, dass für das Volumen der Pyramiden $ABCDP_n$ gilt:

$V_{ABCDP_n} \leq \frac{1}{3} \cdot V_{ABCDEFGH}$. 2 P

Bitte wenden!