Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

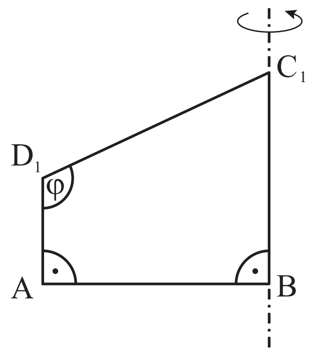
Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Für Trapeze ABC_nD_n mit den parallelen Seiten $[AD_n]$ und $[BC_n]$ gilt:

$\overline{AB} = 3\,\text{cm}$; $\sphericalangle C_nBA = 90°$; $\overline{BC_n} = 2 \cdot \overline{AD_n}$.

Die Winkel AD_nC_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]90°; 180°[$.

Die Zeichnung zeigt das Trapez ABC_1D_1 für $\varphi = 115°$.



A 1.1 Zeigen Sie, dass für die Längen der Strecken $[C_nD_n]$ und $[AD_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{C_nD_n}(\varphi) = \frac{3}{\cos(\varphi - 90°)}\,\text{cm} \quad \text{und} \quad \overline{AD_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan(\varphi - 90°)\,\text{cm}.$$

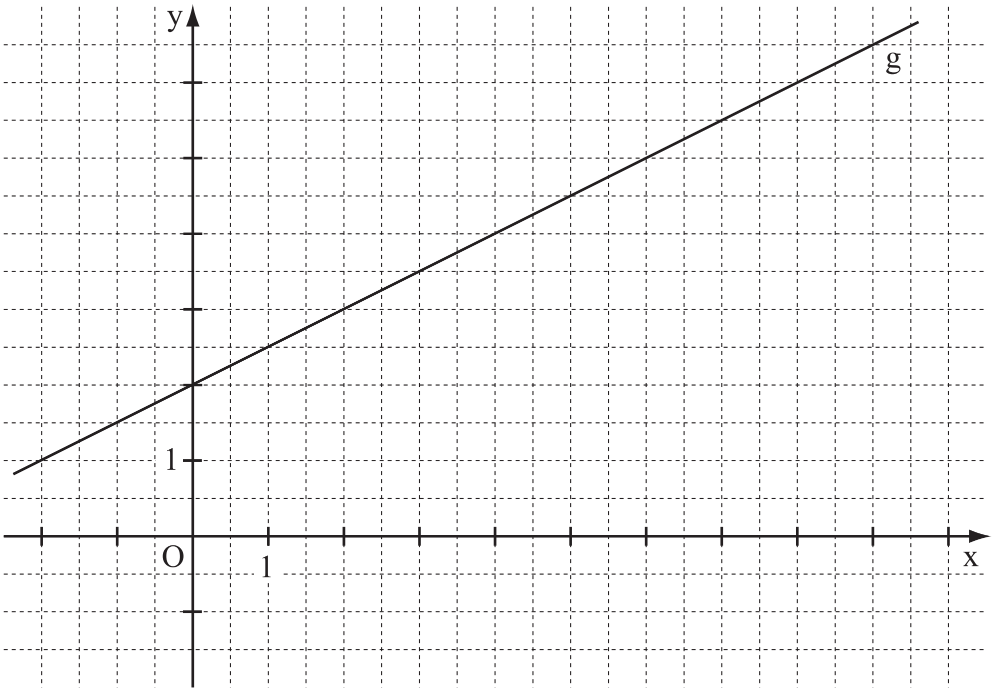
2 P

A 1.2 Die Trapeze ABC_nD_n rotieren um die Gerade BC_n. Berechnen Sie für $\varphi = 115°$ den Oberflächeninhalt des entstehenden Rotationskörpers.

3 P

A 2.0 Der Punkt $B(3|1)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von rechtwinkligen Dreiecken A_nBC_n, wobei die Punkte $A_n(x\,|\,0{,}5x+2)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}5x+2$ liegen $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$. Die Hypotenusen $[BC_n]$ sind dabei stets doppelt so lang wie die Katheten $[A_nB]$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Dreiecke A_1BC_1 für $x=1$ und A_2BC_2 für $x=4$ in das Koordinatensystem ein.



2 P

A 2.2 Begründen Sie, dass für die Winkel C_nBA_n gilt: $\sphericalangle C_nBA_n = 60°$.

1 P

A 2.3 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $C_n(1{,}87x+1{,}73\,|\,-1{,}23x+7{,}20)$.

4 P

A 2.4 Für das Dreieck A_3BC_3 gilt: $BC_3 \parallel g$.
Berechnen Sie die x–Koordinate des Punktes A_3.

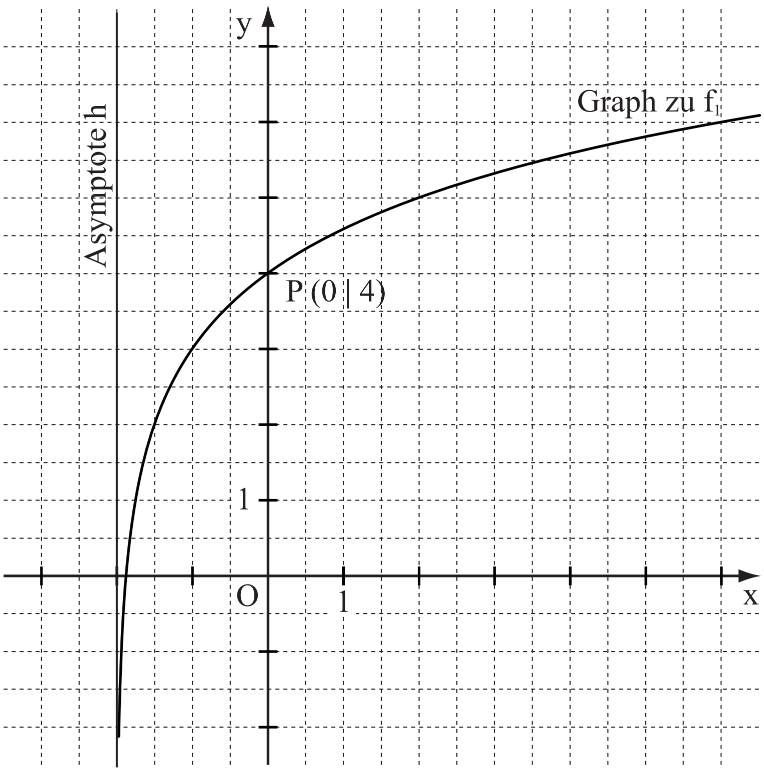
2 P

Aufgabe A 3 **Nachtermin**

A 3.1 Die Zeichnung zeigt den Graphen der Funktion f_1 mit einer Gleichung der Form $y = \log_2(x+a) + b$ und die zugehörige Asymptote h $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; a, b \in \mathbb{R})$.

Der Graph zu f_1 schneidet die y–Achse im Punkt $P(0|4)$.

Geben Sie die Werte für a und b an.



2 P

A 3.2 Die Funktion f_2 hat eine Gleichung der Form $y = a^{x+2} - 1$, die zugehörige Umkehrfunktion hat eine Gleichung der Form $y = \log_5(x+1) + b$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; a, b \in \mathbb{R})$.

Bestimmen Sie die Werte für a und b sowie die Wertemenge der Funktion f_2.

3 P

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 1{,}5^{x+1} - 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion f_1 und geben Sie die Gleichung der Asymptote an.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-6; 4]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-3 \leqq y \leqq 6$ 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -0{,}5$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt: $y = -\frac{2}{9} \cdot 1{,}5^x + 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
Zeichnen Sie sodann den Graphen der Funktion f_2 für $x \in [-6; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \mid 1{,}5^{x+1} - 2\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n\left(x \,\middle|\, -\frac{2}{9} \cdot 1{,}5^x + 2\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind für x < 2,08 zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Basen $[A_nB_n]$. Für die Höhen $[C_nM_n]$ der Dreiecke $A_nB_nC_n$ gilt: $\overline{C_nM_n} = 3\,\text{LE}$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -2{,}5$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nB_n}(x) = \left(-1{,}72 \cdot 1{,}5^x + 4\right)\,\text{LE}$. 2 P

B 1.5 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ gibt es das gleichseitige Dreieck $A_3B_3C_3$.
Bestimmen Sie durch Rechnung die x–Koordinate des Punktes A_3. 3 P

B 1.6 Begründen Sie, dass es unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ kein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck gibt. 2 P

Bitte wenden!

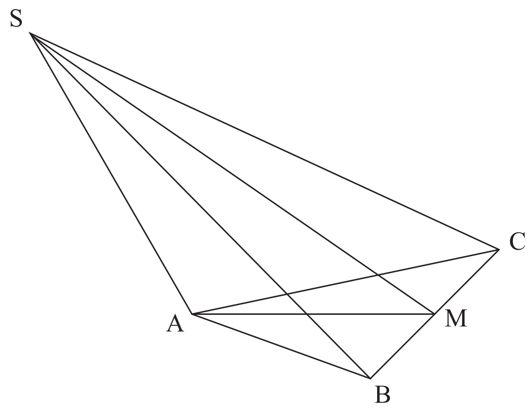
Abschlussprüfung 2015
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC ist die Grundfläche der Pyramide ABCS.
Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Basis [BC]. Die Pyramidenspitze S ist Eckpunkt des Dreiecks AMS, das senkrecht auf der Grundfläche ABC steht.
Es gilt: $\overline{AM} = 6\text{ cm}$; $\overline{BC} = 9\text{ cm}$;
$\overline{AS} = 8\text{ cm}$; $\sphericalangle MAS = 120°$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei $[AM]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt M liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Zeichnen Sie die Höhe [SF] der Pyramide ABCS ein und berechnen Sie sodann deren Volumen. 5 P

B 2.2 Punkte P_n auf $[AS]$ bilden zusammen mit den Punkten B und C Dreiecke P_nBC.
Die Winkel P_nMA haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]0°; 34{,}72°\right[$.
Zeichnen Sie das Dreieck P_1BC für $\varphi = 20°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5{,}20}{\sin(120° + \varphi)}\text{ cm}$. 2 P

B 2.4 Unter den Dreiecken P_nBC gibt es das gleichseitige Dreieck P_2BC.
Bestimmen Sie rechnerisch das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

B 2.5 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramiden $ABCP_n$ mit der Grundfläche ABC und den Spitzen P_n in Abhängigkeit von φ.
$\left[\text{Ergebnis}: V(\varphi) = \frac{46{,}80 \cdot \sin\varphi}{\sin(120° + \varphi)}\text{ cm}^3\right]$ 3 P

B 2.6 Die Pyramide $SBCP_3$ mit der Grundfläche SBC und der Spitze P_3 hat dasselbe Volumen wie die Pyramide $ABCP_3$.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

Bitte wenden!