Abschlussprüfung 2012

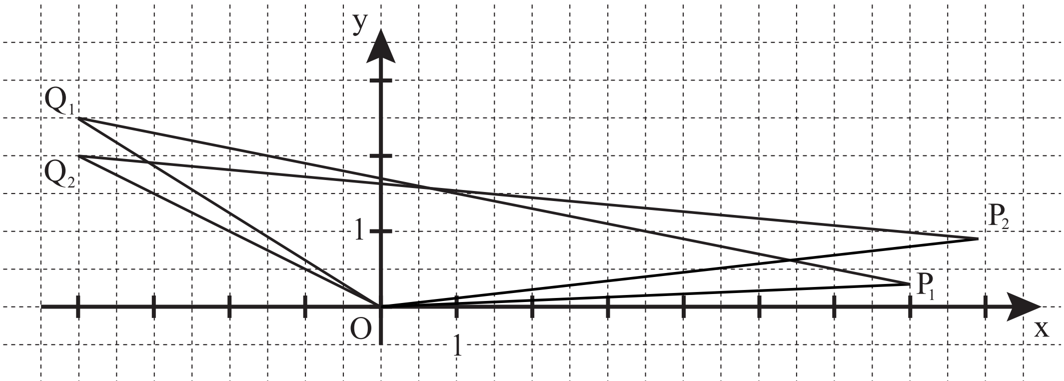
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgaben A 1-3 **Nachtermin**

EBENE GEOMETRIE

A 1.1 $\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0,3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OQ_1} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2,5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OP_2} = \begin{pmatrix} 7,9 \\ 0,9 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OQ_2} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2,0 \end{pmatrix}$



Einzeichnen der Dreiecke OP_1Q_1 und OP_2Q_2 — 2 — L 3 K 4

A 1.2 $A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -2\cdot\cos\varphi + 6 & -4 \\ \cos^2\varphi & \cos\varphi + 3 \end{vmatrix}$ FE $\qquad \varphi \in [0°; 180°]$

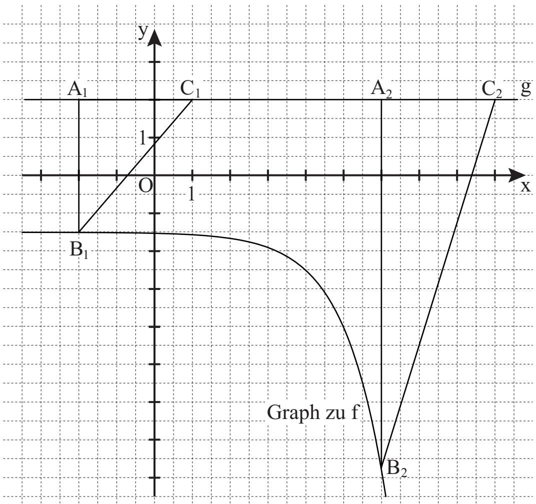
$A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \left(\left(-2\cdot\cos\varphi + 6\right) \cdot \left(\cos\varphi + 3\right) - \left(-4\right) \cdot \cos^2\varphi \right)$ FE — L 2 K 5

...

$A(\varphi) = \left(9 + \cos^2\varphi\right)$ FE $\qquad A_{min} = 9$ FE für $\varphi = 90°$ — 3 — L 4 K 1 K 5

FUNKTIONEN

A 2.1 Zeichnung im Maßstab 1:2

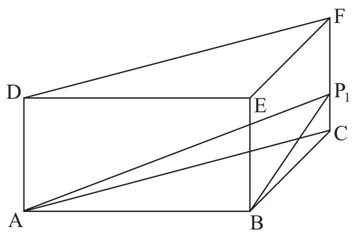


Einzeichnen des Graphen zu f — L 4 K 4

Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ — 2 — L 3 K 4

A 2.2 $\overline{A_nB_n}(x) = \left(y_A - y_B\right)$ LE $\qquad x \in \mathbb{R}$

$\overline{A_nB_n}(x) = \left(2 - \left(-2,5^{x-4} - 1,5\right)\right)$ LE $\qquad \overline{A_nB_n}(x) = \left(2,5^{x-4} + 3,5\right)$ LE — 1 — L 2 K 5

A 2.3	$\overline{A_3B_3} = 2 \cdot \overline{A_3C_3}$ $2{,}5^{x-4} + 3{,}5 = 2 \cdot 3$ $\quad x \in \mathbb{R}$ $\dots$ $\Leftrightarrow \quad x = 5$ $\quad \mathbb{L} = \{5\}$	2	L 4 K 2 K 5
A 2.4	$A_{\Delta A_4B_4C_4} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_4C_4} \cdot \overline{A_4B_4}$ $\tan 15° = \frac{3\,\text{LE}}{\overline{A_4B_4}}$ $\quad \overline{A_4B_4} = 11{,}20\ \text{LE}$ $A_{\Delta A_4B_4C_4} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 11{,}20\ \text{FE}$ $\quad A_{\Delta A_4B_4C_4} = 16{,}80\ \text{FE}$	2	L 2 K 2 K 5
A 2.5	Angenommen, das Dreieck $A_5B_5C_5$ wäre gleichschenklig, dann müsste gelten: $\overline{A_5B_5} = \overline{A_5C_5} = 3\ \text{LE}$. Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt aber: $\overline{A_nB_n}(x) = \left(2{,}5^{x-4} + 3{,}5\right)\ \text{LE}$ und damit $\overline{A_nB_n} > 3{,}5\ \text{LE}$.	2	L 3 K 1 K 4
RAUMGEOMETRIE			
A 3.1	Zeichnung im Maßstab 1:2  Einzeichnen der Pyramide $ABCP_1$		L 3 K 4
	$\tan\varphi = \frac{\overline{CP_n}(\varphi)}{\overline{AC}}$ $\quad \varphi \in \left]0°; 19{,}47°\right]$ $\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 6^2}\ \text{cm}$ $\quad \overline{AC} = 8{,}49\ \text{cm}$ $\overline{CP_n}(\varphi) = 8{,}49\ \text{cm} \cdot \tan\varphi$	2	L 4 K 2 K 5
A 3.2	$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{CP_n}$ $V(\varphi) = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8{,}49 \cdot \tan\varphi\right)\ \text{cm}^3$ $\quad \varphi \in \left]0°; 19{,}47°\right]$ $7\,\text{cm}^3 = \left(50{,}94 \cdot \tan\varphi\right)\ \text{cm}^3$ ... $\Leftrightarrow \quad \varphi = 7{,}82°$ $\quad \mathbb{L} = \{7{,}82°\}$	2	L 4 K 2 K 5
A 3.3	Anzukreuzen ist: $\frac{1}{6}$	1	L 1 K 5
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

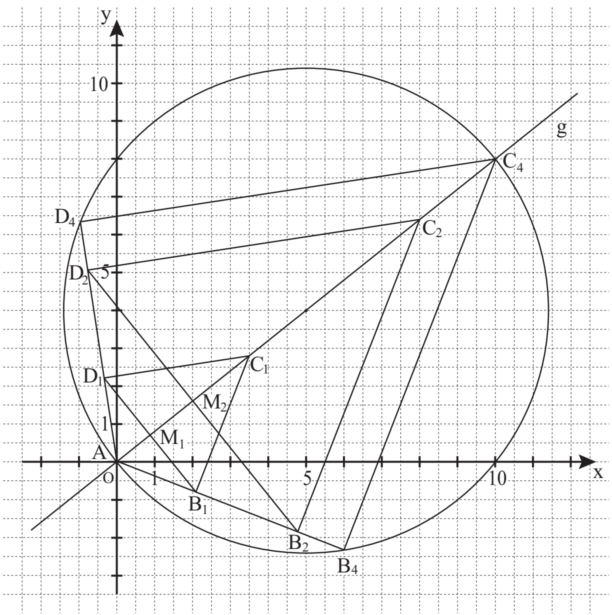
Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

EBENE GEOMETRIE

B 1.1 Zeichnung im Maßstab 1:2



3 | L 3 K 4

B 1.2 $\cos\sphericalangle B_nAC_n = \dfrac{\overline{AM_n}}{\overline{AB_n}}$ $\qquad \overline{AM_n} = \dfrac{1}{4}\cdot\overline{AC_n}$

$\overline{AB_n} = \dfrac{\frac{1}{4}\cdot\overline{AC_n}}{\cos 60°}$ $\qquad \overline{AB_n} = \dfrac{1}{2}\cdot\overline{AC_n}$

2 | L 4 K 1 K 2 K 5

B 1.3 $C_n \xmapsto{A;\ \varphi=-60°} C_n' \xmapsto{A;\ k=\frac{1}{2}} B_n$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\cdot\left[\begin{pmatrix} \cos(-60°) & -\sin(-60°) \\ \sin(-60°) & \cos(-60°) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 0{,}8x \end{pmatrix}\right] \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x\in\mathbb{R}^+$$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{ll} & x' = 0{,}60x \\ \wedge & y' = -0{,}23x \end{array}\right. \qquad B_n\left(0{,}60x \mid -0{,}23x\right)$$

3 | L 4 K 2 K 5

B 1.4 $$\left|\begin{array}{ll} & x' = 0{,}60x \\ \wedge & y' = -0{,}23x \end{array}\right. \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x\in\mathbb{R}^+$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{ll} & x = \dfrac{x'}{0{,}60} \\ \wedge & y' = -0{,}23x \end{array}\right.$$

$\Rightarrow \quad y' = -0{,}38x'$

$h:\ y = -0{,}38x$

1 | L 4 K 4 K 5

B 1.5	$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC_n} \cdot \overline{AB_n} \cdot \sin 60°$ $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC_n}^2 \cdot \sin 60°$ $A(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(x^2 + (0{,}8x)^2\right) \cdot \sin 60°$ FE $\qquad x \in \mathbb{R}^+$ $A(x) = 0{,}71x^2$ FE $0{,}71x^2 = 25 \qquad x \in \mathbb{R}^+$ ... $\Leftrightarrow \; (x = -5{,}93 \quad \vee) \quad x = 5{,}93 \qquad \mathbb{L} = \{5{,}93\}$ $C_3(5{,}93 \mid 4{,}74)$	3	L 4 K 2 K 5
B 1.6	Einzeichnen des Drachenvierecks $AB_4C_4D_4$ mit dem zugehörigen Umkreis $\overrightarrow{AC_4} = 2 \cdot \overrightarrow{AU_4} \qquad \overrightarrow{AC_4} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix} \qquad C_4(10 \mid 8)$ $B_4(0{,}60 \cdot 10 \mid -0{,}23 \cdot 10) \qquad B_4(6{,}0 \mid -2{,}3)$	3	L 3 K 2 K 4
B 1.7	Die Umkreise sind Thaleskreise über den Strecken $[AC_n]$. Somit gilt: $\sphericalangle C_nB_nA = 90°$. Aufgrund der Winkelsumme im Drachenviereck gilt: $\sphericalangle D_nC_nB_n = 360° - 2 \cdot 90° - 2 \cdot 60°$ $\sphericalangle D_nC_nB_n = 60°$	2	L 3 K 1
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2012

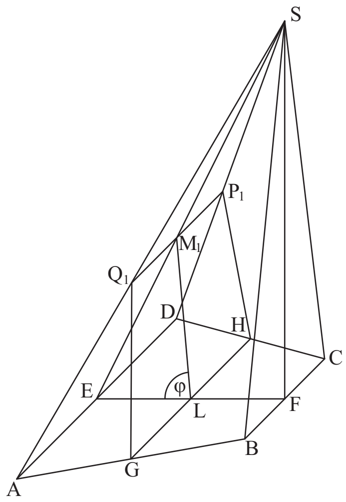
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 — **Nachtermin**

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 Zeichnung im Maßstab 1:2



2 — L 3, K 4

B 2.2 $\tan\sphericalangle FES = \dfrac{10\text{ cm}}{5\text{ cm}}$ $\quad\sphericalangle FES = 63{,}43°$ $\quad\sphericalangle FES \in \left]0°; 90°\right[$

$\overline{ES} = \sqrt{5^2 + 10^2}\text{ cm}$ $\quad\overline{ES} = 11{,}18\text{ cm}$

2 — L 2, K 5

B 2.3 Einzeichnen des Trapezes GHP_1Q_1

L 3, K 4

Für die obere Intervallgrenze gilt: $\sphericalangle SLE = 180° - \sphericalangle FLS$

$\tan\sphericalangle FLS = \dfrac{10\text{ cm}}{2{,}5\text{ cm}}$ $\quad\sphericalangle FLS = 75{,}96°$ $\quad\sphericalangle FLS \in \left]0°;\ 90°\right[$

$\sphericalangle SLE = 180° - 75{,}96°$ $\quad\sphericalangle SLE = 104{,}04°$

3 — L 2, K 1, K 5

B 2.4 $\dfrac{\overline{LM_n}(\varphi)}{\sin 63{,}43°} = \dfrac{\overline{EL}}{\sin\left(180° - \left(63{,}43° + \varphi\right)\right)}$ $\quad\varphi \in \left[0°; 104{,}04°\right[$

$\overline{LM_n}(\varphi) = \dfrac{2{,}24}{\sin\left(63{,}43° + \varphi\right)}\text{ cm}$

Für $\overline{LM_2}$ gilt: $\sin\left(63{,}43° + \varphi\right) = 1$ $\quad\varphi = 26{,}57°$ $\quad\mathbb{L} = \{26{,}57°\}$

3 — L 4, K 2, K 5

B 2.5 $\frac{\overline{P_nQ_n}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{SM_n}}{\overline{ES}}$

$$\overline{SM_n} = \overline{ES} - \overline{EM_n}$$

$$\frac{\overline{EM_n}(\varphi)}{\sin\varphi} = \frac{2{,}5\,\text{cm}}{\sin\left(180° - \left(63{,}43° + \varphi\right)\right)} \qquad \varphi \in \left[0°; 104{,}04°\right[$$

$$\overline{EM_n}(\varphi) = \frac{2{,}5 \cdot \sin\varphi}{\sin\left(63{,}43° + \varphi\right)}\,\text{cm}$$

$$\overline{SM_n}(\varphi) = 11{,}18\,\text{cm} - \frac{2{,}5 \cdot \sin\varphi}{\sin\left(63{,}43° + \varphi\right)}\,\text{cm} \qquad \varphi \in \left[0°; 104{,}04°\right[$$

$$\frac{\overline{P_nQ_n}(\varphi)}{12\,\text{cm}} = \frac{11{,}18\,\text{cm} - \frac{2{,}5 \cdot \sin\varphi}{\sin\left(63{,}43° + \varphi\right)}\,\text{cm}}{11{,}18\,\text{cm}} \qquad \varphi \in \left[0°; 104{,}04°\right[$$

$$\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \left(12 - \frac{2{,}68 \cdot \sin\varphi}{\sin\left(63{,}43° + \varphi\right)}\right)\text{cm}$$

4 L 4 K 2 K 5

B 2.6 Das Trapez GHP_3Q_3 ist ein Rechteck, falls gilt: $\overline{GH} = \overline{P_3Q_3}$

$$\overline{GH} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \qquad \overline{GH} = 9\,\text{cm}$$

$$\overline{P_3Q_3} = \left(12 - \frac{2{,}68 \cdot \sin 70°}{\sin\left(63{,}43° + 70°\right)}\right)\text{cm} \qquad \overline{P_3Q_3} = 8{,}53\,\text{cm}$$

Das Trapez GHP_3Q_3 ist kein Rechteck.

3 L 4 K 1 K 5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.