Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

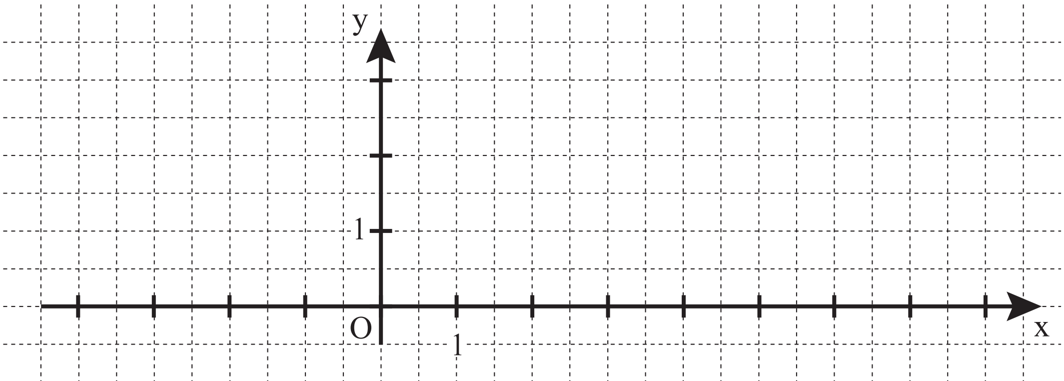
Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Die Pfeile $\overrightarrow{OP_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -2\cdot\cos\varphi + 6 \\ \cos^2\varphi \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{OQ_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -4 \\ \cos\varphi + 3 \end{pmatrix}$ mit $O(0\,|\,0)$ spannen für $\varphi \in [0°; 180°]$ Dreiecke OP_nQ_n auf.



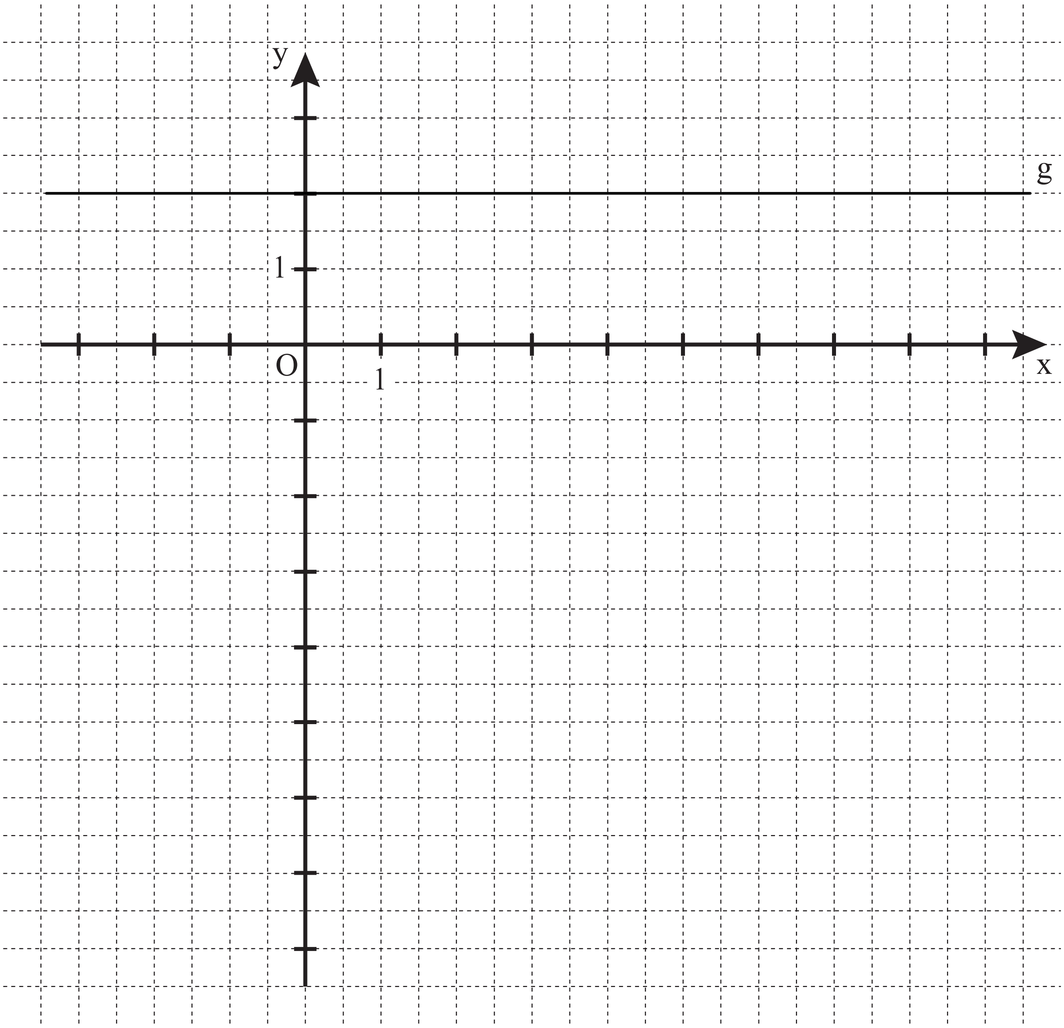
A 1.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{OP_1}$ und $\overrightarrow{OQ_1}$ für $\varphi = 120°$ und $\overrightarrow{OP_2}$ und $\overrightarrow{OQ_2}$ für $\varphi = 165°$. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma. Zeichnen Sie sodann die Dreiecke OP_1Q_1 und OP_2Q_2 in das Koordinatensystem zu 1.0 ein.

2 P

A 1.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke OP_nQ_n in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi) = (9 + \cos^2\varphi)$ FE. Ermitteln Sie sodann den minimalen Flächeninhalt mit dem zugehörigen Winkelmaß φ.

3 P

A 2.0 Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $y = -2{,}5^{x-4} - 1{,}5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.



A 2.1 Punkte $A_n(x \mid 2)$ auf der Geraden g und Punkte $B_n\left(x \mid -2{,}5^{x-4} - 1{,}5\right)$ auf dem Graphen zu f haben dieselbe Abszisse x. Die Punkte A_n und B_n bilden zusammen mit Punkten C_n auf der Geraden g Dreiecke $A_nB_nC_n$. Es gilt: $\overline{A_nC_n} = 3\,\text{LE}$.
Zeichnen Sie den Graphen zu f sowie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -2$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

A 2.2 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von x gilt:
$\overline{A_nB_n}(x) = \left(2{,}5^{x-4} + 3{,}5\right)$ LE

1 P

A 2.3 Im Dreieck $A_3B_3C_3$ verhalten sich die Seitenlängen $\overline{A_3B_3}$ zu $\overline{A_3C_3}$ wie $2:1$. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

2 P

A 2.4 Im Dreieck $A_4B_4C_4$ gilt: $\sphericalangle C_4B_4A_4 = 15°$. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A_4B_4C_4$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

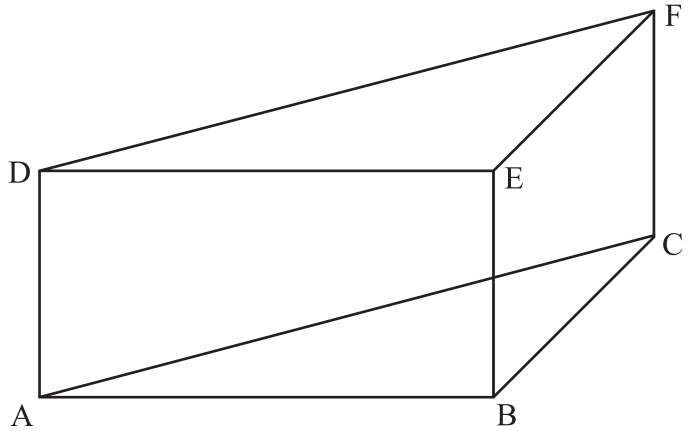
2 P

A 2.5 Begründen Sie, dass es unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ kein gleichschenkliges Dreieck gibt.

2 P

A 3.0 Das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC mit der Basis [AC] ist die Grundfläche eines geraden Prismas ABCDEF. Der Punkt D liegt senkrecht über dem Punkt A. Es gilt: $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$ und $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; [AB] liegt auf der Schrägbildachse.



A 3.1 Punkte P_n liegen auf der Strecke [CF]. Die Winkel CAP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 19{,}47°]$. Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCP_n$.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCP_1$ für $\overline{CP_1} = 1\,\text{cm}$ in das Schrägbild zu 3.0 ein und zeigen Sie sodann, dass für die Höhe der Pyramiden $ABCP_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{CP_n}(\varphi) = 8{,}49\,\text{cm} \cdot \tan\varphi$.

2 P

A 3.2 Das Volumen der Pyramide $ABCP_2$ beträgt $7\,\text{cm}^3$. Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

2 P

A 3.3 Für die Höhe der Pyramide $ABCP_3$ gilt: $\overline{CP_3} = 0{,}5 \cdot \overline{CF}$. Kreuzen Sie an, welchen Anteil das Volumen der Pyramide $ABCP_3$ am Volumen des Prismas ABCDEF besitzt.

☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{4}$ 1 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Punkte $C_n(x\,|\,0{,}8x)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}8x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) bilden für $x > 0$ zusammen mit den Punkten $A(0\,|\,0)$, B_n und D_n Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ mit der Symmetrieachse g. Die Winkel B_nAC_n haben das Maß $60°$.
Punkte M_n sind die Schnittpunkte der Diagonalen der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$.
Es gilt: $\overline{AM_n} : \overline{M_nC_n} = 1 : 3$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Gerade g, die Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ für $x = 3{,}5$ und $AB_2C_2D_2$ für $x = 8$ sowie die Diagonalen $[B_1D_1]$ und $[B_2D_2]$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_1 und M_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 12$; $-3 \leqq y \leqq 11$. 3 P

B 1.2 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[AB_n]$ gilt:
$\overline{AB_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC_n}$. 2 P

B 1.3 Die Punkte C_n können auf die Punkte B_n abgebildet werden.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n.
[Ergebnis: $B_n(0{,}60x\,|\,-0{,}23x)$] 3 P

B 1.4 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n. 1 P

B 1.5 Das Drachenviereck $AB_3C_3D_3$ hat einen Flächeninhalt von 25 FE. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_3. 3 P

B 1.6 Jedes Dreieck AB_nC_n und das zugehörige Drachenviereck $AB_nC_nD_n$ haben jeweils einen gemeinsamen Umkreis, dessen Mittelpunkt U_n stets auf der Symmetrieachse g liegt. Das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ hat den Umkreismittelpunkt $U_4(5\,|\,4)$.
Zeichnen Sie das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ mit dem zugehörigen Umkreis in die Zeichnung zu 1.1 ein. Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Punktes B_4. 3 P

B 1.7 Begründen Sie, dass die Winkel $D_nC_nB_n$ das Maß $60°$ haben. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Trapez ABCD hat die parallelen Seiten $[AD]$ und $[BC]$ mit $\overline{AD} = 12\text{ cm}$ und $\overline{BC} = 6\text{ cm}$. Der Mittelpunkt der Seite $[AD]$ ist der Punkt E, der Mittelpunkt der Seite $[BC]$ ist der Punkt F. Es gilt: $\overline{EF} = 5\text{ cm}$.
Das gleichschenklige Trapez ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Punkt F liegt. Es gilt: $\overline{FS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[EF]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt E links vom Punkt F liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 2 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels FES und die Länge der Strecke $[ES]$.
[Ergebnis: $\sphericalangle FES = 63{,}43°$; $\overline{ES} = 11{,}18\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Der Mittelpunkt der Strecke $[EF]$ ist der Punkt L. Die Parallele zu $[AD]$ durch den Punkt L schneidet die Strecke $[AB]$ im Punkt G und die Strecke $[DC]$ im Punkt H.
Punkte M_n liegen auf der Strecke $[ES]$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Strecken $[P_nQ_n]$ mit $P_n \in [DS]$ und $Q_n \in [AS]$. Es gilt: $P_nQ_n \parallel GH$.
Die Winkel M_nLE haben das Maß φ. Die Punkte G, H, P_n und Q_n bilden für $\varphi \in [0°; 104{,}04°[$ gleichschenklige Trapeze GHP_nQ_n.
Zeichnen Sie das Trapez GHP_1Q_1 für $\varphi = 85°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Begründen Sie sodann die obere Intervallgrenze für φ. 3 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[LM_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$$\overline{LM_n}(\varphi) = \frac{2{,}24}{\sin(63{,}43° + \varphi)}\text{ cm}.$$
Unter den Strecken $[LM_n]$ hat die Strecke $[LM_2]$ die minimale Länge.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

B 2.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[P_nQ_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$$\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \left(12 - \frac{2{,}68 \cdot \sin\varphi}{\sin(63{,}43° + \varphi)}\right)\text{cm}.$$
4 P

B 2.6 Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Trapez GHP_3Q_3 für $\varphi = 70°$ ein Rechteck ist. 3 P

Bitte wenden!