



Mathematik I

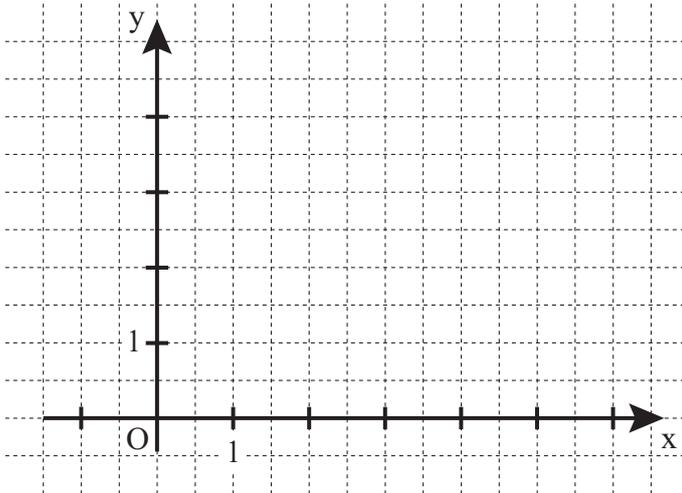
Name: _____ Vorname: _____

Klasse: _____ Platzziffer: _____ Punkte: _____

Aufgabe A 1

Haupttermin

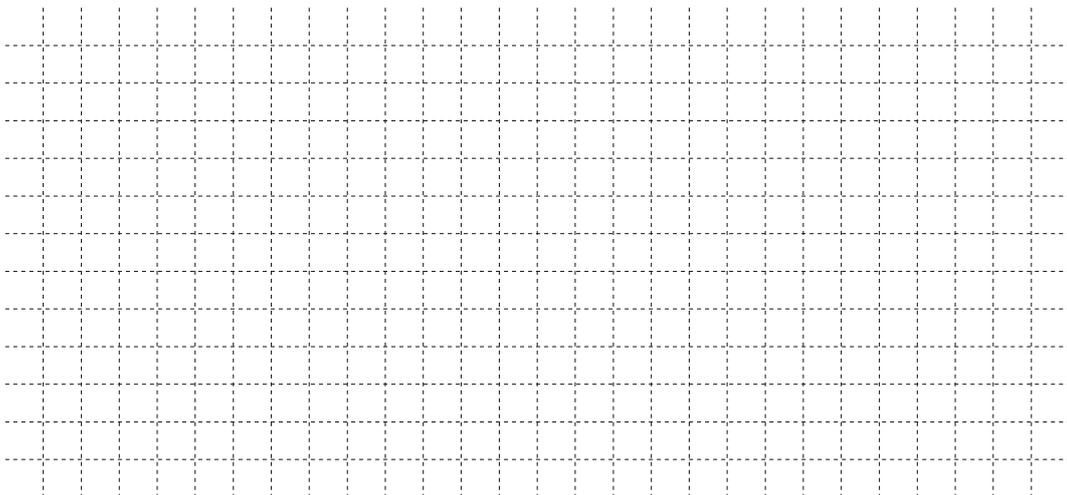
A 1.0 Die Punkte $A(2|0)$, $B(5|3)$ und C bilden das gleichseitige Dreieck ABC .



A 1.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC in das Koordinatensystem zu 1.0 ein.

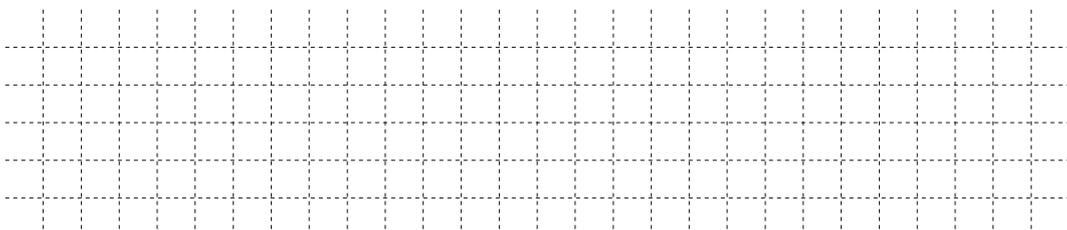
1 P

A 1.2 Der Punkt B kann auf den Punkt C abgebildet werden. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C . Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.



3 P

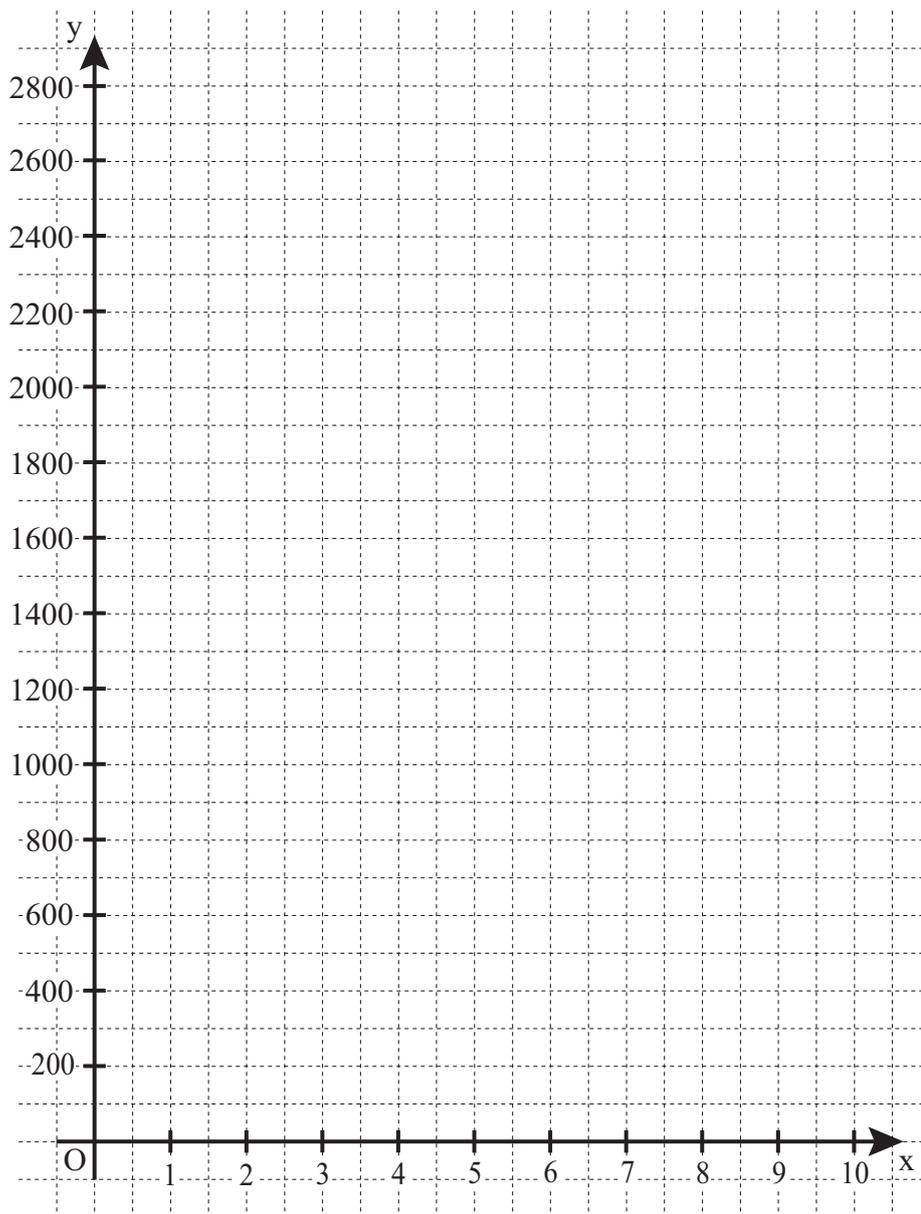
A 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks ABC . Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.



1 P

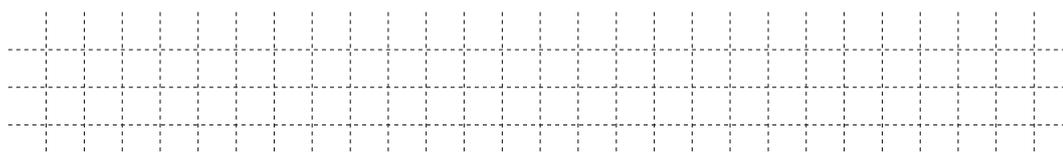
A 2.0 Nachdem der nordamerikanische Waschbär nach Deutschland eingeschleppt worden war, konnte in einigen Gebieten festgestellt werden, dass die Anzahl der Waschbären jährlich um 27 % zunimmt.

A 2.1 Legt man dieses Wachstum zugrunde und geht von einem Anfangsbestand von 250 Waschbären in einem Beobachtungsgebiet am Jahresende 2012 aus, lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der von diesem Zeitpunkt an vergangenen Jahre und der Anzahl y der Tiere annähernd durch die Exponentialfunktion f mit der Gleichung $y = 250 \cdot 1,27^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$).
Zeichnen Sie den Graphen zu f für $x \in [0; 10]$ in das Koordinatensystem.



1 P

A 2.2 Ermitteln Sie mit Hilfe des Graphen zu f , um wie viele Tiere der Bestand an Waschbären bis zum Ende des Jahres 2020 voraussichtlich zunehmen wird.



2 P

A 2.3 Berechnen Sie, in welchem Jahr die Anzahl der Waschbären voraussichtlich erstmals größer als 4900 sein wird.

2 P

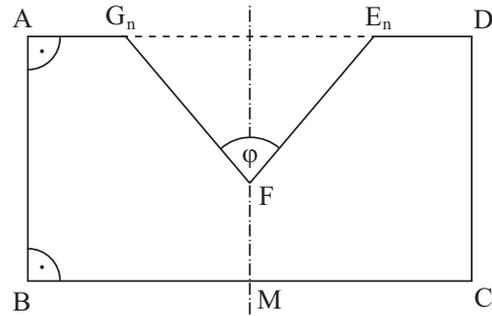
A 2.4 Ermitteln Sie durch Rechnung, am Ende welchen Jahres voraussichtlich erstmals über 900 Waschbären mehr als im Jahr zuvor registriert werden.

3 P

A 2.5 Durch die Zunahme des Waschbärenbestands in einem Gebiet ging die Anzahl an Kormoranen, einer Vogelart, von anfänglich 3600 Vögeln um jährlich 6 % zurück. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Jahre und der Anzahl y der Kormorane lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$). Geben Sie die Funktionsgleichung an.

1 P

A 3.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern sind achsensymmetrische Siebenecke $ABCDE_nFG_n$. Der Mittelpunkt M der Seite $[BC]$ und der Punkt F liegen auf der Symmetrieachse. Punkte G_n und E_n auf der Strecke $[AD]$ legen zusammen mit dem Punkt F Winkel E_nFG_n fest. Die Winkel E_nFG_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 112,62^\circ[$.



Es gilt: $\sphericalangle MBA = 90^\circ$; $\sphericalangle BAG_n = 90^\circ$; $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$; $\overline{BC} = 9 \text{ cm}$; $\overline{MF} = 2 \text{ cm}$.

Die Skizze zeigt das Siebeneck $ABCDE_1FG_1$ für $\varphi = 80^\circ$.

A 3.1 Begründen Sie durch Rechnung das Maß der oberen Intervallgrenze für φ .

Grid area for the answer to A 3.1.

1 P

A 3.2 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ

gilt: $V(\varphi) = 9 \cdot \pi \cdot \left(11,25 - \tan^2 \frac{\varphi}{2} \right) \text{ cm}^3$.

Large grid area for the proof in A 3.2.

3 P

A 3.3 Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers für $\varphi = 100^\circ$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

Grid area for the calculation in A 3.3.

1 P



Mathematik I

Aufgabe B 1

Haupttermin

- B 1.0 Die Gerade h mit der Gleichung $y = \frac{4}{5}x$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) ist Symmetrieachse von Rauten $A_n B_n C_n D_n$. Die Diagonalen $[B_n D_n]$ der Rauten $A_n B_n C_n D_n$ liegen auf der Geraden h . Die Punkte $A_n(x \mid 2x + 3,5)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 2x + 3,5$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Die Abszisse der Punkte D_n ist stets um vier größer als die Abszisse x der Punkte A_n . Dabei gilt: $x \in]-2,92; 3,92[$.
- Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.
- B 1.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Raute $A_1 B_1 C_1 D_1$ für $x = -0,5$ und die Raute $A_2 B_2 C_2 D_2$ für $x = 2$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 8$; $-3 \leq y \leq 9$. 3 P
- B 1.2 Zeigen Sie, dass für die Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $D_n(x + 4 \mid 0,8x + 3,2)$. Bestätigen Sie sodann durch Rechnung die untere Intervallgrenze $x = -2,92$ der Rauten $A_n B_n C_n D_n$. 2 P
- B 1.3 Begründen Sie, warum sich für $[A_n D_n] \perp h$ die obere Intervallgrenze $x = 3,92$ ergibt und bestätigen Sie diese durch Rechnung. 2 P
- B 1.4 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n .
[Ergebnis: $C_n(2,17x + 3,41 \mid 0,54x - 0,77)$] 3 P
- B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rauten $A_n B_n C_n D_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n . 3 P
- B 1.6 Die Seite $[C_3 D_3]$ der Raute $A_3 B_3 C_3 D_3$ verläuft senkrecht zur x -Achse.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D_3 . 2 P
- B 1.7 In der Raute $A_4 B_4 C_4 D_4$ hat die Diagonale $[A_4 C_4]$ die gleiche Länge wie die Seite $[A_4 D_4]$. Begründen Sie, dass für die Diagonale $[B_4 D_4]$ gilt: $\overline{B_4 D_4} = \overline{A_4 D_4} \cdot \sqrt{3}$. 2 P

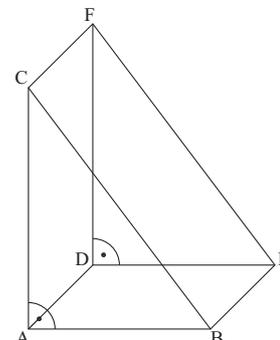


Mathematik I

Aufgabe B 2

Haupttermin

- B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF, dessen Grundfläche das rechtwinklige Dreieck ABC mit den Katheten [AB] und [AC] ist. Es gilt: $\overline{AB} = \overline{AD} = 6 \text{ cm}$; $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

- B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Kante [AB] auf der Schrägbildachse liegen soll (Lage des Prismas wie in der Skizze zu 2.0 dargestellt). Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [FE] und das Maß des Winkels AFE. [Ergebnis: $\overline{FE} = 10 \text{ cm}$; $\sphericalangle AFE = 50,21^\circ$]

4 P

- B 2.2 Punkte Q_n liegen auf der Strecke [FE]. Die Winkel $\sphericalangle FQ_nA$ haben das Maß φ mit $\varphi \in [64,90^\circ; 129,79^\circ]$. Die Punkte Q_n sind zusammen mit den Punkten A und F Eckpunkte von Dreiecken AQ_nF .

Zeichnen Sie das Dreieck AQ_1F für $\overline{FQ_1} = 4 \text{ cm}$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. Begründen Sie sodann die Intervallgrenzen für φ .

3 P

- B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[FQ_n]$ in Abhängigkeit von φ .

[Ergebnis: $\overline{FQ_n}(\varphi) = \frac{10 \cdot \sin(50,21^\circ + \varphi)}{\sin \varphi} \text{ cm}$]

2 P

- B 2.4 Die Punkte Q_n sind die Spitzen von Pyramiden $ADFQ_n$ mit der Grundfläche ADF und den Höhen $[P_nQ_n]$. Die Punkte P_n liegen auf der Strecke [DF].

Zeichnen Sie die Pyramide $ADFQ_1$ und die Höhe $[P_1Q_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen V der Pyramiden $ADFQ_n$ in Abhängigkeit von φ .

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{48 \cdot \sin(50,21^\circ + \varphi)}{\sin \varphi} \text{ cm}^3$]

3 P

- B 2.5 Das Volumen der Pyramide $ADFQ_2$ ist um 70 % kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF. Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ .

3 P

- B 2.6 Die Höhe der Pyramide $ABEDQ_3$ mit der Grundfläche ABED hat das gleiche Maß wie die Höhe der Pyramide $ADFQ_3$. Begründen Sie, dass das Volumen der Pyramide $ABEDQ_3$ 1,5 mal so groß ist wie das Volumen der Pyramide $ADFQ_3$.

2 P

Bitte wenden!