Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: ________________ Platzziffer: ________________ Punkte: ________________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Daphne plant eine Teilnahme bei „Jugend forscht“. Für ihren Beitrag hat sie bereits mehrere Untersuchungen zur Vermehrung von Wasserflöhen in Aquarien durchgeführt. Bei ihrem aktuellen Versuch startet sie mit 120 Wasserflöhen. Sie geht davon aus, dass sich die Anzahl der Wasserflöhe in den nächsten Wochen täglich um 35% vergrößern wird.

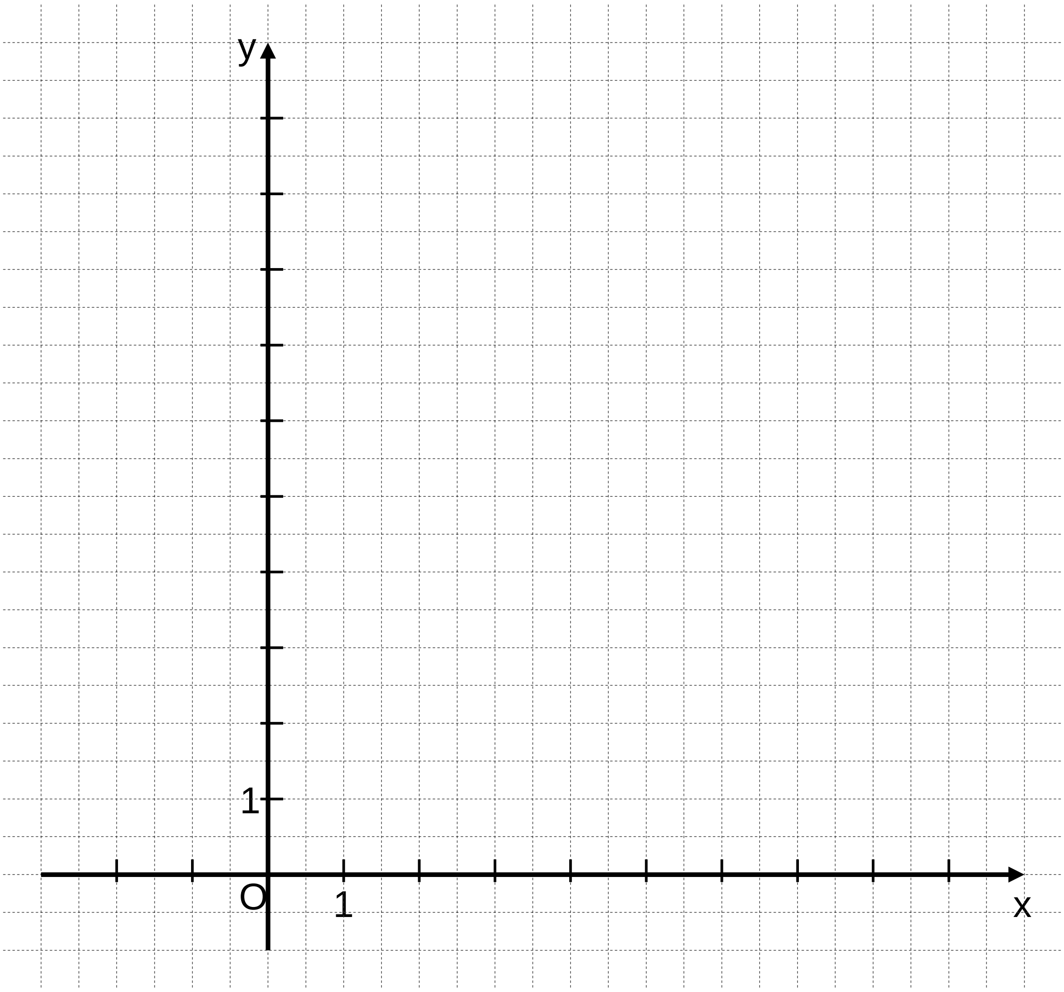
A 1.1 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Tage seit dem Beginn des Versuchs und der Anzahl y der Wasserflöhe lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an. 1 P

A 1.2 Bestimmen Sie durch Rechnung die voraussichtliche Anzahl der Wasserflöhe am Ende des dritten Versuchstages. 1 P

A 1.3 Berechnen Sie, am wievielten Versuchstag die Anzahl der Wasserflöhe voraussichtlich erstmals größer als 500 sein wird. 1 P

A 1.4 Am Ende der ersten Woche seit dem Beginn des Versuchs zählt Daphne genau 838 Wasserflöhe.
War Daphnes Annahme, dass sich die Anzahl der Wasserflöhe täglich um 35% vergrößern wird, zutreffend? Begründen Sie Ihre Antwort. 2 P

A 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{OP_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 4 + 4 \cdot \sin\varphi \\ 8 \cdot \cos^2\varphi \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $O(0\,|\,0)$ spannen für $\varphi \in [0°; 90°]$ Parallelogramme OP_nQ_nR auf.



A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Pfeils $\overrightarrow{OP_1}$ für $\varphi = 30°$ und des Pfeils $\overrightarrow{OP_2}$ für $\varphi = 90°$.

Zeichnen Sie sodann die Parallelogramme OP_1Q_1R und OP_2Q_2R in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

A 2.2 Der Pfeil $\overrightarrow{OP_3}$ hat die x-Koordinate 5.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

A 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte Q_n in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $Q_n(3+4\cdot\sin\varphi \mid 4+8\cdot\cos^2\varphi)$] 1 P

A 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel p mit der Gleichung $y=-\frac{1}{2}\cdot(x-3)^2+12$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$) der Trägergraph der Punkte Q_n ist. 3 P

A 2.5 Begründen Sie, dass der Trägergraph der Punkte P_n ebenfalls eine Parabel ist. 1 P

A 3.0 Eine Firma stellt Stahltanks her. Als Axialschnitte ergeben sich achsensymmetrische Fünfecke $AB_nC_nD_nE$. Die Eckpunkte C_n und der Mittelpunkt F der Seite [AE] liegen auf der Symmetrieachse.

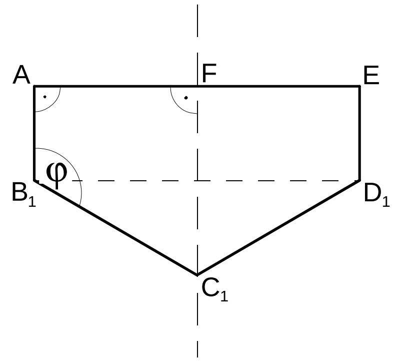
Es gilt:

$\overline{AE} = 2{,}00\text{ m}$; $\overline{FC_n} = 2 \cdot \overline{AB_n}$;

$\sphericalangle B_nAE = 90°$; $\sphericalangle AFC_n = 90°$.

Die Winkel C_nB_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in [104{,}04°; 160{,}02°]$.

Die nebenstehende Skizze zeigt das Fünfeck $AB_1C_1D_1E$ für $\varphi = 120°$.



A 3.1 Berechnen Sie das Volumen V der Stahltanks in Abhängigkeit von φ.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \tan(\varphi - 90°)\text{ m}^3$] 3 P

A 3.2 Der am häufigsten verkaufte Stahltank hat ein Volumen von 5 000 Litern. Ermitteln Sie durch Rechnung das zugehörige Winkelmaß φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche eines geraden Prismas ABCDEFGH. Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A. Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Raute ABCD ist der Punkt T. Der Schnittpunkt der Diagonalen [EG] und [FH] der Raute EFGH ist der Punkt M.

Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{BD} = 6\text{ cm}$; $\overline{AE} = 7\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels CAM.

[Ergebnis: $\sphericalangle CAM = 54{,}46°$] 3 P

B 1.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [AM]. Die Winkel P_nCA haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 54{,}46°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken BDP_n mit der gemeinsamen Basis [BD]. Die Winkel BP_nD haben das Maß ε.

Zeichnen Sie das Dreieck BDP_1 für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu 1.1 ein.

Für alle Dreiecke BDP_n gilt: $\varepsilon \in [46{,}40°; 72{,}79°]$.

Begründen Sie die obere Intervallgrenze. 3 P

B 1.3 Das Dreieck BDP_2 ist gleichseitig.

Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke $[AP_2]$.

[Teilergebnis: $\overline{TP_2} = 5{,}20\text{ cm}$] 3 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[CP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{CP_n}(\varphi) = \frac{8{,}14}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\text{ cm}.$$

2 P

B 1.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit den Höhen $[P_nK_n]$, deren Fußpunkte K_n auf der Strecke [AT] liegen.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ und ihre Höhe $[P_1K_1]$ in das Schrägbild zu 1.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{81{,}4 \cdot \sin\varphi}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\text{ cm}^3$] 3 P

B 1.6 Das Volumen der Pyramide $ABCDP_3$ beträgt ein Viertel des Volumens des Prismas ABCDEFGH.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 1{,}5^{x+2} - 4$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 2.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-7; 2]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8 \leqq x \leqq 4$; $-6 \leqq y \leqq 4$. 2 P

B 2.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab k ($k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -13 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = -6 \cdot 1{,}5^{x-1} + 3$ abgebildet ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 2.1 ein und ermitteln Sie durch Rechnung den Affinitätsmaßstab k. 5 P

B 2.3 Punkte $A_n(x \mid -6 \cdot 1{,}5^{x-1} + 3)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $B_n(x \mid 1{,}5^{x+2} - 4)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x < 0{,}28$ zusammen mit Punkten C_n und D_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte D_n liegen auf dem Graphen zu f_2. Ihre x-Koordinate ist stets um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Es gilt: $A_nB_n \parallel D_nC_n$ und $\overline{D_nC_n} = 3$ LE.

Zeichnen Sie das Trapez $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -7$ und das Trapez $A_2B_2C_2D_2$ für $x = -2{,}5$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$A(x) = (-6{,}25 \cdot 1{,}5^{x} + 10)$ FE. 2 P

B 2.5 Das Trapez $A_3B_3C_3D_3$ hat den Flächeninhalt 8 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes D_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

B 2.6 Der Eckpunkt A_4 des Trapezes $A_4B_4C_4D_4$ hat die x-Koordinate $-3{,}5$.

Zeichnen Sie das Trapez $A_4B_4C_4D_4$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob das Trapez $A_4B_4C_4D_4$ gleichschenklig ist. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

Bitte wenden!