Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 In einem Handbuch zur Wetterkunde finden Sie im Kapitel Erdatmosphäre die nebenstehende Tabelle.

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

Der Zusammenhang zwischen der Höhe x m über dem Meeresspiegel und dem Luftdruck y hPa lässt sich demzufolge näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+;\ y_0 \in \mathbb{R}^+;\ k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).

A 1.1 Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für k auf sechs Stellen nach dem Komma.) 2 P

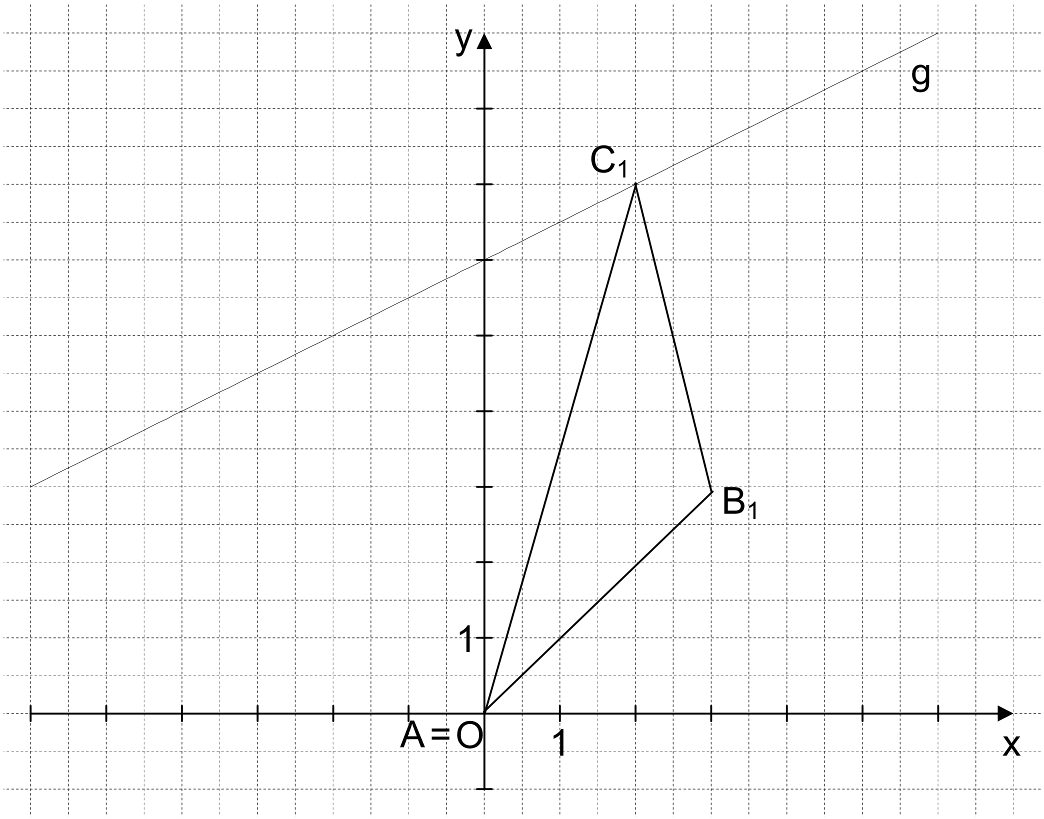
A 1.2 Berechnen Sie, von welcher Höhe über dem Meeresspiegel an der Luftdruck weniger als 777 hPa beträgt. 1 P

A 1.3 Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent der Luftdruck alle 11 000 m abnimmt. 1 P

☐ 25% ☐ 50% ☐ 75% ☐ 250% ☐ 500% ☐ 750%

A 1.4 Begründen Sie ausgehend von der Tabelle zu 1.0, welcher Luftdruck 5 500 m unterhalb des Meeresspiegels im „tiefsten (zugänglichen) Bohrloch der Welt“ bei Windischeschenbach zu erwarten wäre. 1 P

A 2.0 Der Punkt $A(0|0)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von gleichschenkligen Dreiecken AB_nC_n, wobei die Punkte $C_n\left(x \,\middle|\, \frac{1}{2}x+6\right)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x+6$ liegen ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Die Basiswinkel B_nAC_n und AC_nB_n der Dreiecke AB_nC_n haben das Maß 30°.



A 2.1 In das Koordinatensystem zu 2.0 ist das Dreieck AB_1C_1 für $x=2$ eingezeichnet. Zeichnen Sie das Dreieck AB_2C_2 für $x=-3$ ein. 1 P

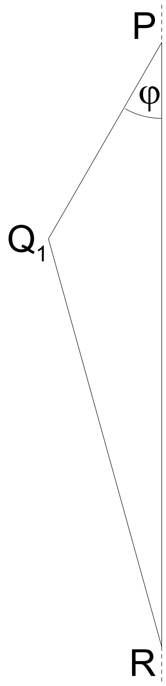
A 2.2 Zeigen Sie, dass für das Längenverhältnis der Strecken $[AB_n]$ und $[AC_n]$ gilt:
$\overline{AB_n}=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\overline{AC_n}$.
Bestätigen Sie sodann durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke AB_nC_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:
$A(x)=\frac{1}{4\sqrt{3}}\cdot(1{,}25x^2+6x+36)$ FE. 3 P

A 2.3 Unter den Dreiecken AB_nC_n hat das Dreieck AB_0C_0 den minimalen Flächeninhalt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_0. 2 P

A 2.4 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

A 3.0 Gegeben sind Dreiecke PQ_nR mit den Seitenlängen $\overline{PQ_n} = 3\text{ cm}$ und $\overline{PR} = 8\text{ cm}$.
Die Winkel Q_nPR haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;90°[$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Dreieck PQ_1R für $\varphi = 30°$.



A 3.1 Geben Sie die Länge der Strecken $[Q_nR]$ in Abhängigkeit von φ an. 1 P

A 3.2 Die Dreiecke PQ_nR rotieren um die Gerade PR.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Oberflächeninhalt O der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt:
$O(\varphi) = 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi \cdot \left(3 + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}\right)\text{ cm}^2$. 2 P

A 3.3 Die entstehenden Rotationskörper setzen sich jeweils aus zwei Kegeln zusammen.
Berechnen Sie, für welches Winkelmaß φ der Mantelflächeninhalt des Kegels mit der Spitze P einen Anteil von 30% am Oberflächeninhalt O des entstehenden Rotationskörpers hat. 2 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -\log_{0,5}(x+2)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-1,5; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-5 \leqq y \leqq 8$. 3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = 2$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_{0,5} x - 3$ hat ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). 3 P

B 1.3 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_2 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Punkte $A_n(x \mid -2 \cdot \log_{0,5} x - 3)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $D_n(x \mid -\log_{0,5}(x+2)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Es gilt: $\overrightarrow{D_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 1$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x es Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

B 1.5 Die Winkel $B_nA_nD_n$ haben stets das gleiche Maß.
Berechnen Sie das Maß der Winkel $B_nA_nD_n$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 1 P

B 1.6 Das Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ ist eine Raute.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_3.
[Teilergebnis: $\overline{A_nD_n}(x) = \left[\log_{0,5}\left(\frac{x^2}{x+2}\right)+5\right]$ LE] 4 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Raute ABCD liegt. Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\sphericalangle CAS = 60°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS].
[Ergebnis: $\overline{MS} = 8{,}66\text{ cm}$] 3 P

B 2.2 Parallele Ebenen zur Grundfläche der Pyramide ABCDS schneiden die Kanten der Pyramide ABCDS in den Punkten $E_n \in [AS]$, $F_n \in [BS]$, $G_n \in [CS]$ und $H_n \in [DS]$, wobei die Winkel E_nMA das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°[$ haben. Die Rauten $E_nF_nG_nH_n$ sind die Grundflächen von Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$ mit der Spitze M.
Zeichnen Sie die Pyramide $E_1F_1G_1H_1M$ für $\varphi = 55°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Seitenkanten $[E_nM]$ der Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{4{,}33}{\sin(60° + \varphi)}\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[E_nG_n]$ der Rauten $E_nF_nG_nH_n$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$\overline{E_nG_n}(\varphi) = \frac{8{,}66 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\text{ cm}$. 3 P

B 2.5 Die Punkte E_n, F_n, G_n, H_n, M und S sind die Eckpunkte von Körpern, die sich jeweils aus zwei Pyramiden zusammensetzen.
Begründen Sie, dass sich das Volumen V dieser Körper wie folgt berechnen lässt:
$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{MS}$.
Berechnen Sie sodann das Volumen V dieser Körper in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = 129{,}87 \cdot \left(\frac{\cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\right)^2\text{ cm}^3$] 5 P

B 2.6 Für den Körper mit den Eckpunkten E_0, F_0, G_0, H_0, M und S gilt: $\overline{E_0M} = 4{,}33\text{ cm}$.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens dieses Körpers am Volumen der Pyramide ABCDS. 3 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgaben A 1 - 3 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

A 1.1 $1000 = y_0 \cdot k^0 \quad \Rightarrow \quad y_0 = 1000$ $\qquad y_0 \in \mathbb{R}^+;\ k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

$500 = 1000 \cdot k^{5500}$ $\qquad k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad k = 0{,}999874$ $\qquad \mathbb{L} = \{0{,}999874\}$

Funktionsgleichung: $y = 1000 \cdot 0{,}999874^x$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$

2 L4 K3 K5

A 1.2 $777 = 1000 \cdot 0{,}999874^x$ $\qquad x \in \mathbb{R}_0^+$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad x = 2002{,}4$ $\qquad \mathbb{L} = \{2002{,}4\}$

Der Luftdruck beträgt von einer Höhe von 2 003 m (*oder:* ca. 2 000 m) über dem Meeresspiegel an weniger als 777 hPa.

1 L4 K5

A 1.3 75%

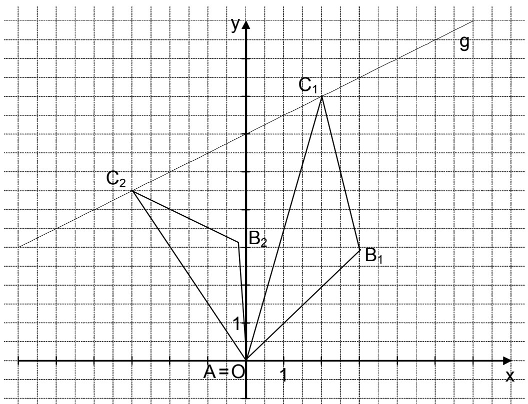
1 L1 K5

A 1.4 Da sich der Luftdruck alle 5 500 m halbiert, wäre im Umkehrschluss 5 500 m unterhalb des Meeresspiegels ein Luftdruck von 2 000 hPa zu erwarten.

1 L4 K1 K3

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2



1 L3 K4

A 2.2 $\dfrac{\overline{AB_n}}{\sin 30°} = \dfrac{\overline{AC_n}}{\sin(180° - 2 \cdot 30°)}$ $\qquad \overline{AB_n} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \cdot \overline{AC_n}$

L4 K5

$A = \dfrac{1}{2} \cdot \overline{AB_n} \cdot \overline{AC_n} \cdot \sin 30°$

L4 K2 K5

$A = \dfrac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \overline{AC_n}^2 \cdot \sin 30°$

$$A(x) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \left[x^2 + \left(\frac{1}{2}x + 6 \right)^2 \right] \cdot 0{,}5 \text{ FE} \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$A(x) = \frac{1}{4\sqrt{3}} \cdot (1{,}25x^2 + 6x + 36) \text{ FE}$$

3

A 2.3 Der Flächeninhalt der Dreiecke AB_nC_n ist minimal, wenn die Länge der Strecken $[AC_n]$ minimal ist. Dies ist der Fall, wenn gilt:

L4 K2 K5

$$\begin{pmatrix} x \\ \frac{1}{2}x + 6 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$$

…

$$\Leftrightarrow \quad x = -2{,}4 \qquad \mathbb{L} = \{-2{,}4\}$$

$C_0(-2{,}4 \mid 4{,}8)$

2

A 2.4 $\overrightarrow{AC_n} \xmapsto{A;\varphi=-30°} \overrightarrow{AC_n}' \xmapsto{A;k=\frac{1}{\sqrt{3}}} \overrightarrow{AB_n}$

L4 K2 K5

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left[\begin{pmatrix} \cos(-30°) & -\sin(-30°) \\ \sin(-30°) & \cos(-30°) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ \frac{1}{2}x + 6 \end{pmatrix} \right] \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{array}{|l} \quad x' = 0{,}64x + 1{,}73 \\ \wedge \quad y' = -0{,}04x + 3 \end{array}$$

$B_n(0{,}64x + 1{,}73 \mid -0{,}04x + 3)$

3

RAUMGEOMETRIE

A 3.1 $\overline{Q_nR}(\varphi) = \sqrt{3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \cos\varphi}$ cm $\qquad \varphi \in]0°; 90°[$

L4 K5

$\overline{Q_nR}(\varphi) = \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}$ cm

1

A 3.2 $O(\varphi) = \left(3 \cdot 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi} \cdot 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi\right) \text{cm}^2 \qquad \varphi \in]0°; 90°[$

L4 K2 K3 K5

$O(\varphi) = 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi \cdot \left(3 + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}\right) \text{cm}^2$

2

A 3.3 $3 \cdot 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi = 0{,}3 \cdot 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi \cdot \left(3 + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}\right) \qquad \varphi \in]0°; 90°[$

L4 K2 K5

…

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 60° \qquad \mathbb{L} = \{60°\}$$

2

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Mathematik I

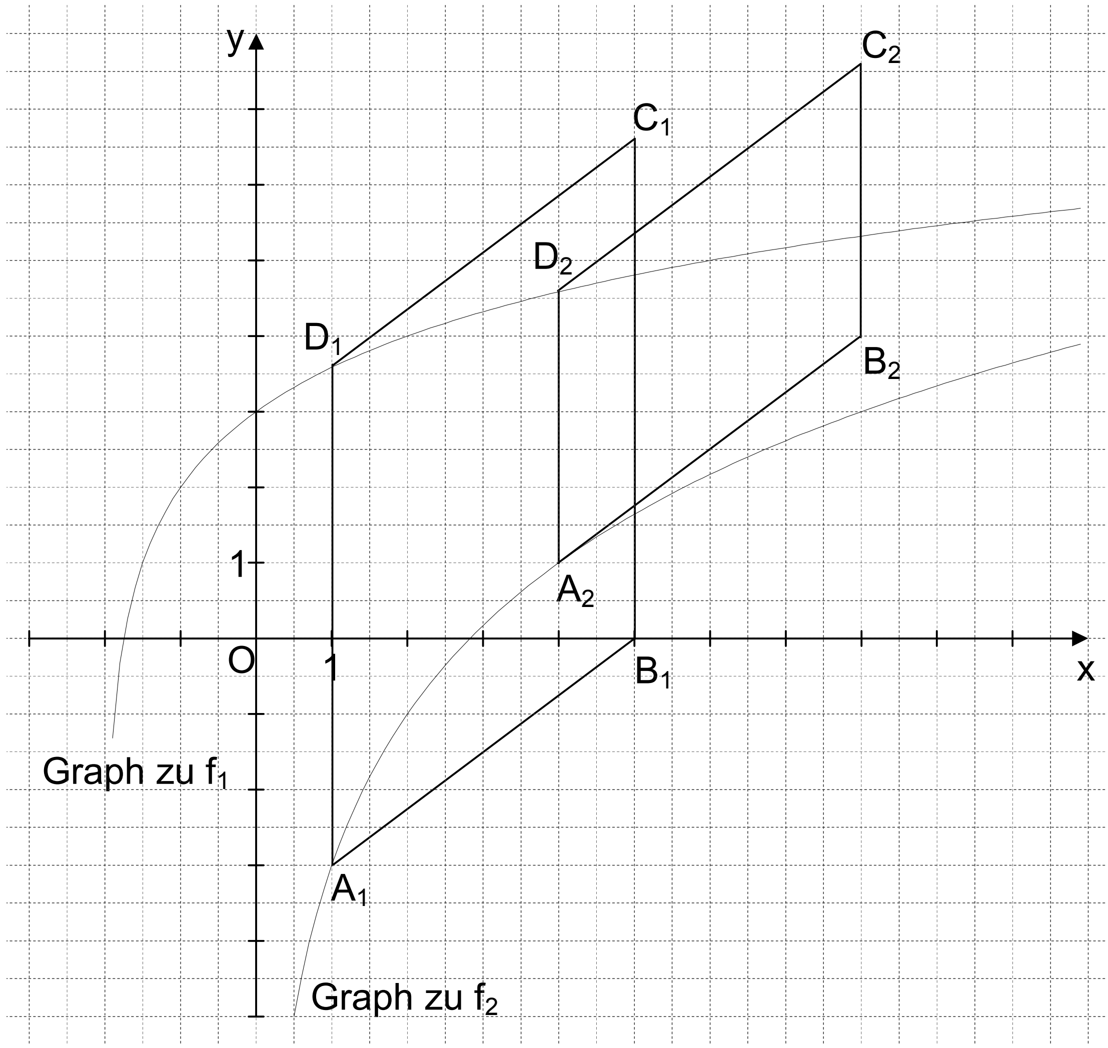
Aufgabe B 1 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

B 1.1 $\mathbb{D}_{f_1} = \{x \mid x > -2\}$ $x \in \mathbb{R}$ L4 K5

Gleichung der Asymptote h: $x = -2$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

L4 K4



3

B 1.2 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -\log_{0,5}(x+2)+2 \end{pmatrix}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $x > -2$; $x \in \mathbb{R}$ L4 K5

$$\Leftrightarrow \quad \left| \begin{array}{l} x' = x \\ \wedge \quad y' = 2 \cdot \left(-\log_{0,5}(x+2)+2\right) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad y' = -2 \cdot \log_{0,5}(x'+2)+4$$

$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -2 \cdot \log_{0,5}(x'+2)+4 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $x' > -2$; $x' \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x'' = x' + 2 \\ \wedge \quad y'' = -2 \cdot \log_{0,5}(x'+2) - 3 \end{array} \right.$

$\Rightarrow \quad y'' = -2 \cdot \log_{0,5} x'' - 3$

$f_2\!: \; y = -2 \cdot \log_{0,5} x - 3$ $\quad\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

3

B 1.3 $\mathbb{D}_{f_2} = \{x \mid x > 0\}$ $\quad\quad x \in \mathbb{R}$ — L4 K5

Einzeichnen des Graphen zu f_2 — L4 K4

2

B 1.4 Einzeichnen der Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ — L3 K4

$-\log_{0,5}(x+2) + 2 = -2 \cdot \log_{0,5} x - 3$ $\quad\quad x > 0;\; x \in \mathbb{R}$ — L4 K2 K5

…

$\Leftrightarrow \quad (x = -1{,}89 \quad \vee) \quad x = 33{,}89$ $\quad\quad \mathbb{L} = \{33{,}89\}$

$0 < x < 33{,}89 \;\; (x \in \mathbb{R})$

4

B 1.5 $\tan(90° - \sphericalangle B_nA_nD_n) = \frac{3}{4}$ $\quad\quad \sphericalangle B_nA_nD_n = 53{,}13°$ $\quad\quad \sphericalangle B_nA_nD_n \in \,]0°; 90°[$ — L2 K5

1

B 1.6 $\overline{A_nD_n}(x) = \left[-\log_{0,5}(x+2) + 2 \; - \; (-2 \cdot \log_{0,5} x - 3)\right] \text{LE}$ $\quad\quad 0 < x < 33{,}89;\; x \in \mathbb{R}$ — L4 K2 K5

$\overline{A_nD_n}(x) = \left[\log_{0,5} x^2 - \log_{0,5}(x+2) + 5\right] \text{LE}$

$\overline{A_nD_n}(x) = \left[\log_{0,5}\left(\frac{x^2}{x+2}\right) + 5\right] \text{LE}$

$\overline{A_nD_n} = \overline{D_nC_n}$

$\overline{D_nC_n} = \sqrt{4^2 + 3^2} \text{ LE}$ $\quad\quad \overline{D_nC_n} = 5 \text{ LE}$

$\log_{0,5}\left(\frac{x^2}{x+2}\right) + 5 = 5$ $\quad\quad 0 < x < 33{,}89;\; x \in \mathbb{R}$

…

$\Leftrightarrow \quad (x = -1 \quad \vee) \quad x = 2$ $\quad\quad \mathbb{L} = \{2\}$

$A_3(2 \mid -1)$

4

17

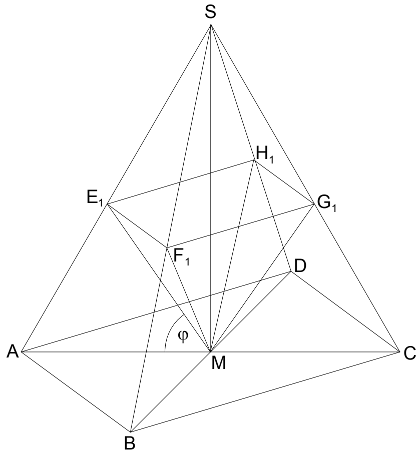
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 Schrägbild im Maßstab $1:2$ L3 K4



$\tan 60° = \frac{\overline{MS}}{0,5 \cdot 10\ \text{cm}}$ $\qquad \overline{MS} = 8,66\ \text{cm}$ L2 K5

3

B 2.2 Einzeichnen der Pyramide $E_1F_1G_1H_1M$ L3 K4

1

B 2.3 $\frac{\overline{E_nM}(\varphi)}{\sin 60°} = \frac{\overline{AM}}{\sin(180° - (60° + \varphi))}$ $\qquad \varphi \in]0°; 90°[$ L4 K2 K5

$\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{5\ \text{cm} \cdot \sin 60°}{\sin(60° + \varphi)}$

$\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{4,33}{\sin(60° + \varphi)}\ \text{cm}$

2

B 2.4 $\sin(90° - \varphi) = \frac{0,5 \cdot \overline{E_nG_n}(\varphi)}{\overline{E_nM}(\varphi)} \Leftrightarrow \overline{E_nG_n}(\varphi) = 2 \cdot \cos\varphi \cdot \overline{E_nM}(\varphi)$ $\qquad \varphi \in]0°; 90°[$ L4 K2 K5

$\overline{E_nG_n}(\varphi) = 2 \cdot \cos\varphi \cdot \frac{4,33}{\sin(60° + \varphi)}\ \text{cm}$

$\overline{E_nG_n}(\varphi) = \frac{8,66 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\ \text{cm}$

3

B 2.5 Es seien die Punkte N_n die Schnittpunkte der Diagonalen $[E_nG_n]$ und $[F_nH_n]$ der Rauten $E_nF_nG_nH_n$. L3 K1 K5

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{MN_n} + \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{N_nS}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \left(\overline{MN_n} + \overline{N_nS}\right)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{MS}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{E_nG_n} \cdot \overline{F_nH_n} \cdot \overline{MS}$$

Aus $\frac{\overline{F_nH_n}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{N_nS}}{\overline{MS}}$ und $\frac{\overline{E_nG_n}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{N_nS}}{\overline{MS}}$ folgt:

$$\frac{\overline{F_nH_n}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{E_nG_n}}{\overline{AC}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{F_nH_n} = \frac{\overline{E_nG_n}}{\overline{AC}} \cdot \overline{BD}$$

$$\overline{F_nH_n}(\varphi) = \frac{10{,}39 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)} \text{ cm} \qquad \varphi \in]0°; 90°[$$

$$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{8{,}66 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)} \cdot \frac{10{,}39 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)} \cdot 8{,}66 \text{ cm}^3 \qquad \varphi \in]0°; 90°[$$

$$V(\varphi) = 129{,}87 \cdot \left(\frac{\cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\right)^2 \text{ cm}^3$$

L4 K2 K5

5

B 2.6 $\frac{4{,}33}{\sin(60° + \varphi)} = 4{,}33$ $\qquad \varphi \in]0°; 90°[$

…

$\Leftrightarrow \quad \varphi = 30°$ $\qquad \mathbb{L} = \{30°\}$

$V(30°) = 97{,}40 \text{ cm}^3$

$$V_{\text{Pyramide ABCDS}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot 8{,}66 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Pyramide ABCDS}} = 173{,}2 \text{ cm}^3$$

$$\frac{97{,}40 \text{ cm}^3}{173{,}2 \text{ cm}^3} = 0{,}56$$

Der Anteil beträgt 56%.

L2 K2 K5

3

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

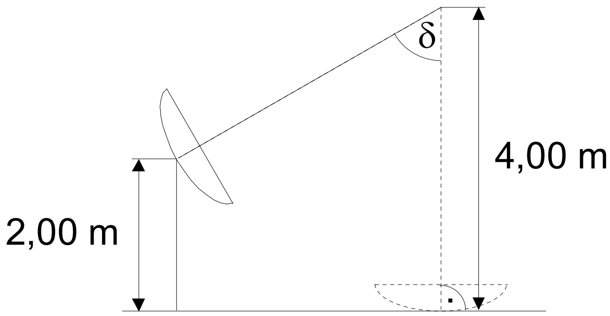
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Lenkt man eine Schiffschaukel auf eine Anfangshöhe von 2,00 m aus und lässt sie dann schwingen, so nimmt die maximal erreichte Höhe nach jeder Schwingung um 10% ab.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Anfangszustand.



A 1.1 Ergänzen Sie die Tabelle. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 1 P

Anzahl der Schwingungen	0	1	2	3
Maximal erreichte Höhe in m	2,00			

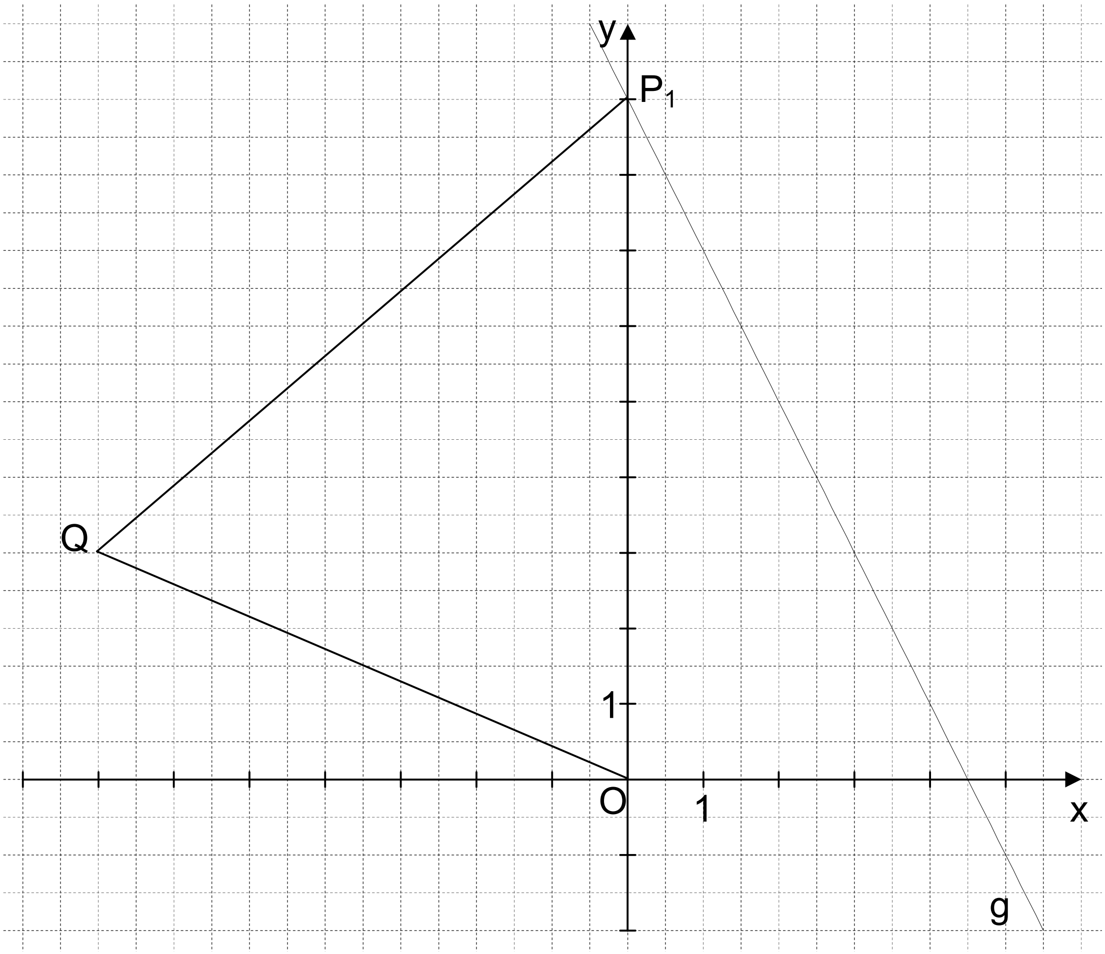
A 1.2 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Schwingungen und der maximal erreichten Höhe y m lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an. 1 P

A 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung die Anzahl der Schwingungen, nach der die maximal erreichte Höhe erstmals weniger als 0,25 m beträgt. 1 P

A 1.4 Berechnen Sie das Maß δ des Auslenkungswinkels am Ende der vierten Schwingung. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

A 2.0 Die Punkte $O(0|0)$ und $Q(-7|3)$ sind für $x < 5{,}73$ gemeinsame Eckpunkte von Dreiecken OP_nQ, wobei die Punkte $P_n(x|-2x+9)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -2x + 9$ liegen ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 In das Koordinatensystem zu 2.0 ist das Dreieck OP_1Q für $x = 0$ eingezeichnet. Zeichnen Sie das Dreieck OP_2Q für $x = 4$ ein. 1 P

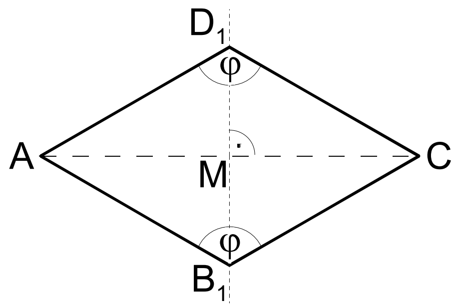
A 2.2 Im Dreieck OP_3Q gilt: $\sphericalangle P_3OQ = 90°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. 2 P

A 2.3 Das Dreieck OP_4Q ist gleichschenklig und hat die Basis $[P_4Q]$.
Zeichnen Sie das Dreieck OP_4Q in das Koordinatensystem zu 2.0 ein und bestimmen Sie sodann rechnerisch die Koordinaten des Punktes P_4. 2 P

A 2.4 Die Dreiecke OP_nQ werden zu Drachenvierecken OP_nQR_n mit der Geraden OQ als Symmetrieachse ergänzt.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte R_n. 4 P

A 3.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern sind Rauten AB_nCD_n mit $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$. Die Winkel AD_nC und CB_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;180°[$.
Die Geraden B_nD_n sind die Rotationsachsen.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt für $\varphi = 120°$.



A 3.1 Berechnen Sie das Volumen V der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \dfrac{32{,}72}{\tan\frac{\varphi}{2}}\,\text{cm}^3$] 2 P

A 3.2 Den Rauten AB_nCD_n werden Quadrate $E_nF_nG_nH_n$ einbeschrieben mit $E_n \in [AB_n]$, $F_n \in [B_nC]$, $G_n \in [CD_n]$ und $H_n \in [D_nA]$. Es gilt: $E_nH_n \parallel B_nD_n$.
Zeichnen Sie das Quadrat $E_1F_1G_1H_1$ in den Axialschnitt zu 3.0 ein. 1 P

A 3.3 Der Rotationskörper, dessen Axialschnitt die Raute AB_2CD_2 ist, hat das Volumen $32{,}72\,\text{cm}^3$.
Bestimmen Sie die Seitenlänge des Quadrates $E_2F_2G_2H_2$. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x+3)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S des Graphen der Funktion f_1 mit der x-Achse und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-2{,}8; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 10$; $-3 \leqq y \leqq 6$. 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Gleichung der Funktion f_2 und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Punkte $C_n(x \mid \log_2(x+3)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $M_n(x \mid \log_2 x)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Für $x > 0$ sind die Punkte C_n zusammen mit Punkten A_n und B_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Basen $[A_nB_n]$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Basen $[A_nB_n]$. Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 8$ LE.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 2$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[M_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:
$$\overline{M_nC_n}(x) = \left[\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2\right] \text{LE}.$$
1 P

B 1.5 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 15 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes C_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.6 Das Dreieck $A_4B_4C_4$ ist gleichseitig.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_4. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.7 Der Eckpunkt A_5 des Dreiecks $A_5B_5C_5$ liegt auf dem Graphen zu f_1.
Ermitteln Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punktes A_5. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AB] ist die Grundfläche eines geraden Prismas ABCDEF. Der Punkt $G \in [AB]$ ist der Fußpunkt der Höhe [CG] des Dreiecks ABC. Der Punkt $H \in [DE]$ liegt senkrecht über dem Punkt G.
Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\overline{AD} = 9\text{ cm}$; $\overline{CG} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Strecke [CG] auf der Schrägbildachse und der Punkt C links vom Punkt G liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels HGF.
[Ergebnis: $\sphericalangle HGF = 48{,}01°$] 3 P

B 2.2 Der Punkt T liegt auf der Strecke [GH]. Es gilt: $\overline{HT} = 4\text{ cm}$. Punkte P_n auf der Strecke [FG] sind zusammen mit den Punkten G und T die Eckpunkte von Dreiecken GTP_n. Die Winkel P_nTG haben das Maß φ.
Zeichnen Sie das Dreieck GTP_1 für $\varphi = 70°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Für alle Dreiecke GTP_n gilt: $\varphi \in]0°; 111{,}80°[$.
Begründen Sie die obere Intervallgrenze. 2 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[GP_n]$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{GP_n}(\varphi) = \frac{5 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Das Dreieck GTP_0 ist gleichschenklig und hat die Basis [GT].
Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecke $[GP_0]$. 2 P

B 2.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCP_n$ mit den Höhen $[P_nK_n]$, deren Fußpunkte K_n auf der Strecke [CG] liegen.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABCP_1$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ABCP_n$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{44{,}67 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}^3$] 5 P

B 2.6 Das Volumen der Pyramide $ABCP_2$ ist um 80% kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgaben A 1 - 3 **Nachtermin**

FUNKTIONEN

A 1.1

Anzahl der Schwingungen	0	1	2	3
Maximal erreichte Höhe in m	2,00	1,80	1,62	1,46

1 L1 K5

A 1.2 Funktionsgleichung: $y = 2{,}00 \cdot 0{,}9^x$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ 1 L4 K3

A 1.3 $0{,}25 = 2{,}00 \cdot 0{,}9^x$ $x \in \mathbb{R}_0^+$ L4 K5

…

$\Leftrightarrow \quad x = 19{,}74$ $\mathbb{L} = \{19{,}74\}$

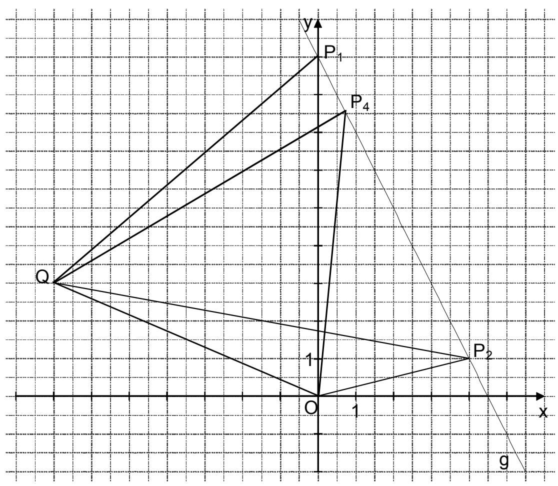
Nach 20 Schwingungen beträgt die maximal erreichte Höhe erstmals weniger als 0,25 m. 1

A 1.4 $y = 2{,}00 \cdot 0{,}9^4$ $y = 1{,}31$ L2 K2 K5

$\cos\delta = \dfrac{4{,}00 - 1{,}31}{4{,}00}$ $\delta = 47{,}74°$ $\delta \in [0°; 60°]$ 2

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 Zeichnung im Maßstab $1:2$ L3 K4



1

A 2.2 $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OP_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ -2x + 9 \end{pmatrix}$ $x < 5{,}73$; $x \in \mathbb{R}$ L4 K2 K5

$\begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -2x + 9 \end{pmatrix} = 0$ $x < 5{,}73$; $x \in \mathbb{R}$

…

$\Leftrightarrow \quad x = 2{,}08$ $\mathbb{L} = \{2{,}08\}$ 2

A 2.3 Einzeichnen des Dreiecks OP_4Q L3 K4

$\overline{OP_4} = \overline{OQ}$

$\sqrt{x^2 + (-2x+9)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 3^2}$ $\qquad x < 5{,}73;\ x \in \mathbb{R}$

$\dots$

$\Leftrightarrow \quad x = 0{,}71 \qquad (\vee \qquad x = 6{,}49)$ $\qquad \mathbb{L} = \{0{,}71\}$

$P_4(0{,}71 \mid 7{,}58)$

2 — L4 K2 K5

A 2.4 $\quad P_n \xmapsto{OQ} R_n$ mit OQ: $y = -\frac{3}{7}x$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\cdot 156{,}80°) & \sin(2\cdot 156{,}80°) \\ \sin(2\cdot 156{,}80°) & -\cos(2\cdot 156{,}80°) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -2x+9 \end{pmatrix}$$

$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x < 5{,}73;\ x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = 0{,}47x' + 3{,}05 \\ \wedge \quad y' = 0{,}66x - 6{,}21 \end{array} \right.$$

$\Rightarrow \quad y' = 0{,}31x' - 4{,}20$

t: $y = 0{,}31x - 4{,}20$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

4 — L4 K2 K5

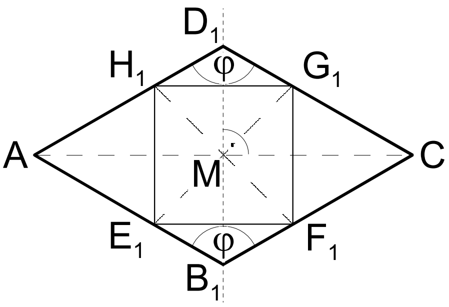
RAUMGEOMETRIE

A 3.1 $\quad V(\varphi) = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2{,}5^2 \cdot \pi \cdot \frac{2{,}5}{\tan\frac{\varphi}{2}}\ \text{cm}^3$ $\qquad \varphi \in \,]0°;180°[$

$V(\varphi) = \frac{32{,}72}{\tan\frac{\varphi}{2}}\ \text{cm}^3$

2 — L4 K2 K3 K5

A 3.2



1 — L3 K4

A 3.3 $\quad \tan\frac{\varphi}{2} = 1 \qquad \frac{\varphi}{2} = 45° \qquad \varphi \in \,]0°;180°[$

z. B.: $\overline{G_2H_2} = \overline{MD_2} \qquad \overline{G_2H_2} = \frac{2{,}5}{\tan 45°}\ \text{cm} \qquad \overline{G_2H_2} = 2{,}5\ \text{cm}$

2 — L2 K2 K5

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

FUNKTIONEN

B 1.1 $\mathbb{D}_{f_1} = \{x \mid x > -3\}$ $x \in \mathbb{R}$ L4 K5

$\mathbb{W}_{f_1} = \mathbb{R}$

Gleichung der Asymptote h: $x = -3$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

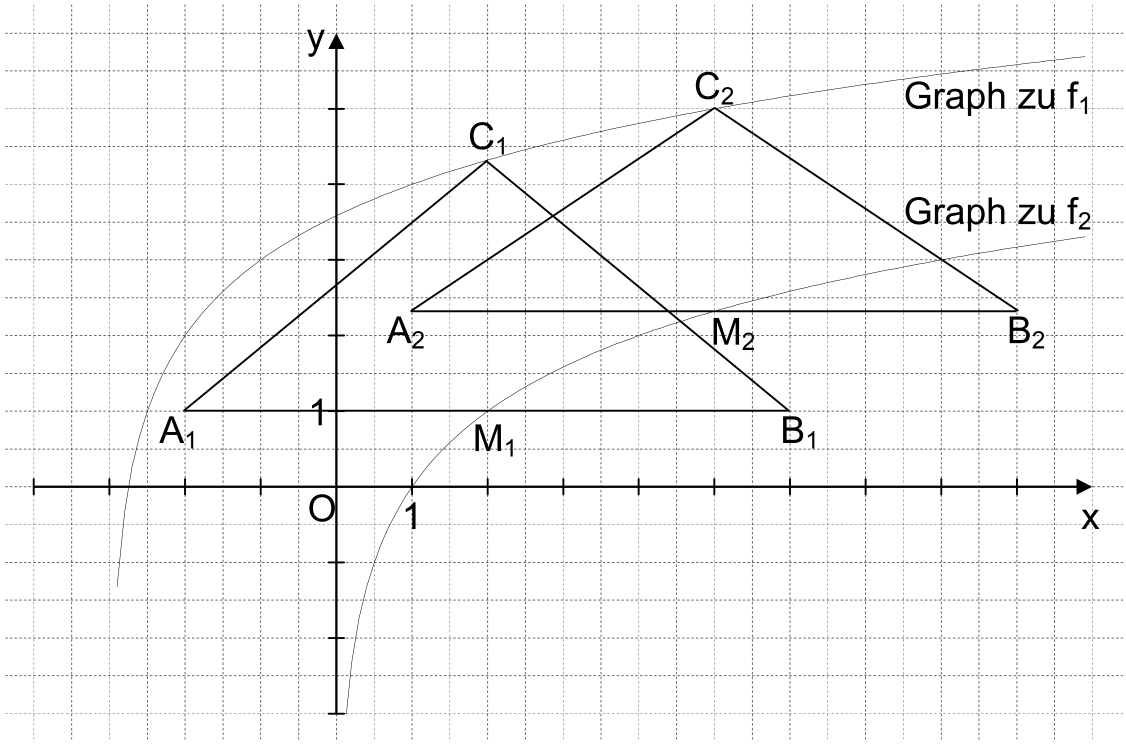
$\log_2(x+3) + 2 = 0$ $x > -3;\ x \in \mathbb{R}$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad x = -2,75$ $\mathbb{L} = \{-2,75\}$

$S(-2,75 \mid 0)$

L4 K4



4

B 1.2 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \log_2(x+3)+2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x > -3;\ x \in \mathbb{R}$ L4 K5

$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x' = x + 3 \\ \wedge \quad y' = \log_2(x+3) \end{array} \right.$

$\Rightarrow \quad y' = \log_2 x'$

f_2: $y = \log_2 x$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Einzeichnen des Graphen zu f_2 L4 K4

2

B 1.3 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ L3 K4

1

B 1.4 $\overline{M_nC_n}(x) = [\log_2(x+3)+2 - \log_2 x]$ LE $x>0;\ x \in \mathbb{R}$ $\overline{M_nC_n}(x) = \left[\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2\right]$ LE	1	L4 K5
B 1.5 $A_{\Delta A_nB_nC_n} = \frac{1}{2}\cdot\overline{A_nB_n}\cdot\overline{M_nC_n}$ $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot\left[\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2\right]$ FE $x>0;\ x \in \mathbb{R}$ $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = \left[4\cdot\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+8\right]$ FE $4\cdot\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+8=15$ $x>0;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ x = 1,27$ $\mathbb{L} = \{1,27\}$	3	L4 K2 K5
B 1.6 $\overline{M_4C_4} = \frac{\overline{A_4B_4}}{2}\cdot\sqrt{3}$ $\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2 = \frac{8}{2}\cdot\sqrt{3}$ $x>0;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ x = 0,10$ $\mathbb{L} = \{0,10\}$ $C_4(0,10 \mid 3,63)$	3	L4 K2 K5
B 1.7 Trägergraph t der Punkte A_n: t: $y = \log_2(x+4)$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$ $\log_2(x+3)+2 = \log_2(x+4)$ $x>-3;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ x = -2,67$ $\mathbb{L} = \{-2,67\}$	3	L4 K2 K5
	17	

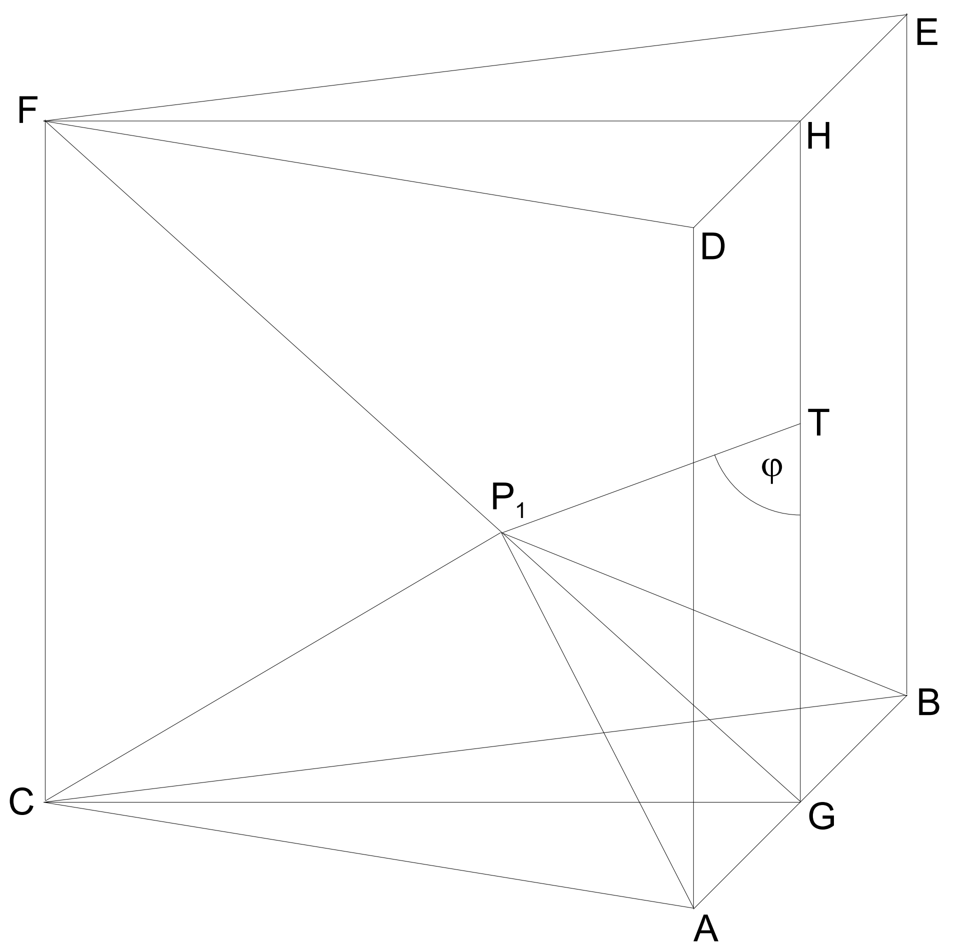
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

RAUMGEOMETRIE

B 2.1



$\tan \sphericalangle HGF = \frac{10 \text{ cm}}{9 \text{ cm}}$ $\sphericalangle HGF = 48,01°$ $\sphericalangle HGF \in]0°;90°[$ — L2 K5 — 3

B 2.2 Einzeichnen des Dreiecks GTP_1 — L3 K4

Für die obere Intervallgrenze gilt: $\varphi = \sphericalangle FTG$. — L3 K1 K5

$\sphericalangle FTG = 180° - \sphericalangle HTF$

$\tan \sphericalangle HTF = \frac{10 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}$ $\sphericalangle HTF = 68,20°$ $\sphericalangle HTF \in]0°;90°[$

$\sphericalangle FTG = 111,80°$ $\Rightarrow \varphi = 111,80°$ — 2

B 2.3 $\frac{\overline{GP_n}(\varphi)}{\sin\varphi} = \frac{\overline{GT}}{\sin(180° - (\varphi + 48,01°))}$ $\varphi \in]0°;111,80°]$ — L4 K2 K5

$$\overline{GP_n}(\varphi)=\frac{(9\text{ cm}-4\text{ cm})\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+48{,}01°)}$$

$$\overline{GP_n}(\varphi)=\frac{5\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+48{,}01°)}\text{ cm}$$

2

B 2.4 $\varphi=\sphericalangle HGF$ — $\varphi=48{,}01°$

L2 K2 K5

$$\overline{GP_0}=\frac{5\cdot\sin 48{,}01°}{\sin(48{,}01°+48{,}01°)}\text{ cm}$$

$$\overline{GP_0}=3{,}74\text{ cm}$$

2

B 2.5 Einzeichnen der Pyramide $ABCP_1$

L3 K4

L4 K2 K5

$$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot\overline{CG}\cdot\overline{P_nK_n}$$

$$\sin\sphericalangle FGC=\frac{\overline{P_nK_n}}{\overline{GP_n}}\quad\Leftrightarrow\quad\overline{P_nK_n}=\overline{GP_n}\cdot\sin\sphericalangle FGC$$

$$\sphericalangle FGC=90°-48{,}01°\qquad\sphericalangle FGC=41{,}99°$$

$$\overline{P_nK_n}(\varphi)=\frac{5\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+48{,}01°)}\cdot\sin 41{,}99°\text{ cm}\qquad\varphi\in\,]0°;111{,}80°]$$

$$\overline{P_nK_n}(\varphi)=\frac{3{,}35\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+48{,}01°)}\text{ cm}$$

$$V(\varphi)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 10\cdot\frac{3{,}35\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+48{,}01°)}\text{ cm}^3\qquad\varphi\in\,]0°;111{,}80°]$$

$$V(\varphi)=\frac{44{,}67\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+48{,}01°)}\text{ cm}^3$$

5

B 2.6 $V_{\text{Prisma ABCDEF}}=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 10\cdot 9\text{ cm}^3$ — $V_{\text{Prisma ABCDEF}}=360\text{ cm}^3$

L4 K2 K5

$$\frac{44{,}67\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+48{,}01°)}=0{,}2\cdot 360\qquad\varphi\in\,]0°;111{,}80°]$$

$\dots$

$$\Leftrightarrow\quad\varphi=93{,}74°\qquad\mathbb{L}=\{93{,}74°\}$$

3

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.