

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

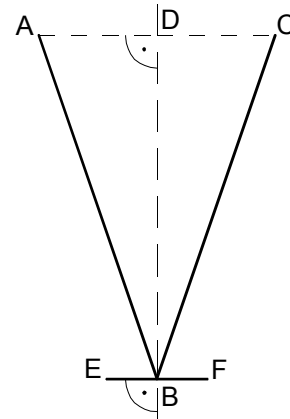
Klasse: \_\_\_\_\_ Platzziffer: \_\_\_\_\_ Punkte: \_\_\_\_\_

A 1.0 Ein Messbecher fasst, bis zum Rand gefüllt, genau einen Liter Flüssigkeit.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt des Messbechers.

BD ist die Symmetrieachse.

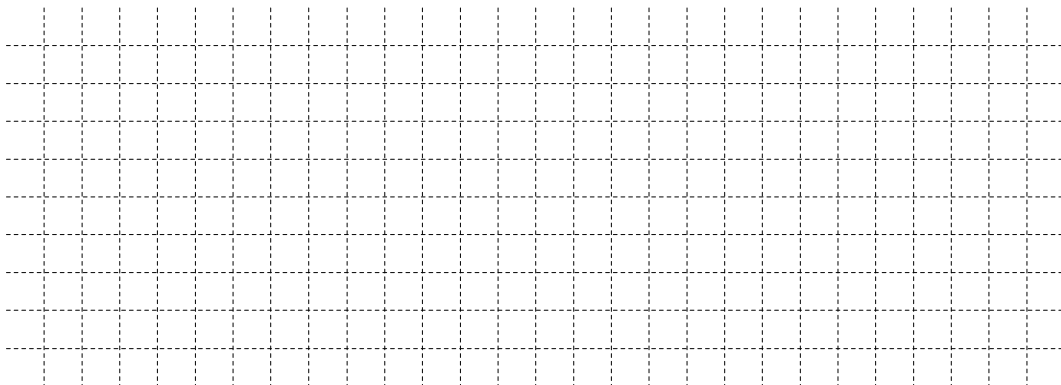
Es gilt:  $\overline{BD} = 200$  mm.



A 1.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels CBA. Runden Sie auf Ganze.

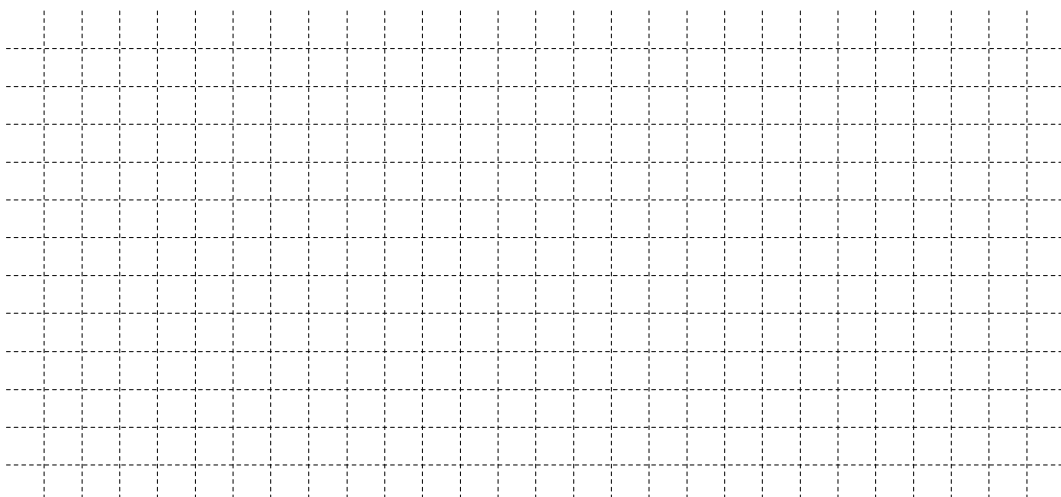
[Teilergebnis:  $\overline{AD} = 69$  mm]

2 P

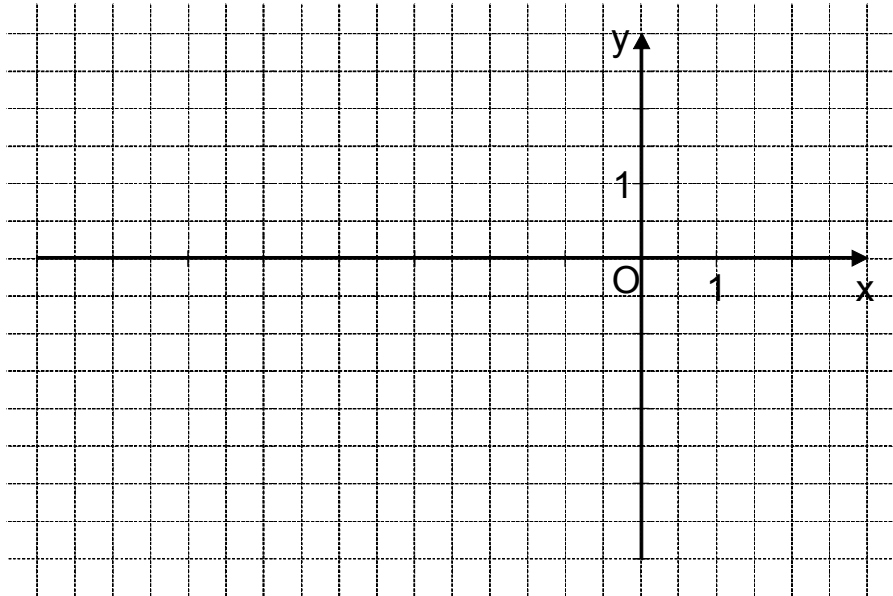


A 1.2 Berechnen Sie auf Millimeter gerundet, bis zu welcher Höhe der Messbecher gefüllt ist, wenn er einen halben Liter Flüssigkeit enthält.

3 P

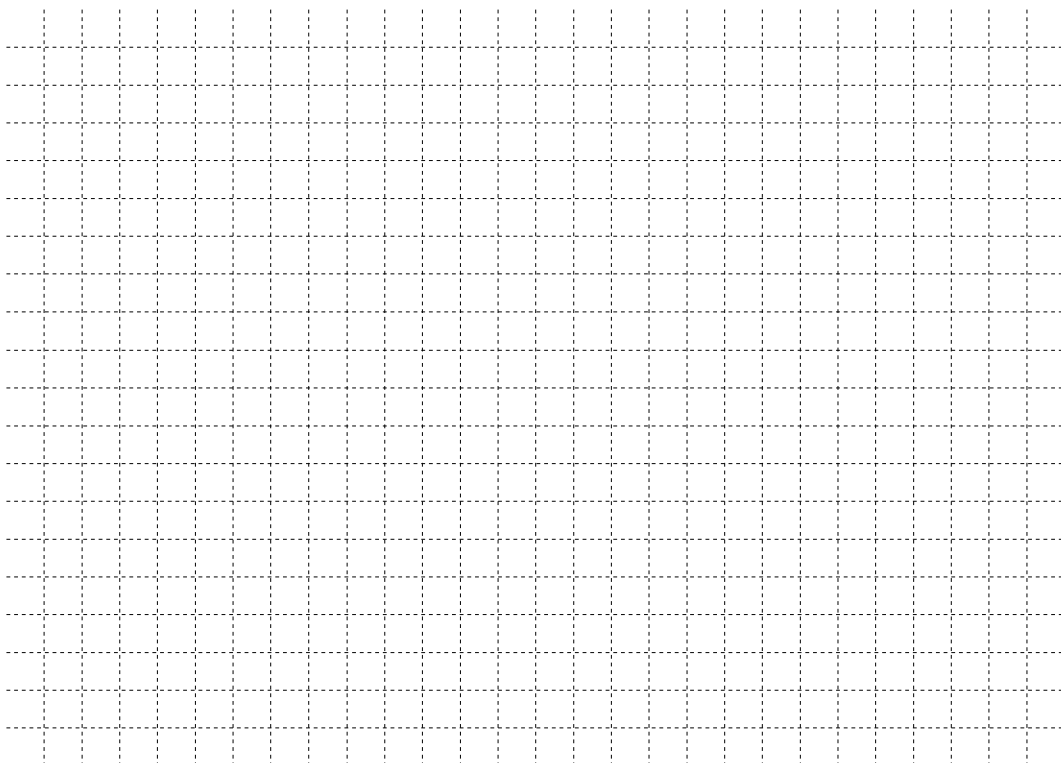


A 2.0 Die Pfeile  $\vec{OP}_n(\varphi) = \begin{pmatrix} 2 \cdot \cos \varphi - 2 \\ 0,5 \cdot \sin \varphi \end{pmatrix}$  und  $\vec{OR}_n(\varphi) = \begin{pmatrix} 3 \cdot \cos \varphi \\ -3 \cdot \sin \varphi \end{pmatrix}$  mit  $O(0|0)$  spannen für  $\varphi \in ]37^\circ; 180^\circ[$  Parallelelogramme  $OP_nQ_nR_n$  auf.



A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile  $\vec{OP}_1$  und  $\vec{OR}_1$  für  $\varphi = 65^\circ$  sowie  $\vec{OP}_2$  und  $\vec{OR}_2$  für  $\varphi = 150^\circ$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. Zeichnen Sie sodann die Parallelelogramme  $OP_1Q_1R_1$  und  $OP_2Q_2R_2$  in das Koordinatensystem zu 2.0 ein.

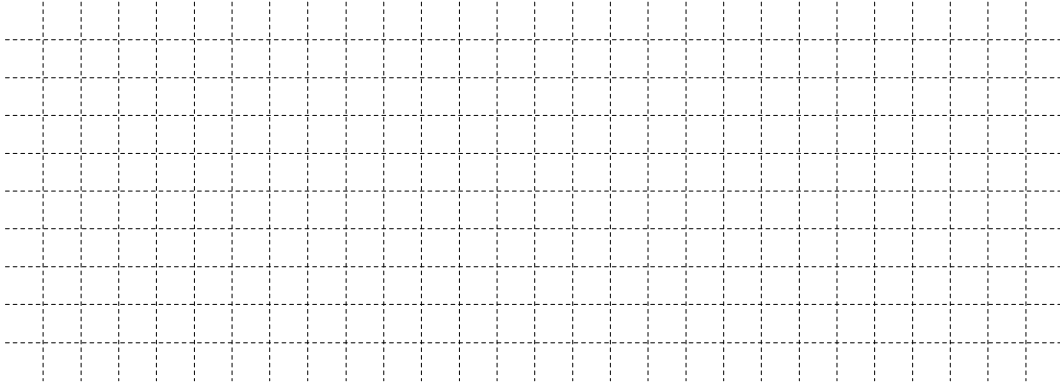
2 P



A 2.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken  $[OP_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

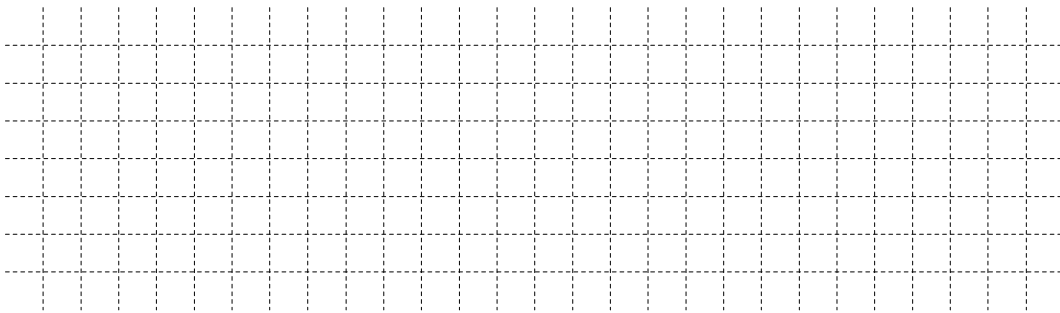
$$\overline{OP_n}(\varphi) = \sqrt{3,75 \cdot \cos^2 \varphi - 8 \cdot \cos \varphi + 4,25} \text{ LE.}$$

2 P



A 2.3 Begründen Sie, dass die Punkte  $R_n$  auf einer Kreislinie um den Mittelpunkt  $O$  mit dem Radius  $r = 3 \text{ LE}$  liegen.

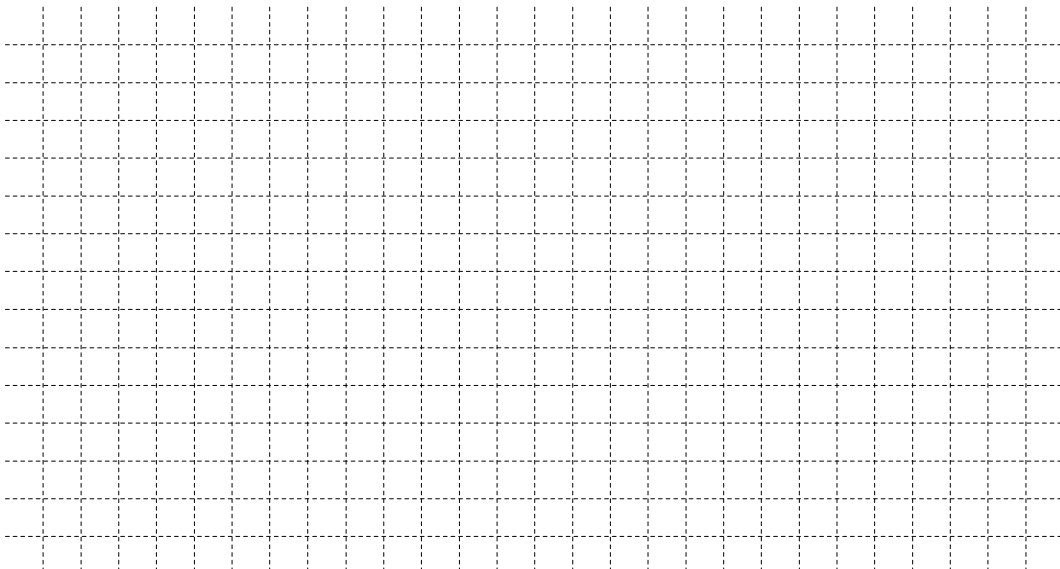
2 P



A 2.4 Das Parallelogramm  $OP_3Q_3R_3$  ist eine Raute. Diese wird durch die Pfeile  $\overrightarrow{OP_3}$  und  $\overrightarrow{OR_3}$  aufgespannt.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß  $\varphi$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

3 P



A 3.0 In einem Laborversuch untersuchten Baubiologen das Wachstum von Schimmelpilzen auf unterschiedlichen Fassadenplatten. Dazu wurden zwei mit A bzw. B gekennzeichnete Platten, auf denen zu Versuchsbeginn jeweils eine Fläche mit einem Inhalt von  $100 \text{ cm}^2$  von Schimmelpilz befallen war, in einer Klimakammer beobachtet.

Bei der Platte A wurde festgestellt, dass sich der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche täglich um 26% vergrößert hatte.

A 3.1 Berechnen Sie, wie groß der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche bei der Platte A am Ende des 6. Versuchstages war. Runden Sie auf Quadratzentimeter. 1 P

A 3.2 Bei der Platte A war der Versuch abgebrochen worden, als der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche einen Quadratmeter erreicht hatte.

Ermitteln Sie rechnerisch, am wievielten Versuchstag dies der Fall war. 2 P

A 3.3 Auch bei der Platte B hatte sich der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche täglich um einen festen Prozentsatz vergrößert. Hier war ein Quadratmeter am Ende des 13. Versuchstages erreicht worden.

Berechnen Sie den betreffenden Prozentsatz. 2 P

**Mathematik I**

**Haupttermin**

**Aufgabe B 1**

- B 1.0 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = \log_2(x+8)+1$  mit  $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .
- B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion  $f$  sowie die Gleichung der Asymptote  $h$  an. 2 P
- B 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion  $f$  für  $x \in \{-7,7; -7,6; -7; -6; -5; -4; -2; 0; 2; 4\}$  auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.  
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f$  in ein Koordinatensystem.  
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-9 \leq x \leq 6$ ;  $-4 \leq y \leq 9$ . 3 P
- B 1.3 Punkte  $A_n(x | \log_2(x+8)+1)$  auf dem Graphen zu  $f$  sind zusammen mit dem Punkt  $B(0 | 0)$  und Punkten  $C_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Quadraten  $A_nBC_nD_n$ .  
Zeichnen Sie die Quadrate  $A_1BC_1D_1$  für  $x = -5$  und  $A_2BC_2D_2$  für  $x = 1$  in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 2 P
- B 1.4 Die Punkte  $A_n$  können auf die Punkte  $C_n$  abgebildet werden.  
Zeigen Sie durch Rechnung, dass der Trägergraph  $t$  der Punkte  $C_n$  die Gleichung  $y = -2^{x-1} + 8$  besitzt.  
Zeichnen Sie den Trägergraphen  $t$  der Punkte  $C_n$  in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.  
[Teilergebnis:  $C_n(\log_2(x+8)+1 | -x)$ ] 5 P
- B 1.5 Für das Quadrat  $A_3BC_3D_3$  gilt:  $A_3(-4 | 3)$ .  
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $D_3$ . 2 P
- B 1.6 Für das Quadrat  $A_4BC_4D_4$  gilt: Der Punkt  $D_4$  liegt auf der Winkelhalbierenden des II. Quadranten.  
Ermitteln Sie rechnerisch die  $x$ -Koordinate des Punktes  $A_4$ . 3 P

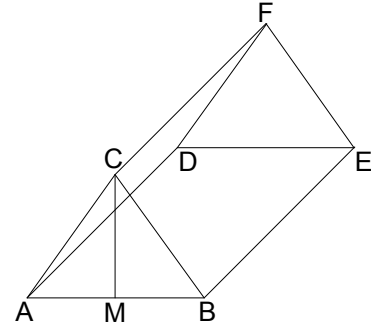
**Mathematik I**

**Haupttermin**

**Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF, dessen Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AB] und der Höhe [MC] ist.

Es gilt:  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$  ;  $\overline{AD} = 12 \text{ cm}$  ;  
 $\overline{MC} = 4 \text{ cm}$  .



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Kante [AB] auf der Schrägbildachse liegen soll (Lage des Prismas wie in der Skizze zu 2.0 dargestellt).

Für die Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$  ;  $\omega = 45^\circ$  .

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels CBA.

[Ergebnis:  $\sphericalangle CBA = 57,99^\circ$ ]

2 P

B 2.2 Punkte  $G_n \in [BC]$  und Punkte  $H_n \in [EF]$  sind zusammen mit den Punkten A und D die Eckpunkte von Rechtecken  $AG_nH_nD$ . Die Winkel  $BAG_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in [0^\circ; 57,99^\circ]$ .

Zeichnen Sie das Rechteck  $AG_1H_1D$  für  $\overline{BG_1} = \frac{1}{4} \cdot \overline{BC}$  in das Schrägbild zu 2.1 ein.

1 P

B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rechtecke  $AG_nH_nD$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ . Ermitteln Sie sodann den minimalen und den maximalen Flächeninhalt mit dem jeweils zugehörigen Winkelmaß  $\varphi$ .

[Teilergebnis:  $\overline{AG_n}(\varphi) = \frac{4,24}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}$ ]

5 P

B 2.4 Die Rechtecke  $AG_2H_2D$  und  $AG_3H_3D$  haben jeweils den Flächeninhalt  $53 \text{ cm}^2$ .

Berechnen Sie die zugehörigen Winkelmaße  $\varphi$ .

3 P

B 2.5 Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen V der Prismen  $ABG_nDEH_n$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ .

[Ergebnis:  $V(\varphi) = \frac{127,20 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}^3$ ]

2 P

B 2.6 Das Volumen des Prismas  $ABG_4DEH_4$  beträgt 20% des Volumens des Prismas ABCDEF.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß  $\varphi$ .

4 P

## Lösungsmuster und Bewertung

### RAUMGEOMETRIE

A 1.1  $\sphericalangle CBA = 2 \cdot \sphericalangle DBA$

$$\tan \sphericalangle DBA = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$$

$$\sphericalangle DBA \in ]0^\circ; 90^\circ[$$

$$\frac{1}{3} \cdot \overline{AD}^2 \cdot \pi \cdot 200 \text{ mm} = 1000000 \text{ mm}^3$$

$$\overline{AD} = 69 \text{ mm}$$

$$\tan \sphericalangle DBA = \frac{69 \text{ mm}}{200 \text{ mm}}$$

$$\sphericalangle DBA = 19^\circ$$

$$\sphericalangle CBA = 38^\circ$$

2

L2  
K2  
K3  
K5

A 1.2 Es seien der Punkt  $D' \in [BD]$  und der Punkt  $A' \in [BA]$  mit  $A'D' \parallel AD$ .

$$\frac{1}{3} \cdot \overline{A'D'}^2 \cdot \pi \cdot \overline{BD'} = 500000 \text{ mm}^3$$

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{A'D'}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BD'}}$$

$$\overline{A'D'} = \frac{69}{200} \cdot \overline{BD'}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{69}{200}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{BD'}^3 = 500000 \text{ mm}^3$$

$$\overline{BD'} = 159 \text{ mm}$$

Der Messbecher ist bis zu einer Höhe von 159 mm gefüllt.

3

L2  
K2  
K3  
K5

### EBENE GEOMETRIE

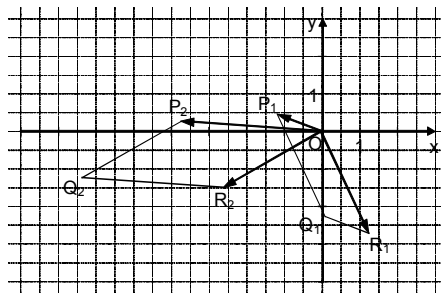
A 2.1  $\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} -1,15 \\ 0,45 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{OR_1} = \begin{pmatrix} 1,27 \\ -2,72 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OP_2} = \begin{pmatrix} -3,73 \\ 0,25 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OR_2} = \begin{pmatrix} -2,60 \\ -1,5 \end{pmatrix}$$

Zeichnung im Maßstab 1:2



2

L4  
K5

L3  
K4

A 2.2  $\overline{OP_n}(\varphi) = \sqrt{(2 \cdot \cos \varphi - 2)^2 + (0,5 \cdot \sin \varphi)^2}$  LE

$$\varphi \in ]37^\circ; 180^\circ[$$

$$\overline{OP_n}(\varphi) = \sqrt{4 \cdot \cos^2 \varphi - 8 \cdot \cos \varphi + 4 + 0,25 \cdot (1 - \cos^2 \varphi)}$$
 LE

L4  
K5

	$\overline{OP}_n(\varphi) = \sqrt{3,75 \cdot \cos^2 \varphi - 8 \cdot \cos \varphi + 4,25} \text{ LE}$		2	
A 2.3	$\overline{OR}_n(\varphi) = \sqrt{(3 \cdot \cos \varphi)^2 + (-3 \cdot \sin \varphi)^2} \text{ LE}$ $\overline{OR}_n(\varphi) = \sqrt{9 \cdot (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)} \text{ LE}$ $\overline{OR}_n(\varphi) = 3 \text{ LE}$	$\varphi \in ]37^\circ; 180^\circ[$	2	L4 K1 K5
	Für alle $\varphi \in ]37^\circ; 180^\circ[$ gilt also: $\overline{OR}_n(\varphi) = 3 \text{ LE}$ . Somit liegen die Punkte $R_n$ auf einer Kreislinie um den Mittelpunkt O mit dem Radius $r = 3 \text{ LE}$ .			
A 2.4	$\overline{OP}_3 = \overline{OR}_3$			L4 K2 K5
	$\sqrt{3,75 \cdot \cos^2 \varphi - 8 \cdot \cos \varphi + 4,25} = 3$	$\varphi \in ]37^\circ; 180^\circ[$		
	...			
	$\Leftrightarrow \varphi = 118,94^\circ$	$\mathbb{L} = \{118,94^\circ\}$	3	
<b>FUNKTIONEN</b>				
A 3.1	$100 \cdot 1,26^6 = 400$			L1 K5
	Der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche war bei der Platte A am Ende des 6. Versuchstages $400 \text{ cm}^2$ groß.			1
A 3.2	$10000 = 100 \cdot 1,26^x$	$x \in \mathbb{R}_0^+$		L4 K2 K5
	...			
	$\Leftrightarrow x = 19,93$	$\mathbb{L} = \{19,93\}$		
	Dies war am 20. Versuchstag der Fall.			2
A 3.3	$10000 = 100 \cdot a^{13}$	$a > 1; a \in \mathbb{R}$		L4 K2 K5
	...			
	$\Leftrightarrow a = 1,43$	$\mathbb{L} = \{1,43\}$		
	Der Prozentsatz beträgt 43.			2
			19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



**Lösungsmuster und Bewertung**

**FUNKTIONEN**

B 1.1  $\mathbb{D}_f = \{x \mid x > -8\}$

$x \in \mathbb{R}$

$\mathbb{W}_f = \mathbb{R}$

Gleichung der Asymptote h:  $x = -8$

$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

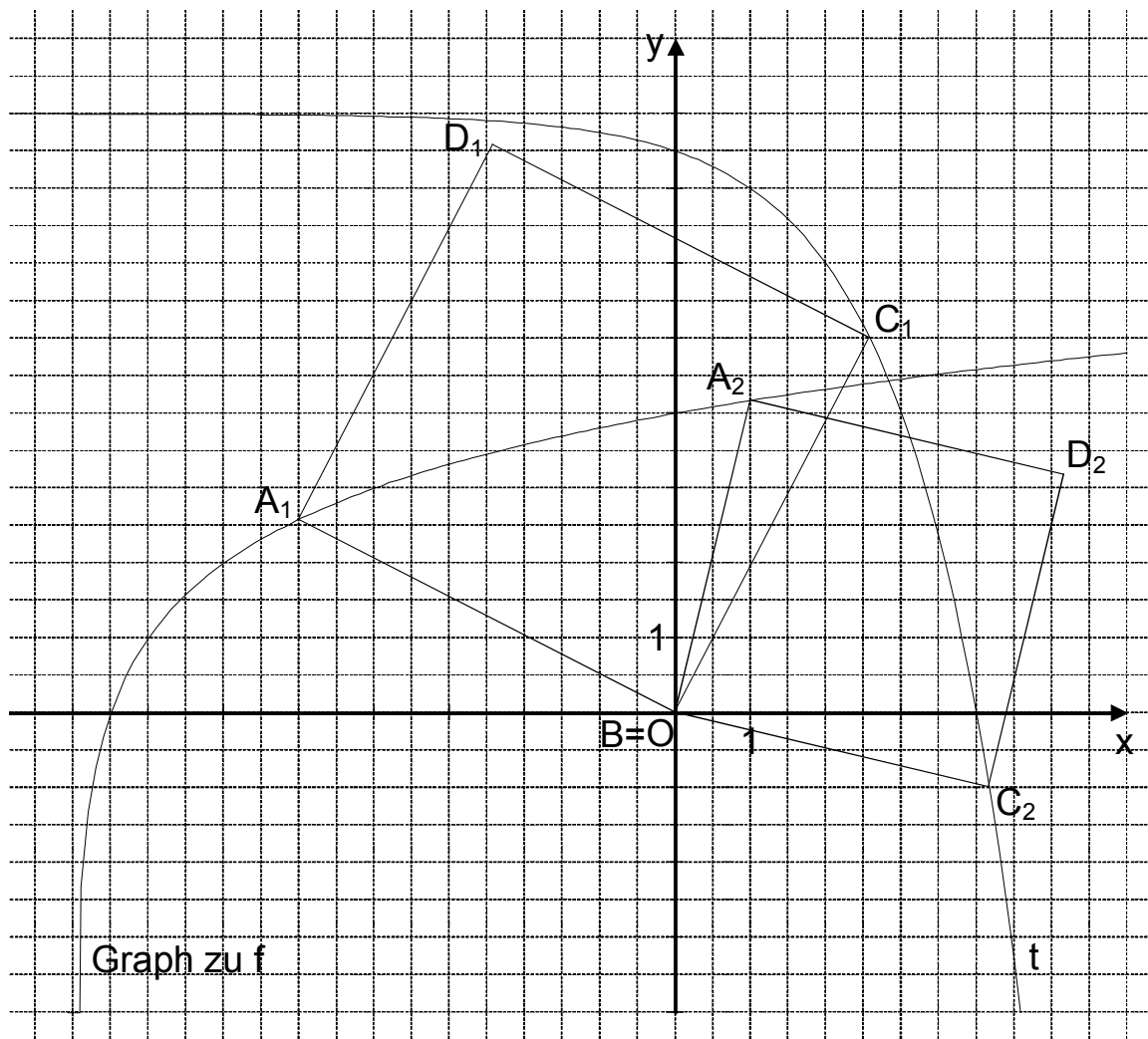
2

L4  
K5

B 1.2

x	-7,7	-7,6	-7	-6	-5	-4	-2	0	2	4
$\log_2(x+8)+1$	-0,74	-0,32	1	2	2,58	3	3,58	4	4,32	4,58

L4  
K5



L4  
K4

3

B 1.3 Einzeichnen der Quadrate  $A_1BC_1D_1$  und  $A_2BC_2D_2$

2

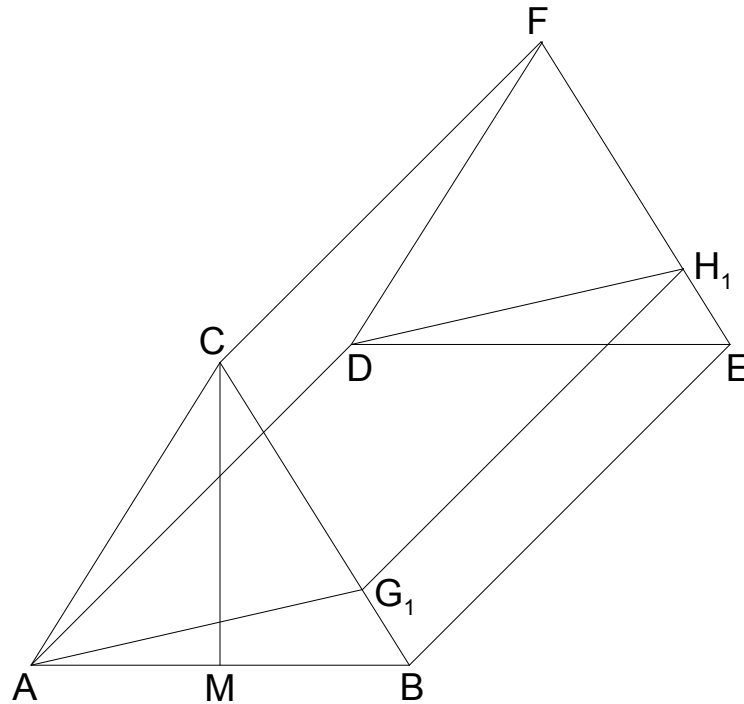
L3  
K4



**Lösungsmuster und Bewertung**

**RAUMGEOMETRIE**

B 2.1



$$\tan \sphericalangle CBA = \frac{4 \text{ cm}}{0,5 \cdot 5 \text{ cm}} \quad \sphericalangle CBA = 57,99^\circ \quad \sphericalangle CBA \in ]0^\circ; 90^\circ[$$

2

B 2.2 Einzeichnen des Rechtecks  $AG_1H_1D$

1

B 2.3  $A = \overline{AG_n} \cdot \overline{AD}$

$$\frac{\overline{AG_n}(\varphi)}{\sin 57,99^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin(180^\circ - (\varphi + 57,99^\circ))} \quad \varphi \in [0^\circ; 57,99^\circ]$$

$$\overline{AG_n}(\varphi) = \frac{4,24}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}$$

$$A(\varphi) = \frac{4,24}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \cdot 12 \text{ cm}^2 \quad \varphi \in [0^\circ; 57,99^\circ]$$

$$A(\varphi) = \frac{50,88}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}^2$$

$$A_{\min} = 50,88 \text{ cm}^2 \text{ für } \varphi = 32,01^\circ$$

$$A_{\max} = 60,00 \text{ cm}^2 \text{ für } \varphi = 0^\circ$$

5

L3  
K4

L2  
K5

L3  
K4

L4  
K2  
K5

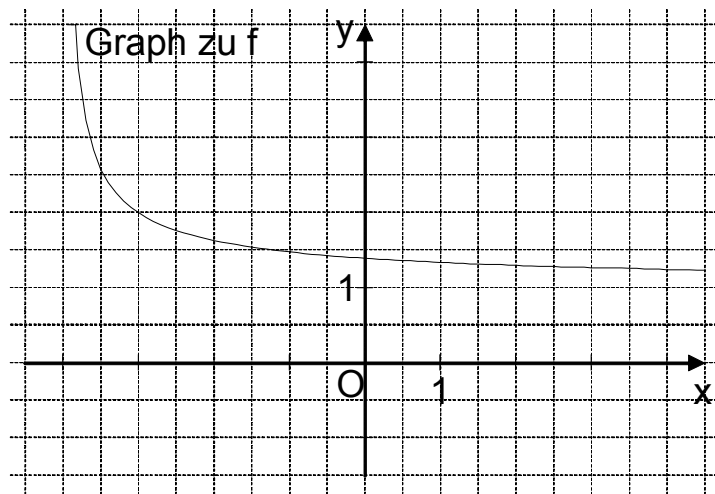
B 2.4	$\frac{50,88}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} = 53$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 15,75^\circ \quad \vee \quad \varphi = 48,27^\circ$	$\varphi \in [0^\circ; 57,99^\circ]$  $\mathbb{L} = \{15,75^\circ; 48,27^\circ\}$	3	L4 K5
B 2.5	$V(\varphi) = \left( \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AG_n} \cdot \sin \varphi \right) \cdot \overline{AD}$ $V(\varphi) = \left( \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{4,24}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \cdot \sin \varphi \right) \cdot 12 \text{ cm}^3$ $V(\varphi) = \frac{127,20 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}^3$	$\varphi \in [0^\circ; 57,99^\circ]$	2	
B 2.6	$V_{\text{Prisma } ABG_4DEH_4} = 0,2 \cdot V_{\text{Prisma } ABCDEF}$ $V_{\text{Prisma } ABG_4DEH_4} = 0,2 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \right) \cdot 12 \text{ cm}^3$ $V_{\text{Prisma } ABG_4DEH_4} = 24 \text{ cm}^3$ $\frac{127,20 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} = 24$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 10,08^\circ$	$\varphi \in [0^\circ; 57,99^\circ]$  $\mathbb{L} = \{10,08^\circ\}$	4	L4 K2 K5
			17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

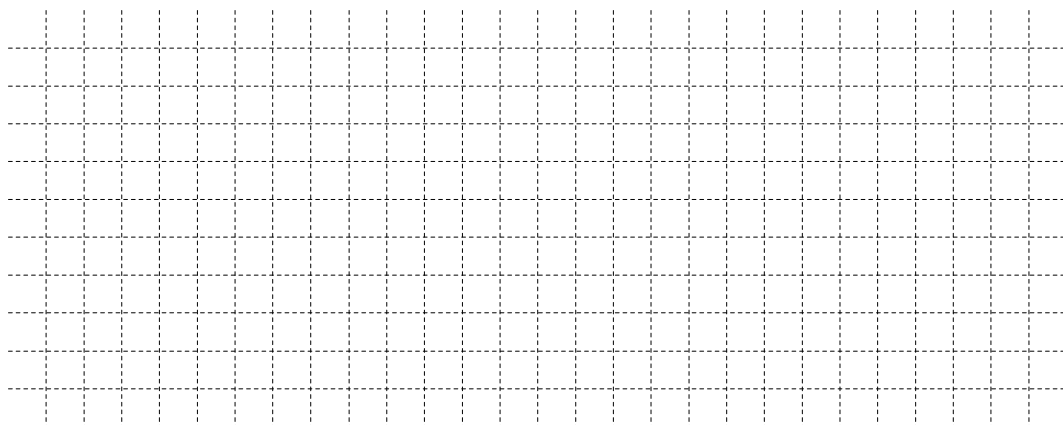
Klasse: \_\_\_\_\_ Platzziffer: \_\_\_\_\_ Punkte: \_\_\_\_\_

A 1.0 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = 1 + (x + 4)^{-\frac{2}{3}}$  mit  $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .  
Punkte  $A_n$  auf dem Graphen zu  $f$  und Punkte  $B_n$  auf der Geraden  $g$  mit der Gleichung  $y = -1$  mit  $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  haben dieselbe Abszisse  $x$  und bilden für  $x > -4$  zusammen mit Punkten  $C_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Quadraten  $A_n B_n C_n D_n$ .

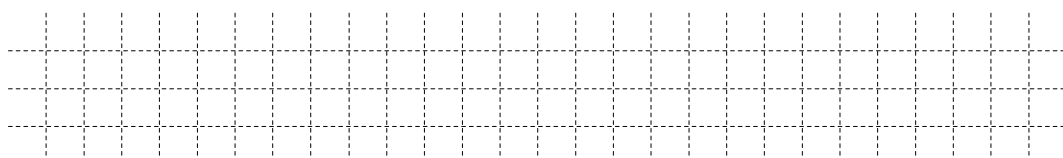


A 1.1 Zeichnen Sie das Quadrat  $A_1 B_1 C_1 D_1$  für  $x = -1$  in das Koordinatensystem zu 1.0 ein.

Berechnen Sie den Flächeninhalt  $A$  der Quadrate  $A_n B_n C_n D_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$  und  $B_n$  und ermitteln Sie sodann rechnerisch, für welchen Wert von  $x$  sich das Quadrat  $A_2 B_2 C_2 D_2$  mit dem Flächeninhalt 9 FE ergibt. 4 P



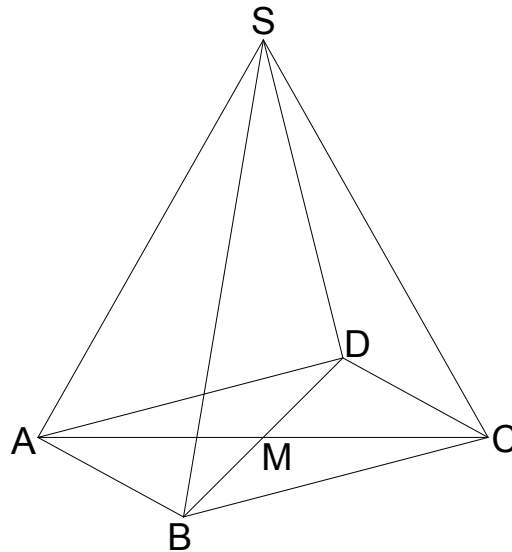
A 1.2 Begründen Sie, dass der Flächeninhalt der Quadrate  $A_n B_n C_n D_n$  stets größer als 4 FE ist. 1 P



A 2.0 Das Schrägbild zeigt das Modell des Dachstuhls eines Kirchturms im Maßstab 1:200. Der Dachstuhl hat die Form einer Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Quadrat ABCD ist. Für die Länge der Diagonalen [AC] des Quadrats ABCD gilt:  $\overline{AC} = 11,90 \text{ m}$ . Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalschnittpunkt M des Quadrats ABCD und es gilt:  $\overline{MS} = 10,50 \text{ m}$ .

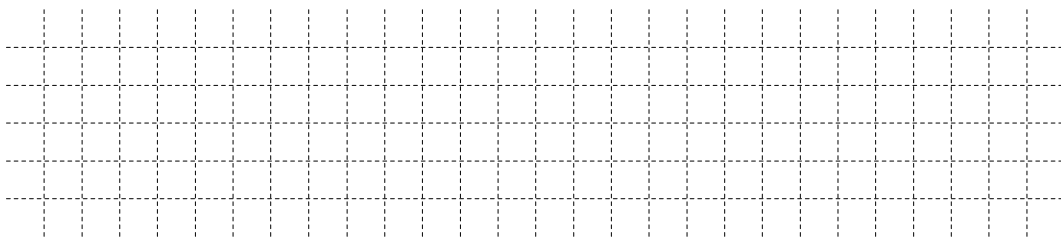
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$ .



A 2.1 Berechnen Sie das Maß  $\varepsilon$  des Winkels SCA. [Ergebnis:  $\varepsilon = 60,46^\circ$ ]

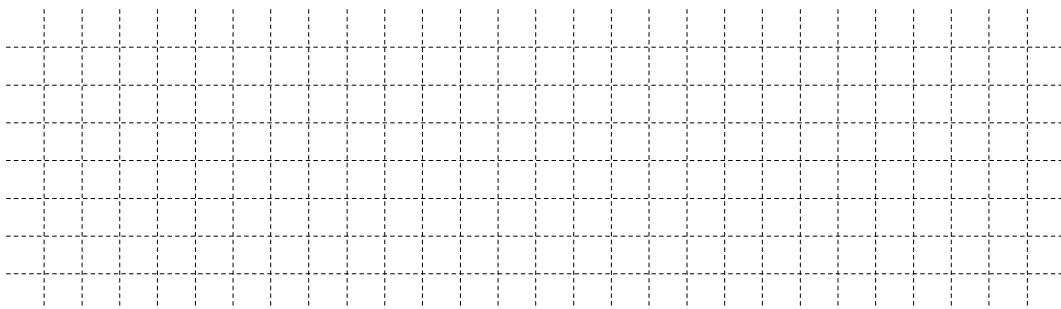
1 P



A 2.2 In den Dachstuhl soll ein Stützbalken eingezeichnet werden. Die Strecken  $[AP_n]$  mit  $P_n \in [CS]$  stellen die möglichen Stützbalken dar. Die Winkel  $\angle CAP_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in ]0^\circ; 60,46^\circ[$ .

Zeichnen Sie für  $\varphi = 35^\circ$  die Strecke  $[AP_1]$  in das Schrägbild zu 2.0 ein und berechnen Sie die Länge des zugehörigen Stützbalkens.

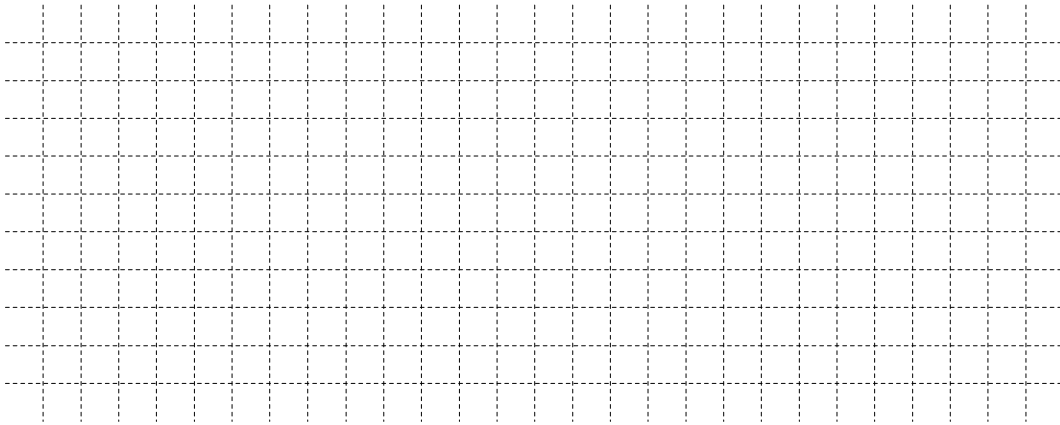
2 P



A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken  $[AP_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

$$\overline{AP_n}(\varphi) = \frac{10,35}{\sin(60,46^\circ + \varphi)} \text{ m.}$$

2 P



A 2.4 Geben Sie an, welches der Diagramme zeigt, wie sich die Länge der möglichen Stützbalken in Abhängigkeit von  $\varphi$  ändert. Begründen Sie Ihre Wahl.

2 P

Diagramm A

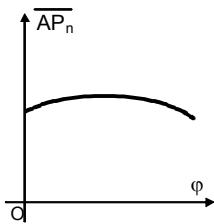


Diagramm B

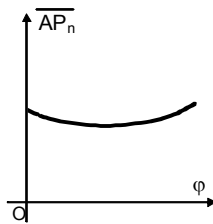


Diagramm C

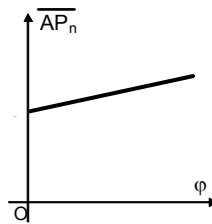
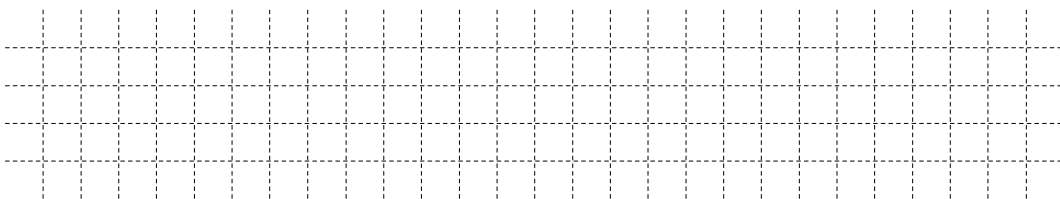
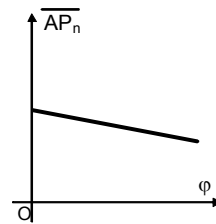


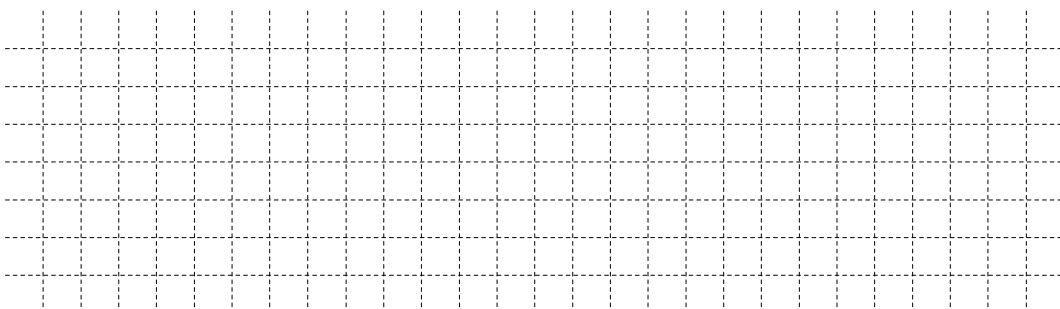
Diagramm D



A 2.5 In den Dachstuhl wird der kürzeste der möglichen Stützbalken eingezeichnet. Dieser Stützbalken wird durch die Strecke  $[AP_0]$  dargestellt.

Zeichnen Sie die Strecke  $[AP_0]$  in das Schrägbild zu 2.0 ein und berechnen Sie, in welcher Höhe  $h$  über der Grundfläche der zugehörige Stützbalken den durch die Strecke  $[CS]$  dargestellten Dachbalken trifft.

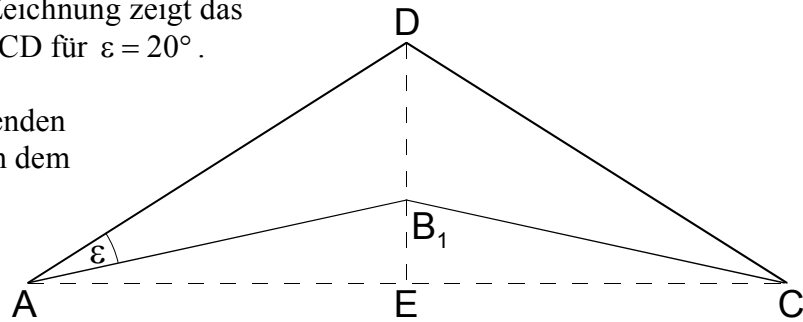
2 P



A 3.0 Gegeben sind konkave Drachenvierecke  $AB_nCD$  mit  $\sphericalangle CB_nA > 180^\circ$  sowie den Seitenlängen  $\overline{AD} = 6 \text{ cm}$  und  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$ . Es gilt:  $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$ . Die Winkel  $B_nAD$  besitzen das Maß  $\varepsilon$  mit  $\varepsilon \in ]0^\circ; 33,56^\circ[$ . Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Strecke  $[AC]$ .

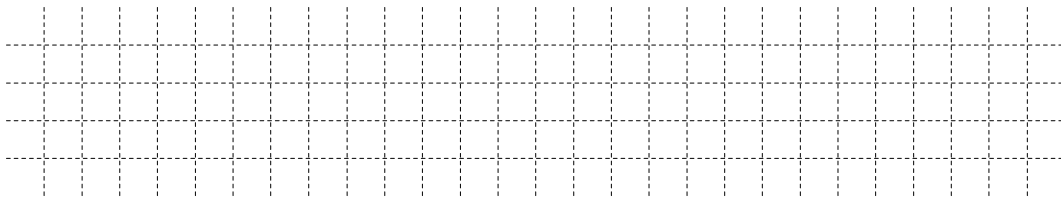
Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck  $AB_1CD$  für  $\varepsilon = 20^\circ$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



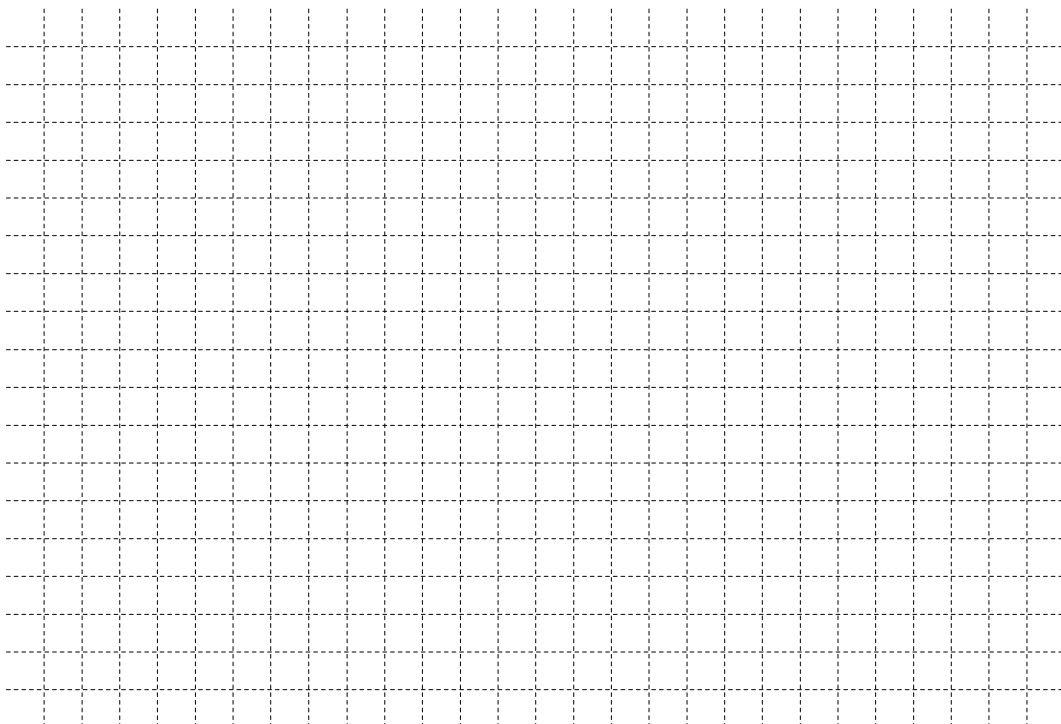
A 3.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass  $33,56^\circ$  die obere Intervallgrenze für das Maß  $\varepsilon$  der Winkel  $B_nAD$  ist.

1 P



A 3.2 Stellen Sie die Länge der Diagonalen  $[B_nD]$  der Drachenvierecke  $AB_nCD$  in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  dar. Berechnen Sie sodann, für welches Winkelmaß  $\varepsilon$  sich das Drachenviereck  $AB_2CD$  mit  $\overline{B_2D} = 3 \text{ cm}$  ergibt.

4 P





**Mathematik I**

**Nachtermin**

**Aufgabe B 1**

B 1.0 Gegeben sind die Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1$  und die Funktion  $f_2$  mit der Gleichung  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + \frac{1}{2}$ . ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .)

B 1.1 Geben Sie für beide Funktionen jeweils die Definitionsmenge und die Wertemenge an.

Zeichnen Sie den Graphen zu  $f_1$  sowie den Graphen zu  $f_2$  in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-10 \leq x \leq 2$ ;  $-11 \leq y \leq 8$ .

4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion  $f_1$  kann durch orthogonale Affinität mit der  $x$ -Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab  $k$  ( $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ) auf den Graphen der Funktion  $f_2$  abgebildet werden.

Ermitteln Sie durch Rechnung den Affinitätsmaßstab  $k$ .

3 P

B 1.3 Punkte  $C_n \left( x \mid \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1 \right)$  liegen auf dem Graphen zu  $f_1$ . Punkte  $M_n$  auf dem

Graphen zu  $f_2$  haben dieselbe Abszisse  $x$  wie die Punkte  $C_n$  und sind die Mittelpunkte von Strecken  $[A_n C_n]$ . Für  $x < -3$  sind die Punkte  $A_n$  und  $C_n$  zusammen mit Punkten  $B_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Rauten  $A_n B_n C_n D_n$ . Die Punkte  $B_n$  und  $M_n$  haben dieselbe  $y$ -Koordinate. Die  $x$ -Koordinate der Punkte  $B_n$  ist stets um 3 größer als die Abszisse  $x$  der Punkte  $M_n$ .

Zeichnen Sie die Rauten  $A_1 B_1 C_1 D_1$  für  $x = -5,5$  und  $A_2 B_2 C_2 D_2$  für  $x = -4,5$  in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

2 P

B 1.4 Die Raute  $A_3 B_3 C_3 D_3$  ist ein Quadrat.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert von  $x$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

$$\left[ \text{Teilergebnis: } \overline{M_n C_n}(x) = 1,5 \cdot \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1 \right] \text{ LE} \right]$$

4 P

B 1.5 In der Raute  $A_4 B_4 C_4 D_4$  gilt:  $\sphericalangle D_4 C_4 A_4 = 35^\circ$ .

Ermitteln Sie rechnerisch den zugehörigen Wert von  $x$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

2 P

B 1.6 Die Raute  $A_5 B_5 C_5 D_5$  hat den Flächeninhalt 27 FE.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert von  $x$ .

2 P

**Mathematik I**

**Nachtermin**

**Aufgabe B 2**

B 2.0 Punkte  $M_n(x | 0,75x - 3)$  liegen auf der Geraden  $g$  mit der Gleichung  $y = 0,75x - 3$  ( $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ) und Punkte  $C_n$  liegen auf der Geraden  $h$  mit der Gleichung  $y = 1,5x + 2$  ( $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ). Die  $x$ -Koordinate der Punkte  $C_n$  ist stets um eins kleiner als die Abszisse  $x$  der Punkte  $M_n$ . Die Strecken  $[M_nC_n]$  sind Höhen von gleichseitigen Dreiecken  $A_nB_nC_n$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden  $g$  und  $h$  sowie die Dreiecke  $A_1B_1C_1$  für  $x = -1$  und  $A_2B_2C_2$  für  $x = 4$  in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-5 \leq x \leq 9$ ;  $-6 \leq y \leq 8$ .

3 P

B 2.2 Ermitteln Sie durch Rechnung die Koordinaten der Punkte  $C_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $M_n$ .

[Ergebnis:  $C_n(x - 1 | 1,5x + 0,5)$ ]

1 P

B 2.3 Für die Länge der Höhe  $[M_3C_3]$  des Dreiecks  $A_3B_3C_3$  und die Länge der Höhe  $[M_4C_4]$  des Dreiecks  $A_4B_4C_4$  gilt:

$$\overline{M_3C_3} = \overline{M_4C_4} = 4 \text{ LE.}$$

Berechnen Sie die  $x$ -Koordinaten der Punkte  $M_3$  und  $M_4$ .

3 P

B 2.4 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte  $A_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $M_n$ .

[Ergebnis:  $A_n(0,57x - 2,02 | 0,75x - 3,58)$ ]

5 P

B 2.5 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen  $t$  der Punkte  $A_n$ .

2 P

B 2.6 Die Höhe  $[M_5C_5]$  des Dreiecks  $A_5B_5C_5$  steht senkrecht auf der Geraden  $h$ .

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $M_5$ .

2 P

B 2.7 Für das Dreieck  $A_6B_6C_6$  gilt:  $M_6\left(-4\frac{2}{3} \mid -6\frac{1}{2}\right)$ .

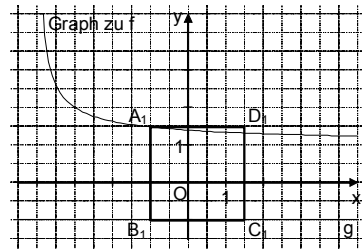
Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Höhe  $[M_6C_6]$  des Dreiecks  $A_6B_6C_6$  parallel zur  $x$ -Achse verläuft.

1 P

**Lösungsmuster und Bewertung**

**FUNKTIONEN**

A 1.1 Zeichnung im Maßstab 1:2



$$A = \overline{A_n B_n}^2$$

$$A(x) = \left[ 1 + (x+4)^{-\frac{2}{3}} - (-1) \right]^2 \text{ FE}$$

$$x > -4; x \in \mathbb{R}$$

$$A(x) = \left[ 2 + (x+4)^{-\frac{2}{3}} \right]^2 \text{ FE}$$

$$\left[ 2 + (x+4)^{-\frac{2}{3}} \right]^2 = 9$$

$$x > -4; x \in \mathbb{R}$$

...

$$\Leftrightarrow x = -3$$

$$\mathbb{L} = \{-3\}$$

4

A 1.2 Für  $x > -4$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) gilt:  $(x+4)^{-\frac{2}{3}} > 0 \Leftrightarrow 1 + (x+4)^{-\frac{2}{3}} > 1$ .

Daraus folgt, dass die Seitenlänge der Quadrate  $A_n B_n C_n D_n$  stets größer als 2 LE ist und somit der Flächeninhalt der Quadrate  $A_n B_n C_n D_n$  stets größer als 4 FE ist.

1

**RAUMGEOMETRIE**

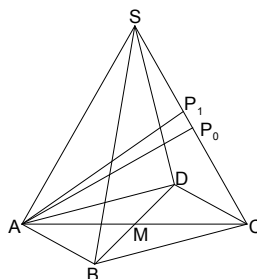
A 2.1  $\tan \varepsilon = \frac{10,50 \text{ m}}{0,5 \cdot 11,90 \text{ m}}$

$$\varepsilon = 60,46^\circ$$

$$\varepsilon \in ]0^\circ; 90^\circ[$$

1

A 2.2 Zeichnung im Maßstab 1:2



L3  
K4

L4  
K2  
K5

L4  
K1  
K5

L2  
K5

L3  
K4

$\frac{\overline{AP_1}}{\sin 60,46^\circ} = \frac{11,90 \text{ m}}{\sin(180^\circ - (35^\circ + 60,46^\circ))}$ $\overline{AP_1} = 10,40 \text{ m}$ <p>Der zugehörige Stützbalken ist 10,40 m lang.</p>	2	L2 K2 K5
<p>A 2.3</p> $\frac{\overline{AP_n(\varphi)}}{\sin 60,46^\circ} = \frac{11,90 \text{ m}}{\sin(180^\circ - (\varphi + 60,46^\circ))}$ $\overline{AP_n(\varphi)} = \frac{10,35}{\sin(60,46^\circ + \varphi)} \text{ m}$ $\varphi \in ]0^\circ; 60,46^\circ[$	2	L4 K2 K5
<p>A 2.4 Diagramm B.</p> <p>Aus dem Schrägbild zu 2.0 (bzw. aus dem Ergebnis von 2.3) folgt, dass die Länge der möglichen Stützbalken mit zunehmendem Winkelmaß <math>\varphi</math> (im gegebenen Intervall) abnimmt, ein Minimum erreicht und dann zunimmt.</p>	2	L4 K1 K3
<p>A 2.5 Einzeichnen der Strecke <math>[AP_0]</math></p> <p>Minimale Streckenlänge: <math>\overline{AP_0} = 10,35 \text{ m}</math> (für <math>\varphi + 60,46^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \varphi = 29,54^\circ</math>)</p> $\sin 29,54^\circ = \frac{h}{10,35 \text{ m}}$ $h = 5,10 \text{ m}$	2	L3 K4 L2 K2 K5
<b>EBENE GEOMETRIE</b>		
<p>A 3.1</p> $\cos \sphericalangle EAD = \frac{0,5 \cdot 10 \text{ cm}}{6 \text{ cm}}$ $\sphericalangle EAD = 33,56^\circ$ $\sphericalangle EAD \in ]0^\circ; 90^\circ[$	1	L3 K5
<p>A 3.2</p> $\frac{\overline{B_n D(\varepsilon)}}{\sin \varepsilon} = \frac{6 \text{ cm}}{\sin(180^\circ - (\varepsilon + 56,44^\circ))}$ $\overline{B_n D(\varepsilon)} = \frac{6 \cdot \sin \varepsilon}{\sin(\varepsilon + 56,44^\circ)} \text{ cm}$ $\frac{6 \cdot \sin \varepsilon}{\sin(\varepsilon + 56,44^\circ)} = 3$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varepsilon = 29,93^\circ$ $\mathbb{L} = \{29,93^\circ\}$ $\varepsilon \in ]0^\circ; 33,56^\circ[$	4	L4 K2 K5
		19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

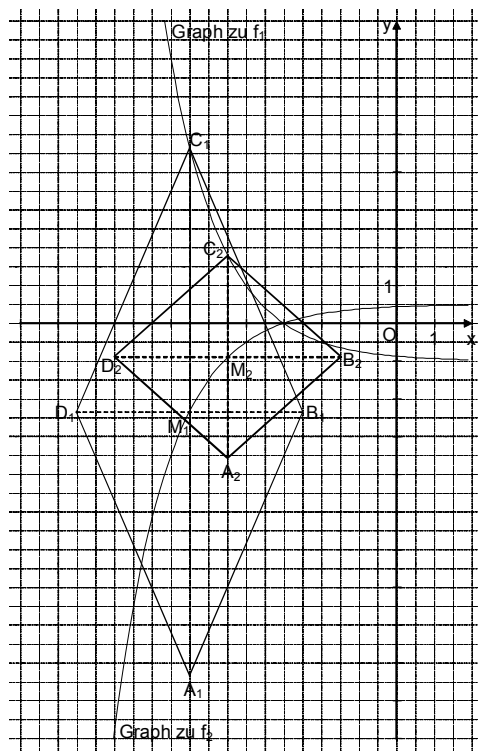
**Lösungsmuster und Bewertung**

**FUNKTIONEN**

B 1.1  $\mathbb{D}_{f_1} = \mathbb{R}; \mathbb{D}_{f_2} = \mathbb{R}$

$$\mathbb{W}_{f_1} = \{y \mid y > -1\}; \mathbb{W}_{f_2} = \{y \mid y < \frac{1}{2}\} \quad y \in \mathbb{R}$$

Zeichnung im Maßstab 1:2



4

B 1.2 Aus der Abbildungsgleichung der orthogonalen Affinität folgt:

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + \frac{1}{2} = k \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] \quad x \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] = k \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right]$$

$$k = -\frac{1}{2}$$

3

B 1.3 Einzeichnen der Rauten  $A_1B_1C_1D_1$  und  $A_2B_2C_2D_2$

2

B 1.4  $\overline{M_n C_n} = \overline{M_n B_n}$

L4  
K5

L4  
K4

L4  
K5

L3  
K4

L4  
K2  
K5

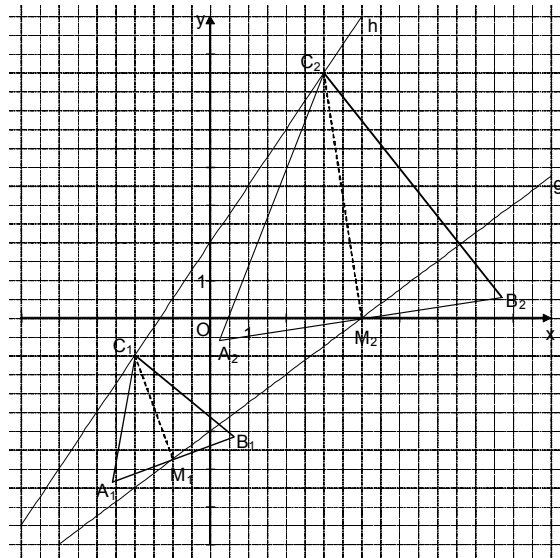
$\overline{M_n C_n}(x) = \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x+3} - 1 - \left[ - \left( \frac{1}{2} \right)^{x+4} + \frac{1}{2} \right] \right] \text{LE} \quad x < -3; x \in \mathbb{R}$ $\overline{M_n C_n}(x) = \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x+3} \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} \right) - 1,5 \right] \text{LE}$ $\overline{M_n C_n}(x) = 1,5 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x+3} - 1 \right] \text{LE}$ $1,5 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x+3} - 1 \right] = 3 \quad x < -3; x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -4,58 \quad \mathbb{L} = \{-4,58\}$	4	
<p>B 1.5 <math>\tan 35^\circ = \frac{\overline{D_4 M_4}}{\overline{M_4 C_4}}</math></p> $1,5 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x+3} - 1 \right] = \frac{3}{\tan 35^\circ} \quad x < -3; x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -4,95 \quad \mathbb{L} = \{-4,95\}$	2	L4 K2 K5
<p>B 1.6 <math>A_{\text{Rauten } A_n B_n C_n D_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_n C_n} \cdot \overline{D_n B_n}</math></p> $A_{\text{Rauten } A_n B_n C_n D_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x+3} - 1 \right] \cdot 2 \cdot 3 \text{ FE} \quad x < -3; x \in \mathbb{R}$ $A_{\text{Rauten } A_n B_n C_n D_n}(x) = 9 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x+3} - 1 \right] \text{ FE}$ $9 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x+3} - 1 \right] = 27 \quad x < -3; x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -5 \quad \mathbb{L} = \{-5\}$	2	L4 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

**Lösungsmuster und Bewertung**

**EBENE GEOMETRIE**

B 2.1 Zeichnung im Maßstab 1:2



Einzeichnen der Dreiecke  $A_1B_1C_1$  und  $A_2B_2C_2$

3

L4  
K4

B 2.2  $C_n(x-1 | 1,5 \cdot (x-1) + 2)$

$x \in \mathbb{R}$

$C_n(x-1 | 1,5x + 0,5)$

1

L4  
K5

B 2.3  $\overline{M_n C_n}(x) = \sqrt{(x-1-x)^2 + [1,5x + 0,5 - (0,75x - 3)]^2}$  LE

$x \in \mathbb{R}$

$\overline{M_n C_n}(x) = \sqrt{0,56x^2 + 5,25x + 13,25}$  LE

$\sqrt{0,56x^2 + 5,25x + 13,25} = 4$

$x \in \mathbb{R}$

...

$\Leftrightarrow x = -9,87 \quad \vee \quad x = 0,50$

$\mathbb{L} = \{-9,87; 0,50\}$

3

L4  
K2  
K5

B 2.4  $\overrightarrow{OA_n} = \overrightarrow{OM_n} \oplus \overrightarrow{M_n A_n}$

$\overrightarrow{M_n C_n} \xrightarrow{M_n; \varphi=90^\circ} \overrightarrow{M_n C_n'}; \overrightarrow{M_n C_n'} \xrightarrow{M_n; k=\frac{1}{3}\sqrt{3}} \overrightarrow{M_n A_n}$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} -1 \\ 0,75x + 3,5 \end{pmatrix}$

$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$

L4  
K2  
K5

	$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\begin{array}{l} x'' = -0,43x - 2,02 \\ \wedge \\ y'' = -0,58 \end{array}$ $\overrightarrow{M_n A_n}(x) = \begin{pmatrix} -0,43x - 2,02 \\ -0,58 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OA_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ 0,75x - 3 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -0,43x - 2,02 \\ -0,58 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OA_n}(x) = \begin{pmatrix} 0,57x - 2,02 \\ 0,75x - 3,58 \end{pmatrix}$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x' \in \mathbb{R}; y' \in \mathbb{R}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$ $x \in \mathbb{R}$ $x \in \mathbb{R}$ $A_n(0,57x - 2,02   0,75x - 3,58)$	5	
B 2.5	$\begin{array}{l} x' = 0,57x - 2,02 \\ \wedge \\ y' = 0,75x - 3,58 \end{array}$ $\Rightarrow y' = 1,32x' - 0,92$ $t: y = 1,32x - 0,92$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$	2	L4 K5
B 2.6	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0,75x + 3,5 \end{pmatrix} \ominus \begin{pmatrix} 1 \\ 1,5 \end{pmatrix} = 0$ $\Leftrightarrow x = -3,78$ $M_5(-3,78   -5,84)$	$x \in \mathbb{R}$ $\mathbb{L} = \{-3,78\}$	2	L4 K2 K5
B 2.7	$\overrightarrow{M_6 C_6} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0,75 \cdot \left(-4 \frac{2}{3}\right) + 3,5 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \text{Die H\u00f6he } [M_6 C_6] \text{ des Dreiecks } A_6 B_6 C_6 \text{ verl\u00e4uft parallel zur x-Achse.}$	$\overrightarrow{M_6 C_6} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	1	L3 K5
			17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.