Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

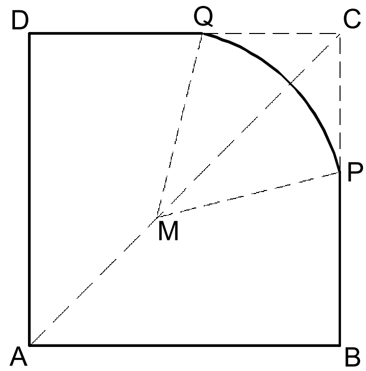
Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

Name:_________________________ Vorname:_________________________

Klasse:____________ Platzziffer:____________ Punkte:____________

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss einer Duschwanne, welcher durch die Strecken [QD], [DA], [AB] und [BP] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ begrenzt wird.

Das Viereck ABCD ist ein Quadrat. Der Punkt M liegt auf der Diagonalen [AC] des Vierecks ABCD und ist der Mittelpunkt eines Kreises, der die Strecke [BC] im Punkt P und die Strecke [CD] im Punkt Q schneidet.



Es gelten folgende Maße:

$\overline{AB} = 90{,}0\text{ cm}$; $\overline{BP} = \overline{QD} = 50{,}0\text{ cm}$;

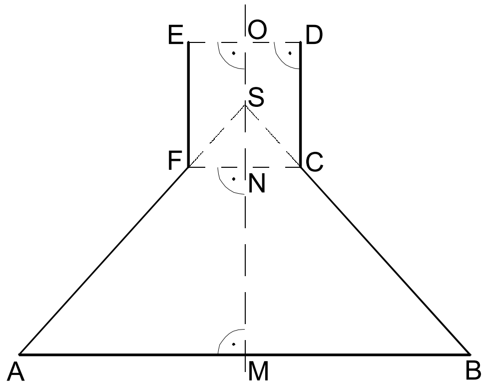
$\overline{MP} = \overline{MQ} = 50{,}0\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 1.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels PMC. [Ergebnis: $\sphericalangle PMC = 34{,}4°$] 2 P

A 1.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Grundrisses der Duschwanne. 3 P

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines oben offenen Gefäßes.
$\overline{OM}$ ist die Symmetrieachse.
Es gilt: $\overline{OM} = 10{,}0\text{ cm}$; $\overline{ON} = 4{,}0\text{ cm}$;
$\overline{FN} = 1{,}8\text{ cm}$; $\sphericalangle MAF = 48°$.



Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 2.1 Berechnen Sie den Durchmesser des Gefäßbodens.
[Teilergebnisse: $\overline{SN} = 2{,}0\text{ cm}$; $\overline{AM} = 7{,}2\text{ cm}$] 3 P

A 2.2 Das waagrecht stehende Gefäß ist bis zu einer Höhe von 6 cm mit Wasser gefüllt.
Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen des Wassers im Gefäß. 2 P

A 2.3 In das mit Wasser gefüllte Gefäß aus 2.2 wird eine massive Eisenkugel mit dem Radius $r = 1,7 \text{ cm}$ hineingelegt.
Berechnen Sie die Zunahme h der Höhe des Wasserstandes. 2 P

A 2.4 In das leere Gefäß aus 2.0 fließt gleichmäßig Wasser.
Geben Sie an, welches der Diagramme zeigt, wie sich die Höhe des Wasserstandes mit der Zeit ändert. Begründen Sie Ihre Wahl. 2 P

Diagramm A

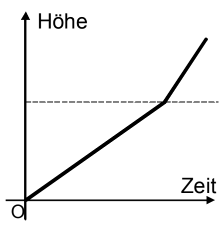


Diagramm B

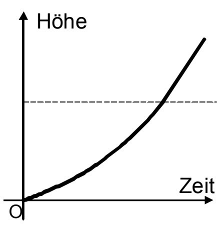
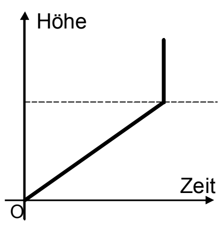
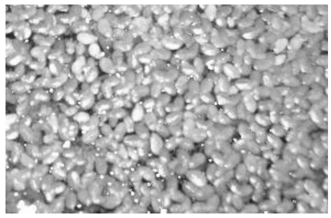


Diagramm C



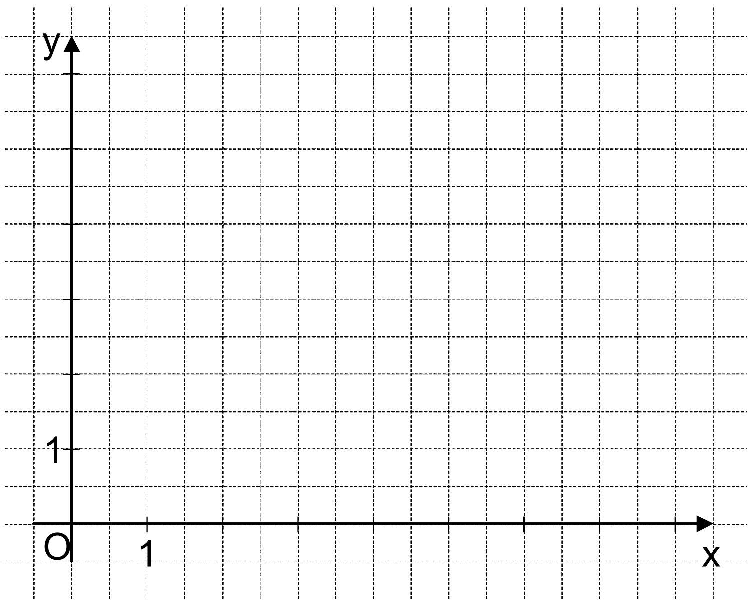
A 3.0 Wasserlinsen sind Pflanzen, die an der Wasseroberfläche von Teichen schwimmen und große Teile davon bedecken können (siehe Bild). Am 10. Juni, um 12 Uhr mittags, entdeckt Herr Grün eine 0,5 m^2 große Ansammlung von Wasserlinsen auf seinem 20 m^2 großen Gartenteich.



Für die weitere Entwicklung ist anzunehmen, dass sich der mit Wasserlinsen bedeckte Flächeninhalt täglich um 35% vergrößern wird.
Dabei sind x Tage nach der Entdeckung y m^2 Wasseroberfläche mit Wasserlinsen bedeckt.
Diese Entwicklung kann durch die Funktion f: $y = 0{,}5 \cdot 1{,}35^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ dargestellt werden.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	2	4	6	8
$0{,}5 \cdot 1{,}35^x$					



A 3.2 Nach einer bestimmten Anzahl von Tagen seit der Entdeckung ist erstmals ein Fünftel der Wasseroberfläche des Gartenteiches mit Wasserlinsen bedeckt.
Geben Sie das zugehörige Datum mithilfe des Graphen zu f an. 2 P

A 3.3 Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent sich der mit Wasserlinsen bedeckte Flächeninhalt ungefähr vergrößert hat, wenn 48 Stunden seit der Entdeckung vergangen sind. 1 P

☐ 35% ☐ 70% ☐ 82% ☐ 135% ☐ 170% ☐ 182%

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = x^2 - 8x + 14$ hat den Scheitel $S_1(4\,|\,-2)$. Die Parabel p_2 besitzt den Scheitel $S_2(6\,|\,7)$ und verläuft durch den Punkt $P(9\,|\,4{,}75)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

B 1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p_2 in der Scheitelform und bringen Sie die Gleichung in die Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$. Erstellen Sie sodann für die Parabel p_2 eine Wertetabelle für $x \in [0;10]$ mit $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 11$; $-3 \leqq y \leqq 8$.
[Ergebnis: p_2: $y = -0{,}25x^2 + 3x - 2$] 5 P

B 1.2 Punkte $A_n(x\,|\,x^2 - 8x + 14)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $B_n(x\,|\,-0{,}25x^2 + 3x - 2)$ auf der Parabel p_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit der Basis $[A_nB_n]$, wobei gilt: $y_{A_n} < y_{B_n}$. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist um 4 kleiner als die Abszisse x der Punkte A_n.
Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = 3$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 6{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, für welche Belegungen von x es Dreiecke $A_nB_nC_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

B 1.4 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ besitzt das Dreieck $A_0B_0C_0$ den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A_0B_0C_0$ und geben Sie die Koordinaten des Punktes C_0 an.
[Teilergebnis: $\overline{A_nB_n}(x) = (-1{,}25x^2 + 11x - 16)$ LE] 5 P

B 1.5 Für $x = 4$ ergibt sich das Dreieck $A_3B_3C_3$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_3B_3C_3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und begründen Sie, dass das Dreieck $A_3B_3C_3$ rechtwinklig ist. 3 P

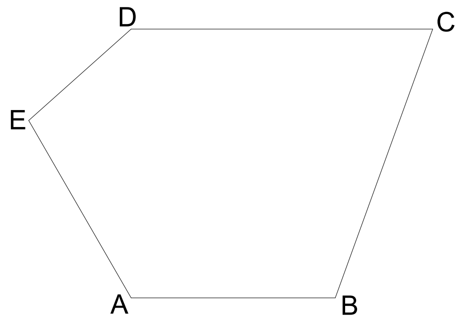
Abschlussprüfung
an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Gegeben ist ein Fünfeck ABCDE mit $\overline{AB} = 5\text{ cm}$; $\overline{BC} = 7\text{ cm}$; $\overline{EA} = 5\text{ cm}$; $\sphericalangle CBA = 110°$; $\sphericalangle BAE = 120°$.

Es gilt: $AB \parallel DC$; $AD \perp AB$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Fünfeck ABCDE. 2 P

B 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung den Abstand d des Punktes B von der Geraden DC.
[Ergebnis: $d = 6{,}58\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE.
[Ergebnis: $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 49{,}00\text{ cm}^2$] 4 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke [DE] sowie das Maß ε des Winkels EDA.
[Ergebnisse: $\overline{DE} = 3{,}36\text{ cm}$; $\varepsilon = 48{,}08°$] 2 P

B 2.5 Der Punkt E ist der Mittelpunkt eines Kreises mit dem Radius $r = \overline{EA}$. Dieser Kreis schneidet die Seite [CD] des Fünfecks ABCDE im Punkt G.
Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{AG}$ und die Strecke [EG] in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie das Maß des Winkels AEG.
[Ergebnis: $\sphericalangle AEG = 86{,}68°$] 4 P

B 2.6 Die Figur GDEA wird durch die Strecken [GD], [DE] und [EA] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{AG}$ begrenzt.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhalts A der Figur GDEA am Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE. 3 P

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgaben A 1 - 3**

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE

A 1.1 $\dfrac{\sin\sphericalangle PMC}{\overline{PC}} = \dfrac{\sin\sphericalangle MCP}{\overline{MP}}$ $\qquad \sphericalangle PMC \in]0°; 90°[$

$\sin\sphericalangle PMC = \dfrac{\sin 45° \cdot (90{,}0 - 50{,}0)\text{ cm}}{50{,}0\text{ cm}}$ $\qquad \sphericalangle PMC = 34{,}4°$

2 — L2 K2 K5

A 1.2 $A = A_{\text{Quadrat ABCD}} - A_{\text{Drachenviereck MPCQ}} + A_{\text{Sektor PMQ}}$

$\sphericalangle CPM = 180° - 45° - 34{,}4°$ $\qquad \sphericalangle CPM = 100{,}6°$

$$A = \left(90{,}0^2 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 50{,}0\cdot 40{,}0\cdot\sin 100{,}6° + 50{,}0^2\cdot\pi\cdot\frac{2\cdot 34{,}4°}{360°}\right)\text{cm}^2$$

$A = 7635{,}1\text{ cm}^2$

3 — L2 K2 K5

RAUMGEOMETRIE

A 2.1 $\tan\sphericalangle NFS = \dfrac{\overline{SN}}{\overline{FN}}$ $\qquad \overline{SN} = 1{,}8\cdot\tan 48°\text{ cm}$ $\qquad \overline{SN} = 2{,}0\text{ cm}$

$\tan\sphericalangle MAS = \dfrac{\overline{SM}}{\overline{AM}}$

$\overline{SM} = \overline{OM} - \overline{ON} + \overline{SN}$ $\qquad \overline{SM} = 8{,}0\text{ cm}$

$\overline{AM} = \dfrac{8{,}0\text{ cm}}{\tan 48°}$ $\qquad \overline{AM} = 7{,}2\text{ cm}$

Der Durchmesser des Gefäßbodens beträgt 14,4 cm.

3 — L2 K2 K3 K5

A 2.2 Das Gefäß ist bis zum Beginn des Gefäßhalses (Strecke [FC] in der Skizze zu 2.0) mit Wasser gefüllt.

$$V_{\text{Wasser}} = \frac{1}{3}\cdot\overline{AM}^2\cdot\pi\cdot\overline{SM} - \frac{1}{3}\cdot\overline{FN}^2\cdot\pi\cdot\overline{SN}$$

$$V_{\text{Wasser}} = \left(\frac{1}{3}\cdot 7{,}2^2\cdot\pi\cdot 8{,}0 - \frac{1}{3}\cdot 1{,}8^2\cdot\pi\cdot 2{,}0\right)\text{cm}^3$$

$V_{\text{Wasser}} = 427{,}5\text{ cm}^3$

2 — L2 K2 K3 K5

A 2.3 $V_{\text{Eisenkugel}} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$ $\qquad V_{\text{Eisenkugel}} = \frac{4}{3} \cdot 1,7^3 \cdot \pi \text{ cm}^3$ $\qquad V_{\text{Eisenkugel}} = 20,6 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Wasser im Gefäßhals}} = V_{\text{Eisenkugel}}$

$\overline{FN}^2 \cdot \pi \cdot h = V_{\text{Eisenkugel}}$ $\qquad h = \frac{20,6}{1,8^2 \cdot \pi} \text{ cm}$ $\qquad h = 2,0 \text{ cm}$

2

L2 K2 K3 K5

A 2.4 Diagramm B.

Begründung: Bei gleichmäßigem Zulauf nimmt die Höhe des Wasserstandes im kegelförmigen Teil des Gefäßes mit der Zeit immer schneller zu. (Im zylinderförmigen Teil nimmt sie gleichmäßig zu.)

2

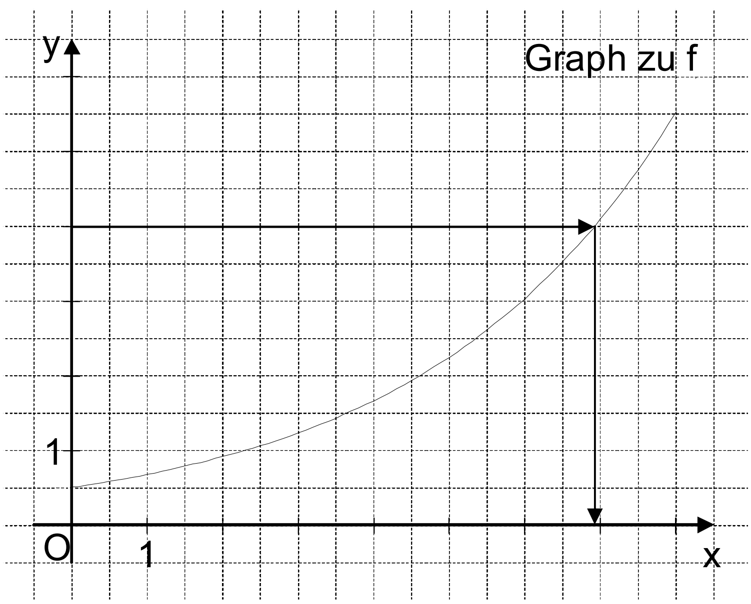
L4 K1 K3

FUNKTIONEN

A 3.1

x	0	2	4	6	8
$0,5 \cdot 1,35^x$	0,5	0,91	1,66	3,03	5,52

L4 K5



2

L4 K4

A 3.2 $y = 4$ $\qquad x = 6,9$ (im Rahmen der Ablesegenauigkeit) 17. Juni.

2

L4 K4 K6

A 3.3 82%

1

L1 K5

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung
an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

B 1.1 $S_2(6\,|\,7) \in p_2$ und $P(9\,|\,4{,}75) \in p_2$: L4 K5

$4{,}75 = a \cdot (9-6)^2 + 7$ $\quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\Leftrightarrow \quad a = -0{,}25$ $\quad \mathbb{L} = \{-0{,}25\}$

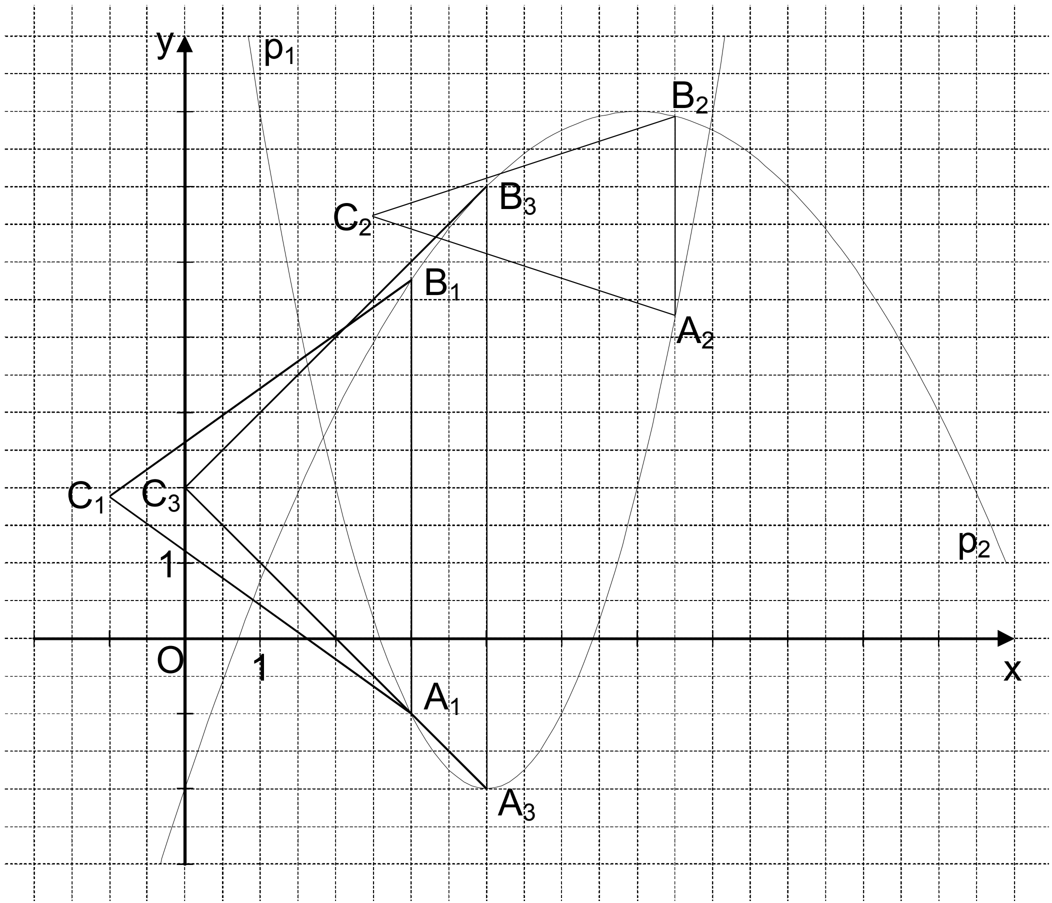
p_2: $y = -0{,}25 \cdot (x-6)^2 + 7$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$y = -0{,}25 \cdot (x^2 - 12x + 36) + 7$

$y = -0{,}25x^2 + 3x - 2$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$-0{,}25x^2+3x-2$	-2	0,75	3	4,75	6	6,75	7	6,75	6	4,75	3

L4 K4



5

B 1.2 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ L3 K4

2

B 1.3 $x^2 - 8x + 14 = -0{,}25x^2 + 3x - 2$ $\quad x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow \quad x = 1{,}84 \quad \vee \quad x = 6{,}96$ $\quad \mathbb{L} = \{1{,}84;\ 6{,}96\}$ $1{,}84 < x < 6{,}96 \ (x \in \mathbb{R})$	2	L4 K2 K5
B 1.4 $A_{\Delta A_nB_nC_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nB_n} \cdot (4\ \text{LE})$ $\overline{A_nB_n}(x) = [-0{,}25x^2 + 3x - 2 - (x^2 - 8x + 14)]\ \text{LE}$ $\quad 1{,}84 < x < 6{,}96;\ x \in \mathbb{R}$ $\overline{A_nB_n}(x) = (-1{,}25x^2 + 11x - 16)\ \text{LE}$ $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot (-1{,}25x^2 + 11x - 16) \cdot 4\ \text{FE}$ $\quad 1{,}84 < x < 6{,}96;\ x \in \mathbb{R}$ $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = (-2{,}5x^2 + 22x - 32)\ \text{FE}$ … Der maximale Flächeninhalt beträgt 16,4 FE (für $x = 4{,}4$). $A_{\Delta A_0B_0C_0} = 16{,}4\ \text{FE}$ $C_0\left(x_{A_0} - 4 \,\middle\|\, \frac{y_{A_0} + y_{B_0}}{2}\right)$ $\quad C_0\left(4{,}4 - 4 \,\middle\|\, \frac{-1{,}84 + 6{,}36}{2}\right)$ $C_0(0{,}4 \mid 2{,}26)$	5	L4 K2 K5
B 1.5 Einzeichnen des Dreiecks $A_3B_3C_3$ $\overline{A_3B_3} = (-1{,}25 \cdot 4^2 + 11 \cdot 4 - 16)\ \text{LE}$ $\quad \overline{A_3B_3} = 8\ \text{LE}$ Es sei der Punkt M_3 der Mittelpunkt der Strecke $[A_3B_3]$. Da die Dreiecke $A_nB_nC_n$ gleichschenklig sind, gilt: $\overline{M_3C_3} = 4\ \text{LE}$. Aus $\overline{M_3C_3} = \overline{M_3A_3} = \overline{M_3B_3}$ folgt, dass der Punkt C_3 auf einer Kreislinie um den Mittelpunkt M_3 mit dem Durchmesser $\overline{A_3B_3}$ liegt, womit das Dreieck $A_3B_3C_3$ rechtwinklig ist („Thaleskreis“).	3	L3 K4 L3 K1 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

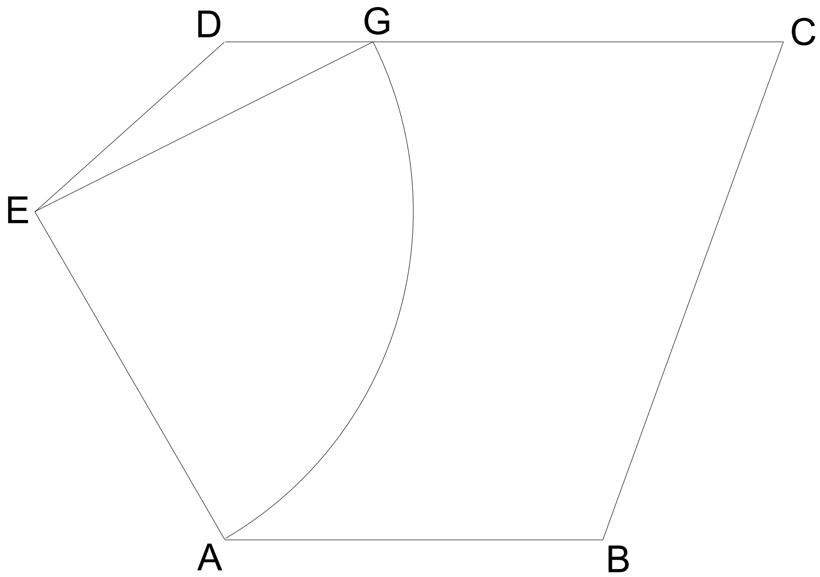
2009

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE

B 2.1



2 — L3 K4

B 2.2 Es sei der Punkt F der Fußpunkt des Lotes vom Punkt B auf die Gerade DC.

$\cos(110° - 90°) = \frac{\overline{BF}}{7\text{ cm}}$ $\overline{BF} = 6{,}58\text{ cm}$

$d = 6{,}58\text{ cm}$

2 — L2 K2 K5

B 2.3 $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = A_{\Delta ADE} + A_{\text{Rechteck ABFD}} + A_{\Delta BCF}$

$A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = \left[\frac{1}{2} \cdot 6{,}58 \cdot 5 \cdot \sin(120° - 90°) + 5 \cdot 6{,}58 + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 6{,}58 \cdot \sin 20°\right]\text{cm}^2$

$A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 49{,}00\text{ cm}^2$

4 — L2 K2 K5

B 2.4 $\overline{DE} = \sqrt{5^2 + 6{,}58^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6{,}58 \cdot \cos 30°}\text{ cm}$

$\overline{DE} = 3{,}36\text{ cm}$

$\frac{\sin\varepsilon}{5\text{ cm}} = \frac{\sin 30°}{3{,}36\text{ cm}}$ $\varepsilon \in]0°; 90°[$

$\varepsilon = 48{,}08°$

2 — L2 K5

B 2.5 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{AG}$ und der Strecke [EG] $\sphericalangle AEG = \sphericalangle AED - \sphericalangle GED$ $\sphericalangle AED = 180° - (30° + 48{,}08°)$ $\quad\quad \sphericalangle AED = 101{,}92°$ $\sphericalangle GED = 180° - (\sphericalangle EDG + \sphericalangle DGE)$ $\frac{\sin \sphericalangle DGE}{3{,}36\text{ cm}} = \frac{\sin(48{,}08° + 90°)}{5\text{ cm}}$ $\quad\quad \sphericalangle DGE \in]0°; 90°[$ $\sphericalangle DGE = 26{,}68°$ $\sphericalangle GED = 180° - (138{,}08° + 26{,}68°)$ $\quad\quad \sphericalangle GED = 15{,}24°$ $\sphericalangle AEG = 101{,}92° - 15{,}24°$ $\quad\quad \sphericalangle AEG = 86{,}68°$	4	L3 K4 L2 K2 K5
B 2.6 $A = A_{\text{Sektor AEG}} + A_{\Delta DEG}$ $A = \left(5^2 \cdot \pi \cdot \frac{86{,}68°}{360°} + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3{,}36 \cdot \sin 15{,}24°\right)\text{cm}^2$ $A = 21{,}12\text{ cm}^2$ $\frac{21{,}12\text{ cm}^2}{49{,}00\text{ cm}^2} = 0{,}43$ Der Anteil beträgt 43%.	3	L2 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

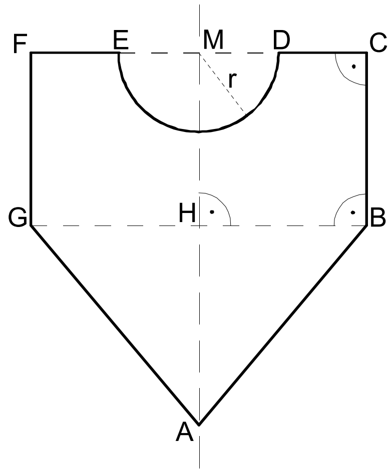
2009

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe A 1**

Name:________________________ Vorname:________________________

Klasse:______________ Platzziffer:______________ Punkte:______________

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Werkstücks.
AM ist die Symmetrieachse.
Es gilt:
$\overline{AM} = 70{,}0\text{ cm}$; $\overline{CF} = 63{,}0\text{ cm}$; $\overline{MD} = 15{,}0\text{ cm}$;
$\sphericalangle BAG = 80°$; $r = \overline{MD} = \overline{ME}$.



Die gesamte Oberfläche des Werkstücks soll mit Farbe gestrichen werden. Es sind zwei verschieden große Farbdosen vorhanden. Die größere Farbdose reicht laut Angabe für ca. $3{,}75\text{ m}^2$, die kleinere für ca. $1{,}5\text{ m}^2$.

Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des Werkstücks und begründen Sie mithilfe Ihres Ergebnisses, für welche Farbdose Sie sich entscheiden.
[Teilergebnis: $\overline{BC} = 32{,}5\text{ cm}$] 5 P

A 2.0 Gegeben sind Dreiecke ABC_n mit den Seitenlängen $\overline{AB} = 7\text{ cm}$ und $\overline{AC_n} = 5\text{ cm}$.
Die Winkel BAC_n haben das Maß α mit $\alpha \in]0°;180°[$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Für $\alpha = 140°$ ergibt sich das Dreieck ABC_1.
Zeichnen Sie das Dreieck ABC_1.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Dreiecks ABC_1 und den Abstand d des Punktes C_1 von der Geraden AB. 3 P

A 2.2 Zeichnen Sie in die Zeichnung zu 2.1 die Ortslinie ein, auf der die Punkte C_n liegen. 1 P

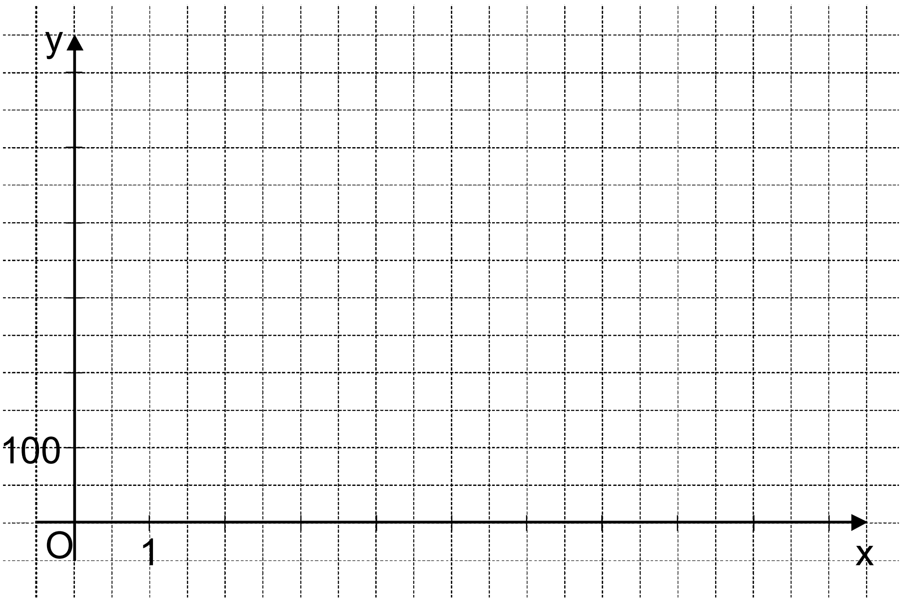
A 2.3 Das Dreieck ABC_2 ist gleichschenklig und hat die Basis $[AC_2]$.
Zeichnen Sie das Dreieck ABC_2 in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie das Maß des Winkels C_2BA. 3 P

A 2.4 Im Dreieck ABC_3 gilt: $\measuredangle AC_3B = 90°$.
Konstruieren Sie in der Zeichnung zu 2.1 das Dreieck ABC_3.
Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Dreieck ABC_3 gleichschenklig ist. 2 P

A 3.0 Eine Aktie verliert an einem Börsenhandelstag von 9 Uhr bis 10 Uhr 15% ihres Wertes, sodass der Wert der Aktie um 10 Uhr 600 € beträgt.
Würde sich der Wertverlust in den nächsten Stunden so fortsetzen, könnte der Wert y € der Aktie nach x Stunden ab 10 Uhr durch die Funktion f: $y = 600 \cdot 0{,}85^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschrieben werden.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	1	2	4	6	8	10
$600 \cdot 0{,}85^x$							



A 3.2 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, um wie viel Uhr der Wert der Aktie erstmals 400 € unterschreiten würde. 1 P

A 3.3 Berechnen Sie, auf Euro gerundet, den Wert der Aktie zu Beginn des Börsenhandelstages um 9 Uhr. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die nach oben geöffnete Normalparabel p verläuft durch die Punkte $P(-1|4)$ und $Q(3|-4)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = \frac{1}{5}x + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 6$; $-6 \leqq y \leqq 9$.
[Ergebnis: p: $y = x^2 - 4x - 1$] 4 P

B 1.2 Punkte $B_n(x \mid x^2 - 4x - 1)$ auf der Parabel p und Punkte C_n auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x. Sie sind für $x \in]-0,8; 5[$ zusammen mit Punkten A_n und D_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $\overrightarrow{B_nA_n} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 0,5$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_1. 2 P

B 1.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob es unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ ein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt 40 FE gibt.
[Ergebnis: $A(x) = (-4x^2 + 16,8x + 16)$ FE] 4 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Winkel $C_nB_nA_n$ stets das Maß 45° besitzen. 2 P

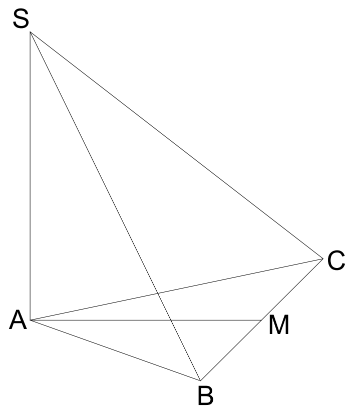
B 1.6 Im Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ gilt: $\sphericalangle B_3A_3C_3 = 30°$.
Berechnen Sie die Länge der Seite $[B_3C_3]$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung** an den Realschulen in Bayern	**2009**

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] ist. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke [BC].
Die Spitze S der Pyramide ABCS liegt senkrecht über dem Punkt A.
Es gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\overline{AS} = 10\text{ cm}$; $\overline{AM} = 8\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke [BC].
Zeichnen Sie sodann das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
[Ergebnis: $\overline{BC} = 12\text{ cm}$] 3 P

B 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [MS] und das Maß ε des Neigungswinkels der Seitenfläche BCS gegen die Grundfläche ABC.
[Ergebnisse: $\overline{MS} = 12{,}81\text{ cm}$; $\varepsilon = 51{,}34°$] 2 P

B 2.3 Für den Punkt F gilt: $F \in [MS]$ und $\overline{SF} = 7\text{ cm}$.
Zeichnen Sie den Punkt F in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann das Maß φ des Winkels MAF durch Rechnung. 4 P

B 2.4 Punkte $Q_n \in [AB]$ und Punkte $R_n \in [AC]$ sind zusammen mit den Punkten B und C die Eckpunkte von Trapezen Q_nBCR_n. Die Mittelpunkte der Strecken $[Q_nR_n]$ sind die Punkte P_n. Es gilt: $Q_nR_n \parallel BC$ und $\overline{MP_n} = x\text{ cm}$ ($0 < x < 8$; $x \in \mathbb{R}$).
Zeichnen Sie für $x = 5{,}5$ das Trapez Q_1BCR_1 in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecken $[Q_nR_n]$ in Abhängigkeit von x.
[Ergebnis: $\overline{Q_nR_n}(x) = (12 - 1{,}5x)\text{ cm}$] 2 P

B 2.5 Die Trapeze Q_nBCR_n sind die Grundflächen von Pyramiden Q_nBCR_nF mit der Spitze F.
Zeichnen Sie die Pyramide Q_1BCR_1F und ihre Höhe [FH] mit dem Höhenfußpunkt $H \in [AM]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich das Volumen V der Pyramiden Q_nBCR_nF in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt:
$V(x) = (-1{,}14x^2 + 18{,}16x)\text{ cm}^3$. 3 P

B 2.6 Das Volumen der Pyramide Q_2BCR_2F beträgt 25% des Volumens der Pyramide ABCS.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. 3 P

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgaben A 1 - 3**

Lösungsmuster und Bewertung

RAUMGEOMETRIE

A 1 $O_{\text{Werkstück}} = M_{\text{Kegel}} + M_{\text{Zylinder}} + A_{\text{großer Kreis}} - A_{\text{kleiner Kreis}} + \frac{1}{2} \cdot O_{\text{Kugel}}$

L2 K2 K3 K5

$\sin \sphericalangle BAH = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$ $\qquad \overline{AB} = \frac{0{,}5 \cdot 63{,}0\ \text{cm}}{\sin\left(\frac{80°}{2}\right)}$ $\qquad \overline{AB} = 49{,}0\ \text{cm}$

$\tan \sphericalangle BAH = \frac{\overline{BH}}{\overline{AH}}$ $\qquad \overline{AH} = \frac{31{,}5\ \text{cm}}{\tan 40°}$ $\qquad \overline{AH} = 37{,}5\ \text{cm}$

$\overline{BC} = 70{,}0\ \text{cm} - 37{,}5\ \text{cm}$ $\qquad \overline{BC} = 32{,}5\ \text{cm}$

$$O_{\text{Werkstück}} = \left(\pi \cdot 31{,}5 \cdot 49{,}0 + 2 \cdot \pi \cdot 31{,}5 \cdot 32{,}5 + 31{,}5^2 \cdot \pi - 15{,}0^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 15{,}0^2\right) \text{cm}^2$$

$O_{\text{Werkstück}} = 15105{,}6\ \text{cm}^2$

$O_{\text{Werkstück}} = 1{,}51056\ \text{m}^2$

Ich wähle die kleinere Farbdose, da die Angaben auf den Dosen nur Schätzwerte sind und sonst viel Farbe übrig bleiben würde.

L2 K1

Oder:

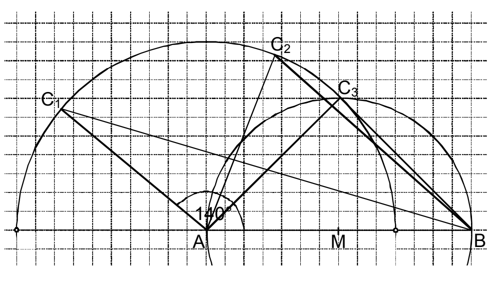
Ich wähle die größere Farbdose, da der berechnete Oberflächeninhalt etwas mehr als 1,5 m^2 ist.

5

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2

L3 K4



$A_{\Delta ABC_1} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \sin 140°\ \text{cm}^2$ $\qquad A_{\Delta ABC_1} = 11{,}25\ \text{cm}^2$

L2 K5

$\sin(180° - 140°) = \frac{d}{5\ \text{cm}}$ $\qquad d = 3{,}21\ \text{cm}$

L2 K2 K5

3

A 2.2 Einzeichnen der Ortslinie, auf der die Punkte C_n liegen

L3 K4

1

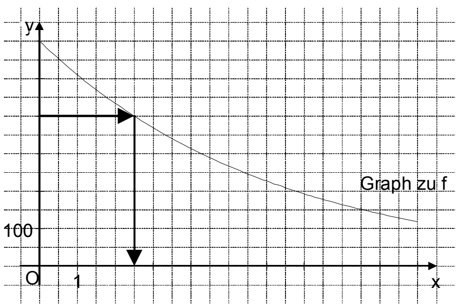
A 2.3 Einzeichnen des Dreiecks ABC_2 $\overline{AC_2}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC_2}^2 - 2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC_2}\cdot\cos\sphericalangle C_2BA$ $\sphericalangle C_2BA \in]0°; 90°[$ $\cos\sphericalangle C_2BA = \frac{7^2+7^2-5^2}{2\cdot7\cdot7}$ $\sphericalangle C_2BA = 41{,}85°$	3	L3 K4 L2 K5
A 2.4 Konstruktion des Dreiecks ABC_3 Wenn das rechtwinklige Dreieck ABC_3 gleichschenklig wäre, würde gelten: $\overline{AC_3} = \overline{BC_3}$. Wegen $\overline{AB}^2 = \overline{AC_3}^2 + \overline{BC_3}^2$ müsste dann gelten: $7^2 = 5^2 + 5^2$ (f) $\Rightarrow$ Das Dreieck ABC_3 ist nicht gleichschenklig.	2	L3 K4 L3 K1

FUNKTIONEN

A 3.1

x	0	1	2	4	6	8	10
$600\cdot0{,}85^x$	600	510	434	313	226	163	118

Zeichnung im Maßstab $1:2$



2   L4 K5   L4 K4

A 3.2 $y = 400$ $x = 2{,}5$ (im Rahmen der Ablesegenauigkeit)   Um 12:30 Uhr.   1   L4 K4

A 3.3 85% entsprechen 600 €
100% entsprechen 706 €

Zu Beginn des Börsenhandelstages um 9 Uhr beträgt der Wert der Aktie 706 €.   2   L1 K5 K6

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

B 1.1 $a = 1$

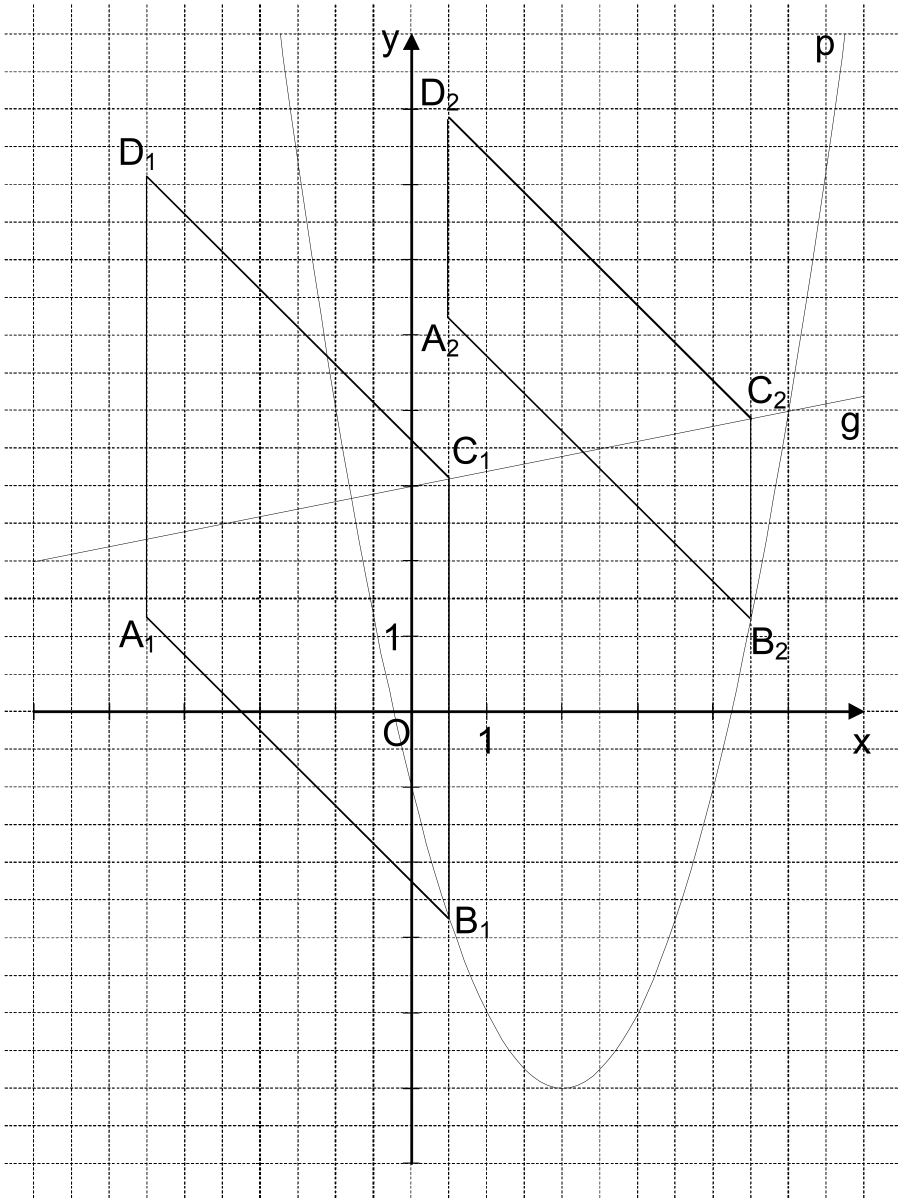
$P(-1\,|\,4) \in p$ und $Q(3\,|\,-4) \in p$:

$$\left|\begin{array}{l} 4 = (-1)^2 + b\cdot(-1) + c \\ \wedge \quad -4 = 3^2 + b\cdot 3 + c \end{array}\right. \qquad b, c \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} b = -4 \\ \wedge \quad c = -1 \end{array}\right. \qquad \mathbb{L}(b\,|\,c) = \{(-4\,|\,-1)\}$$

p: $y = x^2 - 4x - 1$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

L4 K5



L4 K4

B 1.2 Einzeichnen der Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

2 — L3 K4

B 1.3 $B_1(0{,}5 \mid 0{,}5^2 - 4 \cdot 0{,}5 - 1)$ $\qquad$ $B_1(0{,}5 \mid -2{,}75)$

$A_1(0{,}5 - 4 \mid -2{,}75 + 4)$ $\qquad$ $A_1(-3{,}5 \mid 1{,}25)$

2 — L4 K2 K5

B 1.4 $A = \overline{B_nC_n} \cdot d(A_n; B_nC_n)$

$$A(x) = \left[\frac{1}{5}x + 3 - (x^2 - 4x - 1)\right] \cdot 4\,\text{FE} \qquad -0{,}8 < x < 5;\ x \in \mathbb{R}$$

$$A(x) = (-4x^2 + 16{,}8x + 16)\ \text{FE}$$

L4 K2 K5

$$-4x^2 + 16{,}8x + 16 = 40 \qquad -0{,}8 < x < 5;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad -4x^2 + 16{,}8x - 24 = 0$$

$D < 0 \quad \Rightarrow$ Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es kein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt 40 FE.

4 — L4 K1 K5

B 1.5 $\tan\varphi = m_{A_nB_n}$ $\qquad$ $\varphi \in [0°; 180°[\setminus \{90°\}$

$$m_{A_nB_n} = \frac{y_{B_n} - y_{A_n}}{x_{B_n} - x_{A_n}} \qquad m_{A_nB_n} = -1$$

$\varphi = 135°$

Die Geraden B_nC_n verlaufen senkrecht zur x-Achse:

$\sphericalangle C_nB_nA_n = 135° - 90°$ $\qquad$ $\sphericalangle C_nB_nA_n = 45°$

2 — L4 K2 K5

B 1.6 $$\frac{\overline{B_3C_3}}{\sin \sphericalangle B_3A_3C_3} = \frac{\overline{A_3B_3}}{\sin \sphericalangle A_3C_3B_3}$$

$$\overline{A_3B_3} = \sqrt{(-4)^2 + 4^2}\ \text{LE} \qquad \overline{A_3B_3} = 5{,}66\ \text{LE}$$

$$\sphericalangle A_3C_3B_3 = 180° - (45° + 30°) \qquad \sphericalangle A_3C_3B_3 = 105°$$

$$\frac{\overline{B_3C_3}}{\sin 30°} = \frac{5{,}66\ \text{LE}}{\sin 105°} \qquad \overline{B_3C_3} = 2{,}93\ \text{LE}$$

3 — L2 K2 K5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

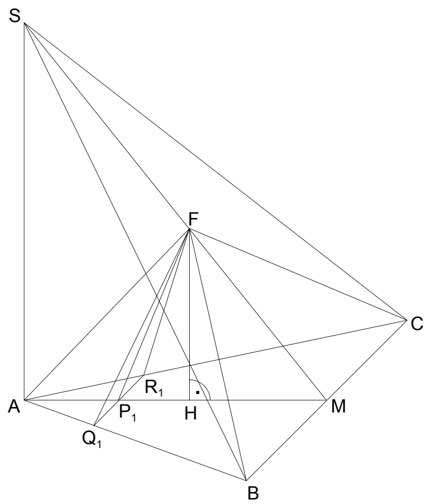
RAUMGEOMETRIE

B 2.1 $\overline{BC} = 2 \cdot \overline{BM}$ L2 K5

$\overline{BM} = \sqrt{10^2 - 8^2}$ cm $\qquad \overline{BM} = 6$ cm

$\overline{BC} = 12$ cm

Schrägbild im Maßstab $1:2$ L3 K4



3

B 2.2 $\overline{MS} = \sqrt{10^2 + 8^2}$ cm $\qquad \overline{MS} = 12,81$ cm L2 K5

$\tan \varepsilon = \dfrac{10 \text{ cm}}{8 \text{ cm}}$ $\qquad \varepsilon = 51,34°$ $\qquad \varepsilon \in]0°; 90°[$

2

B 2.3 Einzeichnen des Punktes F L3 K4

$\overline{AF}^2 = \overline{MF}^2 + \overline{AM}^2 - 2 \cdot \overline{MF} \cdot \overline{AM} \cdot \cos \varepsilon$ L2 K2 K5

$\overline{MF} = 12,81 \text{ cm} - 7 \text{ cm}$ $\qquad \overline{MF} = 5,81$ cm

$\overline{AF} = \sqrt{5,81^2 + 8^2 - 2 \cdot 5,81 \cdot 8 \cdot \cos 51,34°}$ cm $\qquad \overline{AF} = 6,30$ cm

$\dfrac{\sin \varphi}{\overline{MF}} = \dfrac{\sin \varepsilon}{\overline{AF}}$ $\qquad \varphi \in]0°; 90°[$

$\varphi = 46,07°$

4

B 2.4 Einzeichnen des Trapezes Q_1BCR_1 $\frac{\overline{Q_nR_n}(x)}{12\text{ cm}} = \frac{(8-x)\text{ cm}}{8\text{ cm}}$ $\overline{Q_nR_n}(x) = (12-1{,}5x)\text{ cm}$	$0 < x < 8;\ x \in \mathbb{R}$	2	L3 K4 L4 K2 K5
B 2.5 Einzeichnen der Pyramide Q_1BCR_1F und ihrer Höhe [FH] $V = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\overline{Q_nR_n}+\overline{BC}\right)\cdot\overline{MP_n}\cdot\overline{FH}$ $\sin 51{,}34° = \frac{\overline{FH}}{5{,}81\text{ cm}}$ $V(x) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot(12-1{,}5x+12)\cdot x\cdot 4{,}54\text{ cm}^3$ $V(x) = (-1{,}14x^2+18{,}16x)\text{ cm}^3$	$\overline{FH} = 4{,}54\text{ cm}$ $0 < x < 8;\ x \in \mathbb{R}$	3	L3 K4 L4 K2 K5
B 2.6 $V_{\text{Pyramide ABCS}} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 12\cdot 10\text{ cm}^3$ $V_{\text{Pyramide } Q_2BCR_2F} = 0{,}25\cdot 160\text{ cm}^3$ $-1{,}14x^2+18{,}16x = 40$ $\ldots$ $\Leftrightarrow\quad x = 2{,}64\qquad (\vee\qquad x = 13{,}29)$	$V_{\text{Pyramide ABCS}} = 160\text{ cm}^3$ $V_{\text{Pyramide } Q_2BCR_2F} = 40\text{ cm}^3$ $0 < x < 8;\ x \in \mathbb{R}$ $\mathbb{L} = \{2{,}64\}$	3	L4 K2 K5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.