Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe P 1**

Name:________________________________ Vorname:________________________________

Klasse:______________ Platzziffer:_______________ Punkte:________________

P 1.0 Lässt man einen Gummiball aus einer Höhe von 100,0 cm frei fallen, so verliert er nach jedem Auftreffen am Boden an Sprunghöhe. Die Tabelle zeigt die maximale Sprunghöhe, die der Ball nach dem x-ten Bodenkontakt erreicht.

Anzahl der Bodenkontakte	0	1	2	3
Maximale Sprunghöhe in cm	100,0	80,0	64,0	51,2

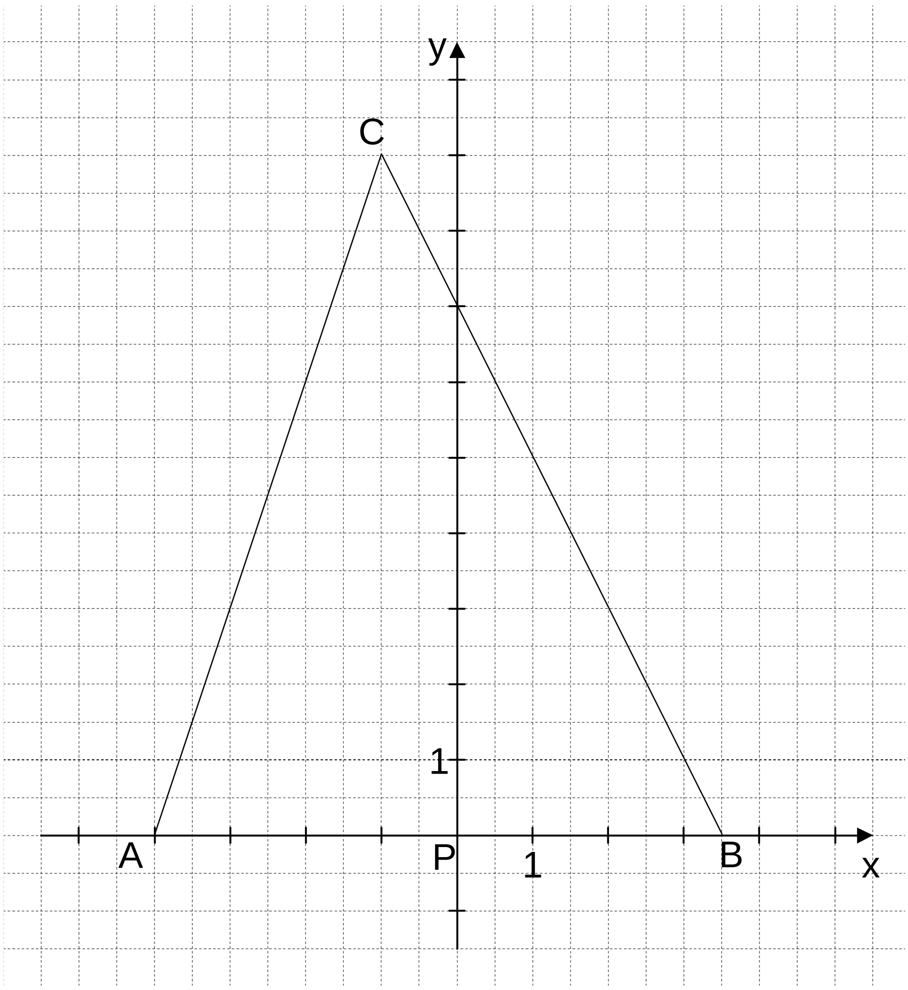
P 1.1 Geben Sie an, um wie viel Prozent die maximale Sprunghöhe nach jedem Aufprall abnimmt. 1 P

P 1.2 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl der Bodenkontakte x und der maximalen Sprunghöhe y cm kann näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschrieben werden ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+;\ y_0 \in \mathbb{R}^+;\ k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an. 1 P

P 1.3 Bestimmen Sie durch Rechnung die Anzahl der Bodenkontakte, nach der die maximale Sprunghöhe erstmals weniger als 30,0 cm beträgt. 1 P

P 1.4 Berechnen Sie auf Millimeter gerundet, welche Gesamtstrecke der Ball zurückgelegt hat, wenn er nach dem vierten Bodenkontakt gerade die maximale Sprunghöhe erreicht. 2 P

P 2.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(-4|0)$, $B(3{,}5|0)$ und $C(-1|9)$. Die Eckpunkte $Q_n(x|y)$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ von gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken PQ_nR_n mit $P(0|0)$ und $\measuredangle Q_nPR_n = 90°$ liegen auf der Seite [BC] des Dreiecks ABC.



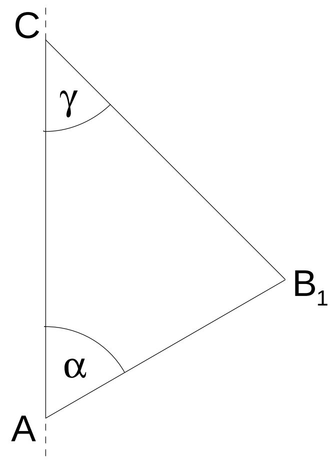
P 2.1 Zeichnen Sie die Dreiecke PQ_1R_1 mit $Q_1(3|y_1)$, PQ_2R_2 mit $Q_2(2{,}5|y_2)$ und PQ_3R_3 mit $Q_3(1|y_3)$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

P 2.2 Zeichnen Sie den Trägergraphen g der Punkte R_n in das Koordinatensystem zu 2.0 ein und ermitteln Sie seine Gleichung durch Rechnung. 3 P

P 2.3 Das Dreieck PQ_0R_0 ist dem Dreieck ABC einbeschrieben.
Zeichnen Sie das Dreieck PQ_0R_0 in das Koordinatensystem zu 2.0 ein und berechnen Sie die Koordinaten des Punktes R_0. 4 P

P 3.0 Gegeben sind Dreiecke AB_nC.
Es gilt: $\overline{AC} = 5\text{ cm}$; $\gamma = 45°$.
Die Winkel B_nAC haben das Maß α mit $\alpha \in]0°; 90°]$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Dreieck AB_1C für $\alpha = 60°$.



P 3.1 Für $\alpha = 90°$ ergibt sich das Dreieck AB_0C.
Begründen Sie: Der Abstand des Punktes B_0 von der Geraden AC beträgt 5 cm. 1 P

P 3.2 Bestimmen Sie durch Rechnung den Abstand d der Punkte B_n von der Geraden AC in Abhängigkeit von α für $\alpha \in]0°; 90°[$. 2 P

P 3.3 Die Dreiecke AB_nC rotieren um die Gerade AC.
Berechnen Sie das Volumen V des entstehenden Rotationskörpers für $\alpha = 72°$.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgaben P 1 - 3**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

P 1.1 Aus der Tabelle folgt:
Die maximale Sprunghöhe nimmt nach jedem Aufprall um 20% ab. 1 — L5 K4

P 1.2 Funktionsgleichung: $y = 100,0 \cdot 0,8^x$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ 1 — L4 K3

P 1.3 $30,0 = 100,0 \cdot 0,8^x \qquad x \in \mathbb{R}_0^+$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad x = 5,4 \qquad \mathbb{L} = \{5,4\}$

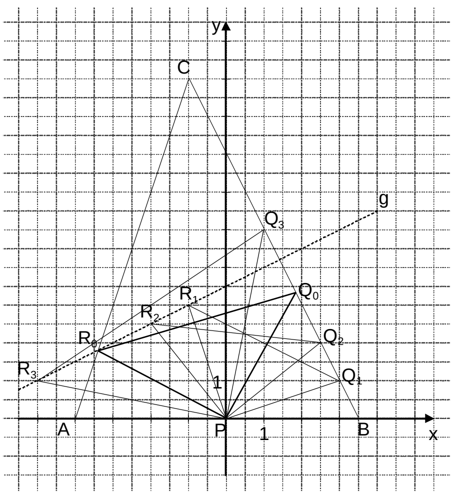
Nach dem 6. Bodenkontakt beträgt die maximale Sprunghöhe erstmals weniger als 30,0 cm. 1 — L4 K5

P 1.4 $y = 100,0 \cdot 0,8^4 \qquad y = 41,0$

Gesamtstrecke: $(100,0 + 2 \cdot 80,0 + 2 \cdot 64,0 + 2 \cdot 51,2 + 41,0)\ \text{cm} = 531,4\ \text{cm}$ 2 — L2 K2

EBENE GEOMETRIE

P 2.1 Zeichnung im Maßstab $1:2$



2 — L3 K4

P 2.2 Einzeichnen des Trägergraphen g der Punkte R_n — L4 K4

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4,5 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad m_{BC} = -2 \qquad BC:\ y = -2x + 7 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — L4 K2 K5

$BC \xrightarrow{P;\varphi=90^\circ} g$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}\,;\ x \in \mathbb{R}$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ -2x+7 \end{pmatrix}$ $\qquad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-7 \\ x \end{pmatrix}$

g: $y = 0{,}5x + 3{,}5$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$

3

P 2.3 Einzeichnen des Dreiecks PQ_0R_0

L3 K4

L4 K2 K5

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad m_{AC} = 3 \qquad$ AC: $y = 3x + 12$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Ermittlung der Koordinaten des Punktes R_0:

$\left| \begin{array}{ll} & y = 0{,}5x + 3{,}5 \\ \wedge & y = 3x + 12 \end{array} \right.$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$

$\mathbb{L} = \{(-3{,}4 \mid 1{,}8)\}$ $\qquad R_0(-3{,}4 \mid 1{,}8)$

4

RAUMGEOMETRIE

P 3.1 Für $\alpha = 90^\circ$ gilt: $d(B_0;AC) = \overline{AB_0}$. Da gilt: $\gamma = 45^\circ$, ist das Dreieck AB_0C gleichschenklig-rechtwinklig mit $\overline{AB_0} = \overline{AC}$. Daraus folgt: $d(B_0;AC) = 5\,\text{cm}$.

L3 K1

1

P 3.2 $\tan\alpha = \dfrac{d(\alpha)}{5\,\text{cm} - d(\alpha)}$ $\qquad \alpha \in]0^\circ;90^\circ[\,;\ 0\,\text{cm} < d(\alpha) < 5\,\text{cm}$

L4 K2 K5

$\Leftrightarrow \quad d(\alpha) = \tan\alpha \cdot (5\,\text{cm} - d(\alpha))$

$\Leftrightarrow \quad d(\alpha) = 5\cdot\tan\alpha\ \text{cm} - d(\alpha)\cdot\tan\alpha$

$\Leftrightarrow \quad d(\alpha) = \dfrac{5\cdot\tan\alpha}{1+\tan\alpha}\,\text{cm}$

2

P 3.3 $V = V_{\text{oberer Kegel}} + V_{\text{unterer Kegel}}$

L2 K2 K5

$V = \frac{1}{3}\cdot d(72^\circ)^2\cdot\pi\cdot h_{\text{oberer Kegel}} + \frac{1}{3}\cdot d(72^\circ)^2\cdot\pi\cdot h_{\text{unterer Kegel}}$

$V = \frac{1}{3}\cdot d(72^\circ)^2\cdot\pi\cdot(h_{\text{oberer Kegel}} + h_{\text{unterer Kegel}})$

$V = \frac{1}{3}\cdot\left(\dfrac{5\cdot\tan 72^\circ}{1+\tan 72^\circ}\right)^2\cdot\pi\cdot 5\,\text{cm}^3$ $\qquad V = 74{,}57\,\text{cm}^3$

2

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_3(x+1) - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie den Graphen zu f für $x \in [-0,5; 8]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 9$; $-4 \leqq y \leqq 7$. 3 P

A 1.2 Der Graph der Funktion f wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} a \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $a \in \mathbb{R}$ auf den Graphen der Funktion f' abgebildet. Der Punkt $P'(0 \mid 4)$ liegt auf dem Graphen zu f'.
Berechnen Sie den Wert von a.
Ermitteln Sie sodann die Gleichung der Funktion f' durch Rechnung und zeichnen Sie den Graphen zu f' in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 4 P

A 1.3 Punkte $A_n(x \mid 2 \cdot \log_3(x+1) - 2)$ auf dem Graphen zu f und Punkte $C_n(x \mid 2 \cdot \log_3(x+3) + 2)$ auf dem Graphen zu f' haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -1$ zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 3\,\text{LE}$.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 0$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und C_n gilt:
$M_n(x \mid \log_3(x^2 + 4x + 3))$. 2 P

A 1.5 Der Diagonalenschnittpunkt M_3 der Raute $A_3B_3C_3D_3$ liegt auf der x-Achse.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

A 1.6 Die Raute $A_4B_4C_4D_4$ hat den Flächeninhalt 10 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes C_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Das gleichschenklige Trapez ABCD hat die parallelen Seiten [AB] und [CD] mit $\overline{AB} = 16\text{ cm}$ und $\overline{CD} = 9\text{ cm}$. Der Mittelpunkt der Seite [CD] ist der Punkt E, der Mittelpunkt der Seite [AB] ist der Punkt F. Es gilt: $\overline{EF} = 7\text{ cm}$.
Das gleichschenklige Trapez ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Punkt E liegt. Es gilt: $\overline{ES} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Punkte E und F auf der Schrägbildachse liegen sollen.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 2 P

A 2.2 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels SFE und die Länge der Strecke [SF].
[Ergebnisse: $\varphi = 55{,}01°$; $\overline{SF} = 12{,}21\text{ cm}$] 2 P

A 2.3 Punkte M_n liegen auf der Strecke [SF]. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Trapezseiten $[P_nQ_n]$ von Trapezen DCQ_nP_n mit $P_n \in [AS]$ und $Q_n \in [BS]$. Die Winkel FEM_n haben das Maß ε mit $\varepsilon \in [0°; 90°[$.
Zeichnen Sie das Trapez DCQ_1P_1 für $\varepsilon = 65°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

A 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[SM_n]$ in Abhängigkeit von ε gilt:
$$\overline{SM_n}(\varepsilon) = \frac{10 \cdot \cos\varepsilon}{\sin(55{,}01° + \varepsilon)}\text{ cm}.$$
3 P

A 2.5 Das Trapez DCQ_2P_2 ist ein Rechteck.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß ε.
[Teilergebnis: $\overline{P_nQ_n}(\varepsilon) = \frac{13{,}10 \cdot \cos\varepsilon}{\sin(55{,}01° + \varepsilon)}\text{ cm}$] 5 P

A 2.6 Unter den Höhen $[EM_n]$ der Trapeze DCQ_nP_n hat die Höhe $[EM_0]$ des Trapezes DCQ_0P_0 die minimale Länge.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß ε.
Ermitteln Sie sodann durch Rechnung, in welchem Verhältnis das Volumen der Pyramide ABCDS durch die von den Eckpunkten des Trapezes DCQ_0P_0 festgelegte Ebene geteilt wird. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f sowie die Gleichung der Asymptote h an. 2 P

B 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [-7; 2]$ mit $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8 \leqq x \leqq 3$; $-7 \leqq y \leqq 4$. 2 P

B 1.3 Der Graph der Funktion f wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -2$ auf den Graphen der Funktion f' abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f' die Gleichung $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 4$ besitzt und zeichnen Sie den Graphen zu f' in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 3 P

B 1.4 Punkte A_n auf dem Graphen zu f und Punkte B_n auf dem Graphen zu f' haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -5$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[A_nB_n]$.
Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = -3$ und $A_2B_2C_2$ für $x = -1$ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 2 P

B 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und B_n gilt:

$$A(x) = \left(-3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+5} + 3\right)^2 \text{ FE}.$$

4 P

B 1.6 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 2,25 FE.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_3. 2 P

B 1.7 Begründen Sie, dass die y-Koordinate der Punkte C_n nicht den Wert -1 annehmen kann. 2 P

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Raute ABCD liegt.

Es gilt: $\overline{AC} = 14\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = 5\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 2 P

B 2.2 Auf der geradlinigen Verlängerung der Kante [CS] über den Punkt S hinaus liegen Punkte E_n. Die Punkte E_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDE_n$ mit den Höhen $[E_nF_n]$, deren Fußpunkte F_n auf der Halbgeraden [MA liegen. Die Strecken [MS] und $[ME_n]$ schließen Winkel SME_n mit dem Maß φ ein.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDE_1$ für $\varphi = 30°$ und ihre Höhe $[E_1F_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.

Für alle Pyramiden $ABCDE_n$ gilt: $\varphi \in]0°; 54,46°[$.

Begründen Sie die obere Intervallgrenze. 3 P

B 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[ME_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{ME_n}(\varphi) = \frac{4,07}{\sin(125,54° + \varphi)}\text{ cm}.$$

3 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ABCDE_n$ in Abhängigkeit von φ.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{94,97 \cdot \cos\varphi}{\sin(125,54° + \varphi)}\text{ cm}^3$] 3 P

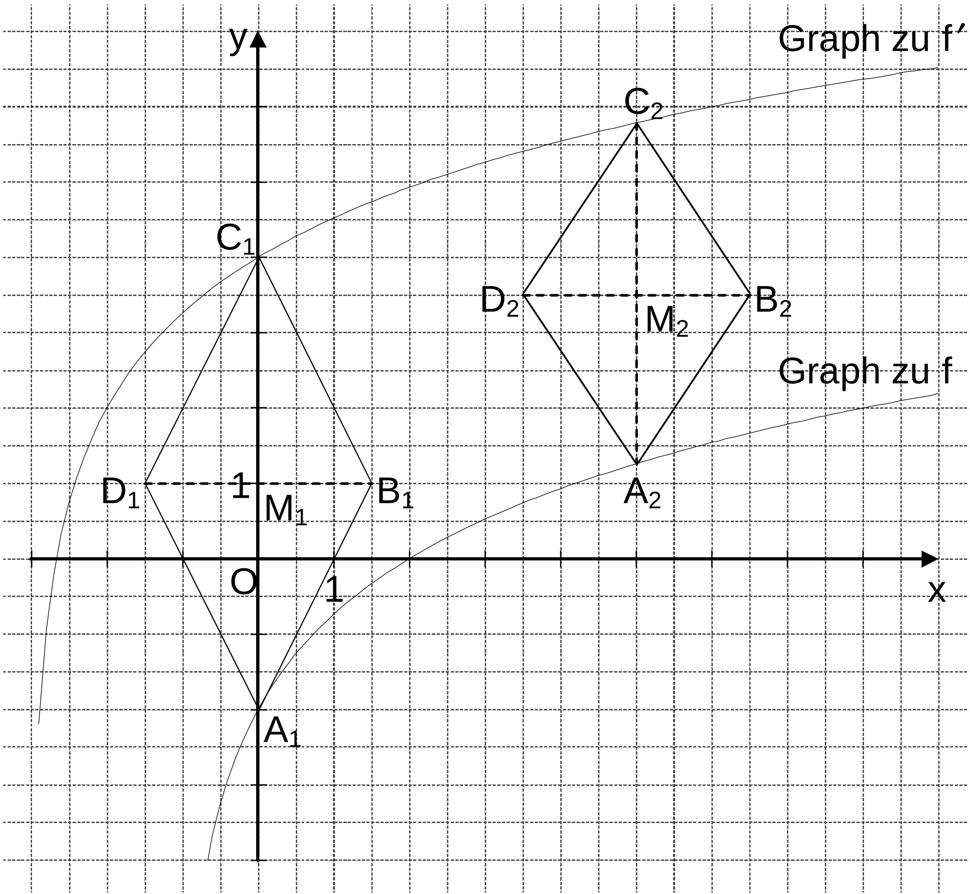
B 2.5 Die Pyramide $ABCDE_2$ hat das Volumen 210 cm^3.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

B 2.6 Die Spitze E_0 der Pyramide $ABCDE_0$ liegt senkrecht über dem Punkt A.
Berechnen Sie das Maß φ des Winkels SME_0. 3 P

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN		
A 1.1 $\mathbb{D}_f = \{x \mid x > -1\}$ $x \in \mathbb{R}$ Gleichung der Asymptote h: $x = -1$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$		L4 K5
	3	L4 K4
A 1.2 $\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} \oplus \vec{v}$		L4 K5

A 1.2 $\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} \oplus \vec{v}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \cdot \log_3(x+1) - 2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a \\ 4 \end{pmatrix} \qquad x > -1;\ x \in \mathbb{R};\ a \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{array}{|l} \qquad\qquad x = -a \\ \wedge \quad 2 \cdot \log_3(x+1) - 2 = 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad a = -2 \qquad\qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \cdot \log_3(x+1) - 2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x > -1;\ x \in \mathbb{R}$$

	$f': \ y = 2 \cdot \log_3(x+3)+2$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Einzeichnen des Graphen zu f'	4	L4 K4
A 1.3	Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L3 K4
A 1.4	$M_n\left(\frac{x+x}{2} \middle\vert \frac{2\cdot\log_3(x+1)-2 \ + \ 2\cdot\log_3(x+3)+2}{2}\right)$ $x > -1; \ x \in \mathbb{R}$ $M_n(x \mid \log_3(x+1)+\log_3(x+3))$ $M_n(x \mid \log_3(x^2+4x+3))$	2	L4 K5
A 1.5	Für die y-Koordinate des Punktes M_3 gilt: $\log_3(x^2+4x+3)=0$ $x > -1; \ x \in \mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow \quad (x=-3,41 \quad \vee) \quad x=-0,59$ $\mathbb{L} = \{-0,59\}$ $C_3(-0,59 \mid 3,60)$	3	L4 K2 K5
A 1.6	$A(x) = \frac{1}{2}\cdot 3 \cdot \left[2\cdot\log_3(x+3)+2 \ - \ (2\cdot\log_3(x+1)-2)\right]$ FE $x > -1; \ x \in \mathbb{R}$ $A(x) = \left(6+3\cdot\log_3\frac{x+3}{x+1}\right)$FE $6+3\cdot\log_3\frac{x+3}{x+1}=10$ $x > -1; \ x \in \mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow \quad x=-0,40$ $\mathbb{L} = \{-0,40\}$	3	L4 K2 K5
		17	

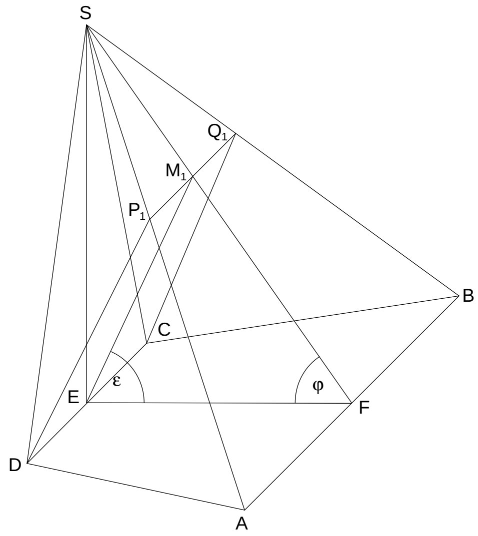
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

RAUMGEOMETRIE		
A 2.1 Schrägbild im Maßstab 1 : 2 	2	L3 K4
A 2.2 $\tan\varphi = \frac{10\text{ cm}}{7\text{ cm}}$ $\quad\varphi = 55{,}01°\quad \varphi \in]0°;90°[$ $\overline{SF} = \sqrt{7^2 + 10^2}\text{ cm}\quad \overline{SF} = 12{,}21\text{ cm}$	2	L2 K5
A 2.3 Einzeichnen des Trapezes DCQ_1P_1	1	L3 K4
A 2.4 Im Dreieck EM_nS gilt: $\frac{\overline{SM_n}(\varepsilon)}{\sin(90° - \varepsilon)} = \frac{\overline{ES}}{\sin(180° - (180° - (\varepsilon + 55{,}01°)))}\quad \varepsilon \in [0°;90°[$ $\overline{SM_n}(\varepsilon) = \frac{10 \cdot \cos\varepsilon}{\sin(55{,}01° + \varepsilon)}\text{ cm}$	3	L4 K2 K5
A 2.5 $\overline{P_2Q_2} = \overline{CD}\quad \overline{P_2Q_2} = 9\text{ cm}$ $\frac{\overline{P_nQ_n}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SM_n}}{\overline{SF}}$ $\overline{P_nQ_n}(\varepsilon) = \frac{16 \cdot 10 \cdot \cos\varepsilon}{12{,}21 \cdot \sin(55{,}01° + \varepsilon)}\text{ cm}\quad \varepsilon \in [0°;90°[$		L4 K2 K5

$$\overline{P_nQ_n}(\varepsilon) = \frac{13{,}10 \cdot \cos\varepsilon}{\sin(55{,}01° + \varepsilon)} \text{ cm}$$

$$\frac{13{,}10 \cdot \cos\varepsilon}{\sin(55{,}01° + \varepsilon)} = 9 \qquad \varepsilon \in [0°;90°[$$

$\dots$

$$\Leftrightarrow \quad \varepsilon = 47{,}97° \qquad \mathbb{L} = \{47{,}97°\}$$

5

A 2.6 Für das Trapez DCQ_0P_0 gilt: $EM_0 \perp SF$. L3 K5

Die minimale Länge $\overline{EM_0}$ ergibt sich für $\varepsilon + 55{,}01° = 90° \quad \Leftrightarrow \quad \varepsilon = 34{,}99°$.

L2 K2 K5

$$V_{\text{Pyramide ABCDS}} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \right) \cdot \overline{EF} \cdot \overline{ES}$$

$$V_{\text{Pyramide ABCDS}} = 291{,}67 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Pyramide } DCQ_0P_0S} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\overline{P_0Q_0} + \overline{CD}}{2} \right) \cdot \overline{EM_0} \cdot \overline{SM_0}$$

$$\overline{P_0Q_0} = 10{,}73 \text{ cm}$$

$$\cos 34{,}99° = \frac{\overline{EM_0}}{\overline{EF}} \qquad \overline{EM_0} = 5{,}73 \text{ cm}$$

$$\overline{SM_0} = 8{,}19 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Pyramide } DCQ_0P_0S} = 154{,}32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Pyramide ABCDS}} - V_{\text{Pyramide } DCQ_0P_0S} = 137{,}35 \text{ cm}^3$$

$$\left(V_{\text{Pyramide ABCDS}} - V_{\text{Pyramide } DCQ_0P_0S} \right) : V_{\text{Pyramide } DCQ_0P_0S} = 137{,}35 : 154{,}32$$

4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

B 1.1 $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ **L4 K5**

$\mathbb{W}_f = \{y \mid y < 2\}$ $y \in \mathbb{R}$

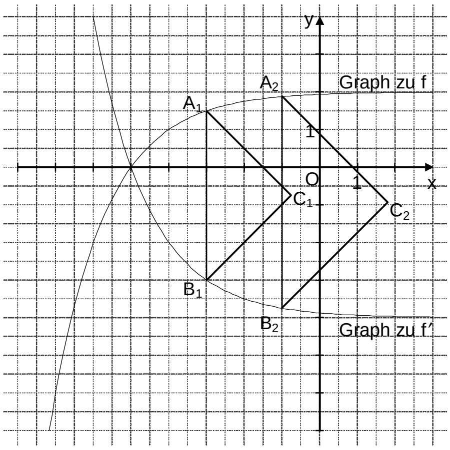
Gleichung der Asymptote h: $y = 2$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

2

B 1.2 **L4 K5**

x	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2
$-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4}+2$	–6	–2	0	1	1,5	1,75	1,88	1,94	1,97	1,98

Zeichnung im Maßstab 1: 2 **L4 K4**



2

B 1.3 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + 2 \end{pmatrix}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x \in \mathbb{R}$ **L4 K5**

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x' = x \\ \wedge \quad y' = -2 \cdot \left[-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + 2 \right] \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad y' = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x'+4} - 4$$

$$\Leftrightarrow \quad y' = \left(\frac{1}{2}\right)^{x'+3} - 4$$

f': $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 4$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Einzeichnen des Graphen zu f' **L4 K4**

3

B 1.4 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$	2	L3 K4
B 1.5 $\overline{A_nB_n}(x) = \left[-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + 2 - \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 4\right)\right]$ LE $x > -5;\ x \in \mathbb{R}$ $\overline{A_nB_n}(x) = \left[-\frac{1}{16}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x} - \frac{1}{8}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x} + 6\right]$ LE $\overline{A_nB_n}(x) = \left[-\frac{3}{16}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x} + 6\right]$ LE $A = \left(\frac{\overline{A_nB_n}}{2}\right)^2$ $A(x) = \left(-3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x+5} + 3\right)^2$ FE $x > -5;\ x \in \mathbb{R}$	4	L4 K2 K5
B 1.6 $\left(-3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x+5} + 3\right)^2 = 2{,}25$ $x > -5;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ (x = -5{,}58\ \ \vee)\ \ x = -4$ $\mathbb{L} = \{-4\}$ $B_3(-4\mid-2)$	2	L4 K5
B 1.7 Da die Punkte A_n und B_n dieselbe Abszisse x haben, stimmt die y-Koordinate der Punkte C_n mit der y-Koordinate der Mittelpunkte M_n der Hypotenusen $[A_nB_n]$ überein. $M_n\left(\frac{x+x}{2}\,\middle\|\,\frac{1}{2}\cdot\left(-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 4\right)\right)$ $x > -5;\ x \in \mathbb{R}$ $M_n\left(x\,\middle\|\,\left(\frac{1}{2}\right)^{x+5} - 1\right)$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+5} - 1 = -1$ $x > -5;\ x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+5} = 0$ $\mathbb{L} = \emptyset$	2	L4 K1 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

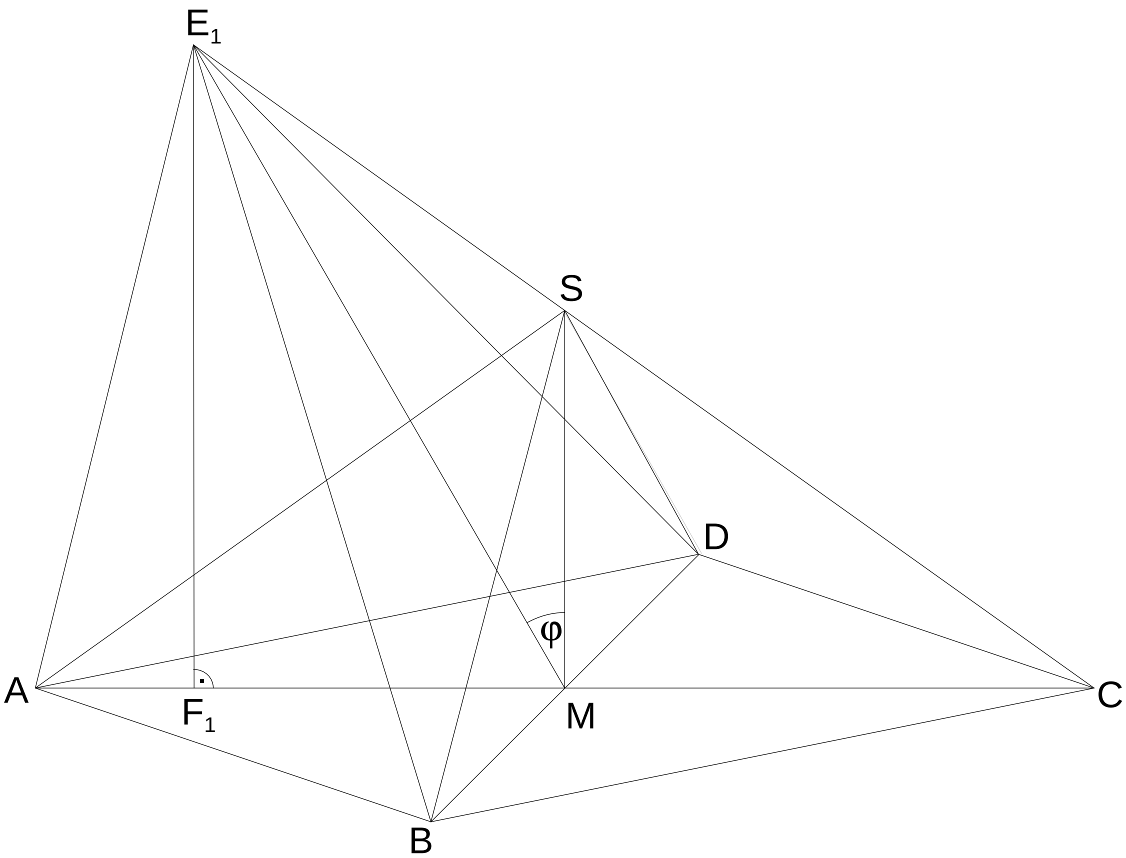
Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 L3 K4



2

B 2.2 Einzeichnen der Pyramide $ABCDE_1$ und ihrer Höhe $[E_1F_1]$ L3 K4

Wäre φ genauso groß wie das Maß des Winkels MSC, so würde sich eine Parallele zur Geraden CS ergeben. L3 K1 K5

$\tan \sphericalangle MSC = \frac{7\text{ cm}}{5\text{ cm}}$ $\quad \sphericalangle MSC = 54,46°$ $\quad \sphericalangle MSC \in]0°;90°[$

$\Rightarrow \quad \varphi < 54,46°$.

3

B 2.3 $\sphericalangle E_nSM = 180° - \sphericalangle MSC$ $\quad \sphericalangle E_nSM = 125,54°$ L4 K2 K5

$$\frac{\overline{ME_n}(\varphi)}{\sin 125,54°} = \frac{\overline{MS}}{\sin(180° - (125,54° + \varphi))} \qquad \varphi \in]0°; 54,46°[$$

$$\overline{ME_n}(\varphi) = \frac{5 \cdot \sin 125,54°}{\sin(125,54° + \varphi)} \text{ cm}$$

$$\overline{ME_n}(\varphi) = \frac{4{,}07}{\sin(125{,}54° + \varphi)}\ \text{cm}$$

3

B 2.4 $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{E_nF_n}$

L4 K2 K5

$$\sin(90° - \varphi) = \frac{\overline{E_nF_n}(\varphi)}{\overline{ME_n}(\varphi)} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{E_nF_n}(\varphi) = \overline{ME_n}(\varphi) \cdot \cos\varphi \qquad \varphi \in \,]0°; 54{,}46°[$$

$$\overline{E_nF_n}(\varphi) = \frac{4{,}07 \cdot \cos\varphi}{\sin(125{,}54° + \varphi)}\ \text{cm} \qquad \varphi \in \,]0°; 54{,}46°[$$

$$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10 \cdot \frac{4{,}07 \cdot \cos\varphi}{\sin(125{,}54° + \varphi)}\ \text{cm}^3 \qquad \varphi \in \,]0°; 54{,}46°[$$

$$V(\varphi) = \frac{94{,}97 \cdot \cos\varphi}{\sin(125{,}54° + \varphi)}\ \text{cm}^3$$

3

B 2.5

L4 K5

$$\frac{94{,}97 \cdot \cos\varphi}{\sin(125{,}54° + \varphi)} = 210 \qquad \varphi \in \,]0°; 54{,}46°[$$

$\ldots$

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 31{,}88° \qquad \mathbb{L} = \{31{,}88°\}$$

3

B 2.6 $\tan \sphericalangle E_0CA = \frac{\overline{AE_0}}{\overline{AC}}$

L2 K2 K5

$$\tan(180° - (90° + 54{,}46°)) = \frac{\overline{AE_0}}{14\ \text{cm}} \qquad \overline{AE_0} = 10{,}00\ \text{cm}$$

$$\varphi = 90° - \sphericalangle E_0MA$$

$$\tan \sphericalangle E_0MA = \frac{\overline{AE_0}}{\overline{AM}} \qquad \tan \sphericalangle E_0MA = \frac{10}{7}$$

$$\sphericalangle E_0MA = 55{,}01° \qquad \sphericalangle E_0MA \in \,]35{,}54°; 90°[$$

$$\varphi = 34{,}99°$$

3

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe P 1**

Name:________________________________ Vorname:________________________________

Klasse:______________ Platzziffer:______________ Punkte:______________

P 1.0 Die nebenstehende Tabelle zeigt die Anzahl der vom Aussterben bedrohten Sägefische. Die Entwicklung seit 1987 kann mit einer Exponentialfunktion der Form $y = a \cdot b^x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $a \in \mathbb{N}$; $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$) beschrieben werden. Dabei steht x für die Anzahl der Jahre seit 1987, y beschreibt die Anzahl der lebenden Sägefische. Biologen gehen davon aus, dass auch die zukünftige Entwicklung durch diese Exponentialfunktion beschrieben werden kann.

Jahr (Stand 1. Januar)	Anzahl der Sägefische
1987	60 000
1992	29 056
1997	14 071
2002	6 814
2007	3 300

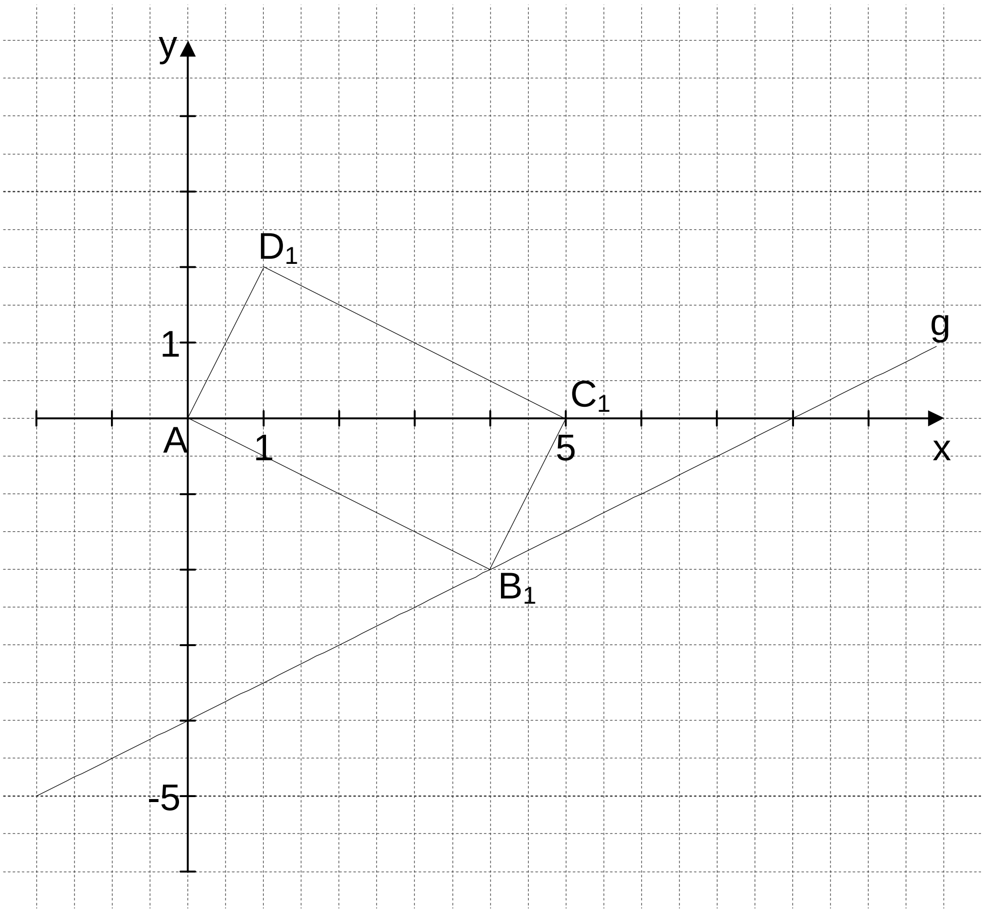
P 1.1 Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für b auf drei Stellen nach dem Komma.) 2 P

P 1.2 Geben Sie an, um wie viel Prozent die Anzahl der Sägefische jährlich gesunken ist. 1 P

P 1.3 Geben Sie die voraussichtliche Anzahl an Sägefischen im Jahr 2015 an. Runden Sie auf Hunderter. 1 P

P 1.4 Berechnen Sie, in welchem Jahr die Anzahl von 500 Sägefischen voraussichtlich erstmals unterschritten wird. 1 P

P 2.0 Der Punkt $A(0|0)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rechtecken $AB_nC_nD_n$, wobei die Seiten $[AB_n]$ doppelt so lang wie die Seiten $[B_nC_n]$ sind. Die Punkte B_n mit der Abszisse x liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0,5x - 4$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).



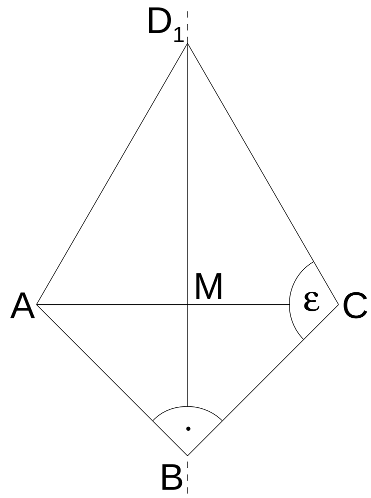
P 2.1 Zeichnen Sie das Rechteck $AB_2C_2D_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 1 P

P 2.2 Unter den Rechtecken $AB_nC_nD_n$ hat das Rechteck $AB_0C_0D_0$ den minimalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rechtecks $AB_0C_0D_0$. 4 P

P 2.3 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n. 4 P

P 3.0 Gegeben ist das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC mit der 4 cm langen Hypotenuse [AC]. Der Mittelpunkt der Hypotenuse [AC] ist der Punkt M.
Punkte D_n liegen auf der Geraden MB, wobei die Winkel D_nCB das Maß ε mit $\varepsilon \in]45°; 135°[$ haben.
Die Punkte A, B, C und D_n sind die Eckpunkte von konvexen Drachenvierecken $ABCD_n$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck $ABCD_1$ für $\varepsilon = 105°$.



P 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[D_nC]$ in Abhängigkeit von ε. 2 P

P 3.2 Die Drachenvierecke $ABCD_n$ rotieren um die Gerade BD_n.
Bestimmen Sie durch Rechnung das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von ε. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 2^x - 6$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

C 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f sowie die Gleichung der Asymptote h an. 2 P

C 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [-4; 3]$ mit $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 6$; $-7 \leqq y \leqq 3$. 2 P

C 1.3 Der Graph der Funktion f wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab k auf den Graphen der Funktion f′ mit der Gleichung $y = 2^{x-1} + c \;\; (k, c \in \mathbb{R})$ abgebildet.

Ermitteln Sie die Werte für k und c und zeichnen Sie den Graphen zu f′ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.

[Ergebnis: $c = -3$] 3 P

C 1.4 Der Graph zu f kann auch durch Parallelverschiebung mit dem Verschiebungsvektor $\overrightarrow{v}$ auf den Graphen zu f′ abgebildet werden.

Ermitteln Sie die Koordinaten des Verschiebungsvektors $\overrightarrow{v}$. 2 P

C 1.5 Punkte A_n auf dem Graphen zu f und Punkte D_n auf dem Graphen zu f′ haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Rechtecken $A_nB_nC_nD_n$. Es gilt: $y_{A_n} < y_{D_n}$ und $\overline{A_nD_n} = 0,5 \cdot \overline{A_nB_n}$.

Zeichnen Sie die Rechtecke $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.

Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x es Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

C 1.6 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Umfang u der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$u(x) = (-3 \cdot 2^x + 18)$ LE.

Begründen Sie sodann, dass der Umfang der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ stets kleiner als 18 LE ist. 3 P

C 1.7 Das Rechteck $A_3B_3C_3D_3$ hat den Flächeninhalt 2 FE.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

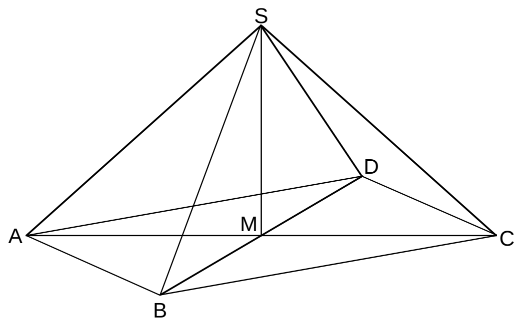
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Fast 4000 Jahre lang war die Cheops-Pyramide in Ägypten das höchste Bauwerk der Erde.
Die nebenstehende Skizze zeigt ein Modell dieser Pyramide: Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der quadratischen Grundfläche ABCD mit der Seitenlänge $\overline{AB} = 230$ m.
Es gilt: $\overline{MS} = 146$ m.



C 2.1 Berechnen Sie die Länge der Diagonalen [AC] auf Meter gerundet und zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS im Maßstab $1:2500$, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 30°$. 3 P

C 2.2 Der Winkel SQM ist der Neigungswinkel der Seitenfläche BCS gegenüber der Grundfläche der Pyramide.
Zeichnen Sie das Dreieck QSM in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie das Maß δ des Winkels SQM. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.
[Ergebnis: $\delta = 51{,}8°$] 2 P

C 2.3 Stellt man sich zur Grundfläche der Pyramide parallele Ebenen vor, die die Kanten der Pyramide in den Punkten $K_n \in [AS]$, $E_n \in [BS]$, $O_n \in [CS]$ und $P_n \in [DS]$ schneiden, so entstehen Quadrate $K_nE_nO_nP_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten N_n.
Es gilt: $\overline{MN_n} = x$ m mit $0 < x < 146$; $x \in \mathbb{R}$.
Zeichnen Sie das Quadrat $K_1E_1O_1P_1$ für $x = 80$ maßstabsgetreu in das Schrägbild zu 2.1 ein und zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Quadrate $K_nE_nO_nP_n$ in Abhängigkeit von x gilt (Werte auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet):
$A(x) = 2{,}48 \cdot (146 - x)^2 \text{ m}^2$. 4 P

C 2.4 Das Quadrat $K_2E_2O_2P_2$ hat den Flächeninhalt 1000 m^2.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. Runden Sie auf Ganze. 2 P

C 2.5 Für das Quadrat $K_3E_3O_3P_3$ gilt: $x = 100$.
Ermitteln Sie rechnerisch, wie viel Prozent des Volumens der Pyramide ABCDS sich unterhalb der Schnittfläche befinden. 3 P

C 2.6 Um die Lage einer Grabkammer zu bestimmen, wurden folgende Überlegungen angestellt: Im Dreieck ABS ist der Mittelpunkt der Seite [AB] der Punkt F. Punkte G_n liegen auf der Höhe [FS] des Dreiecks ABS.
Berechnen Sie die Länge der Strecken $[G_nM]$ in Abhängigkeit vom Maß γ der Winkel G_nMF. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma. 3 P

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

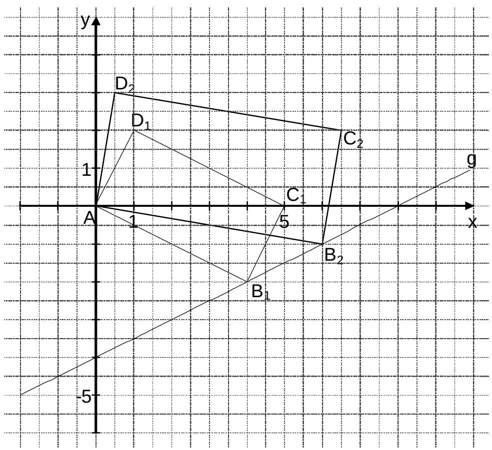
Mathematik I **Nachtermin** **Aufgaben P 1 - 3**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

P 1.1 $60\,000 = a \cdot b^0 \quad \Rightarrow \quad a = 60\,000 \qquad a \in \mathbb{N};\ b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ $29\,056 = 60\,000 \cdot b^5 \qquad b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ $\ldots$ $\Leftrightarrow \quad b = 0{,}865 \qquad \mathbb{L} = \{0{,}865\}$ Funktionsgleichung: $y = 60\,000 \cdot 0{,}865^x \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$	2	L4 K3 K5
P 1.2 Die Anzahl der Sägefische ist jährlich um 13,5% gesunken.	1	L4 K4
P 1.3 $y = 60\,000 \cdot 0{,}865^{28} \qquad y = 1034{,}19$ Im Jahr 2015 beträgt die Anzahl an Sägefischen voraussichtlich 1000.	1	L4 K5
P 1.4 $500 = 60\,000 \cdot 0{,}865^x \qquad x \in \mathbb{R}_0^+$ $\ldots$ $\Leftrightarrow \quad x = 33{,}01 \qquad \mathbb{L} = \{33{,}01\}$ Im Jahr 2020 wird die Anzahl von 500 Sägefischen voraussichtlich erstmals unterschritten.	1	L4 K5

EBENE GEOMETRIE

P 2.1 Zeichnung im Maßstab $1:2$  	1	L3 K4

P 2.2 Ermittlung der Koordinaten des Punktes B_0:

$$\begin{vmatrix} y = 0{,}5x - 4 \\ \wedge \quad y = -2x \end{vmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$\mathbb{L} = \{(1{,}6 \mid -3{,}2)\}$ $\qquad B_0\,(1{,}6 \mid -3{,}2)$

$$A_{\text{Rechteck}\,AB_0C_0D_0} = \sqrt{1{,}6^2 + (-3{,}2)^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1{,}6^2 + (-3{,}2)^2}\ \text{FE}$$

$$A_{\text{Rechteck}\,AB_0C_0D_0} = \frac{1}{2} \cdot \left[1{,}6^2 + (-3{,}2)^2\right] \text{FE} \qquad A_{\text{Rechteck}\,AB_0C_0D_0} = 6{,}4\ \text{FE}$$

4 | L2 K2 K5

P 2.3 $\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OD_n} \oplus \overrightarrow{D_nC_n}$

$$\overrightarrow{AB_n} \xmapsto{A;\varphi=90^\circ} \overrightarrow{AB_n}'$$

$$\overrightarrow{AB_n}'(x) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ 0{,}5x - 4 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AB_n}'(x) = \begin{pmatrix} -0{,}5x + 4 \\ x \end{pmatrix} \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\overrightarrow{OD_n} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB_n}'$$

$$\overrightarrow{OC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -0{,}5x + 4 \\ x \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x \\ 0{,}5x - 4 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{OC_n}(x) = \begin{pmatrix} 0{,}75x + 2 \\ x - 4 \end{pmatrix} \qquad x \in \mathbb{R}$$

$C_n\,(0{,}75x + 2 \mid x - 4)$ $\qquad x \in \mathbb{R}$

4 | L4 K2 K5

RAUMGEOMETRIE

P 3.1

$$\cos(\varepsilon - 45^\circ) = \frac{2\ \text{cm}}{\overline{D_nC}(\varepsilon)} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{D_nC}(\varepsilon) = \frac{2}{\cos(\varepsilon - 45^\circ)}\ \text{cm} \qquad \varepsilon \in \left]45^\circ; 135^\circ\right[$$

2 | L4 K2 K5

P 3.2

$$V = \frac{1}{3} \cdot \overline{MC}^2 \cdot \pi \cdot \overline{MB} + \frac{1}{3} \cdot \overline{MC}^2 \cdot \pi \cdot \overline{MD_n}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \overline{MC}^2 \cdot \pi \cdot \left(\overline{MB} + \overline{MD_n}\right)$$

$$\tan(\varepsilon - 45^\circ) = \frac{\overline{MD_n}(\varepsilon)}{2\ \text{cm}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{MD_n}(\varepsilon) = 2 \cdot \tan(\varepsilon - 45^\circ)\ \text{cm} \qquad \varepsilon \in \left]45^\circ; 135^\circ\right[$$

$$V(\varepsilon) = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \pi \cdot \left[2 + 2 \cdot \tan(\varepsilon - 45^\circ)\right] \text{cm}^3 \qquad \varepsilon \in \left]45^\circ; 135^\circ\right[$$

$$V(\varepsilon) = 2\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot \left[1 + \tan(\varepsilon - 45^\circ)\right] \text{cm}^3$$

3 | L4 K2 K5

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

C 1.1 $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ L4 K5

$\mathbb{W}_f = \{y \mid y > -6\}$ $y \in \mathbb{R}$

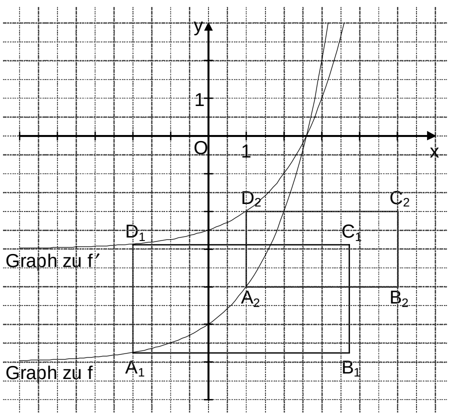
Gleichung der Asymptote h: $y = -6$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

2

C 1.2 L4 K5

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3
$2^x - 6$	–5,94	–5,88	–5,75	–5,5	–5	–4	–2	2

Zeichnung im Maßstab $1:2$ L4 K4



2

C 1.3 $\begin{pmatrix} x' \\ 2^{x'-1} + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 2^x - 6 \end{pmatrix}$ $x' \in \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R};\ k, c \in \mathbb{R}$ L4 K5

$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x' = x \\ \wedge \quad 2^{x'-1} + c = k \cdot (2^x - 6) \end{array} \right.$

$\Rightarrow \quad 0{,}5 \cdot 2^x + c = k \cdot 2^x + k \cdot (-6)$

$\Rightarrow \quad k = 0{,}5;\ c = -3$

f': $y = 2^{x-1} - 3$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Einzeichnen des Graphen zu f' L4 K4

3

C 1.4 $\begin{pmatrix} x' \\ 2^{x'-1} - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2^x - 6 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $x' \in \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R};\ a, b \in \mathbb{R}$ L4 K5

$$\Leftrightarrow \quad \left| \begin{array}{l} x' = x + a \\ \wedge \quad 2^{x'-1} - 3 = 2^{x} - 6 + b \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad 2^{x+a-1} - 3 = 2^{x} - 6 + b$$

$$\Rightarrow \quad a = 1;\ b = 3 \qquad \overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2

C 1.5 Einzeichnen der Rechtecke $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ — L3 K4

$$2^{x} - 6 = 2^{x-1} - 3 \qquad x \in \mathbb{R}$$ — L4 K2 K5

$$\ldots$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 2{,}58 \qquad \mathbb{L} = \{2{,}58\}$$

$x < 2{,}58 \ (x \in \mathbb{R})$

3

C 1.6 $\overline{A_nD_n}(x) = \left[2^{x-1} - 3 \; - \; (2^{x} - 6)\right]$ LE $\qquad x < 2{,}58;\ x \in \mathbb{R}$ — L4 K2 K5

$\overline{A_nD_n}(x) = (-0{,}5 \cdot 2^{x} + 3)$ LE

$u(x) = 2 \cdot \left[(-0{,}5 \cdot 2^{x} + 3) + 2 \cdot (-0{,}5 \cdot 2^{x} + 3)\right]$ LE $\qquad x < 2{,}58;\ x \in \mathbb{R}$

$u(x) = 6 \cdot (-0{,}5 \cdot 2^{x} + 3)$ LE

$u(x) = (-3 \cdot 2^{x} + 18)$ LE

Für $x \in \mathbb{R}$ gilt: $2^{x} > 0$ und somit $-3 \cdot 2^{x} < 0 \;\Leftrightarrow\; -3 \cdot 2^{x} + 18 < 18$. — L4 K1 K5
Daraus folgt, dass der Umfang der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ stets kleiner als 18 LE ist.

3

C 1.7 $A(x) = (-0{,}5 \cdot 2^{x} + 3) \cdot \left[2 \cdot (-0{,}5 \cdot 2^{x} + 3)\right]$ FE $\qquad x < 2{,}58;\ x \in \mathbb{R}$ — L4 K2 K5

$A(x) = 2 \cdot (-0{,}5 \cdot 2^{x} + 3)^2$ FE

$$2 \cdot (-0{,}5 \cdot 2^{x} + 3)^2 = 2 \qquad x < 2{,}58;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\ldots$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 2 \qquad (\vee \quad x = 3) \qquad \mathbb{L} = \{2\}$$

2

17

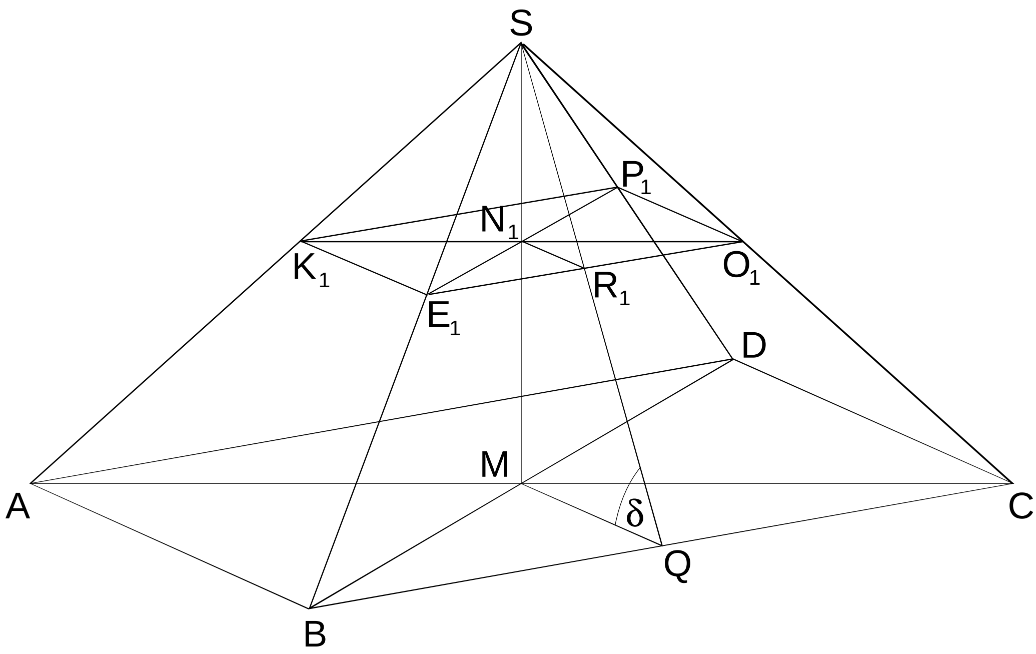
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

RAUMGEOMETRIE		
C 2.1 $\overline{AC} = \overline{AB} \cdot \sqrt{2}$ $\overline{AC} = 325\text{ m}$ 	3	L2 K5 L3 K4
C 2.2 Einzeichnen des Dreiecks QSM $\tan\delta = \dfrac{146\text{ m}}{0{,}5 \cdot 230\text{ m}}$ $\delta = 51{,}8°$ $\delta \in]0°; 90°[$	2	L3 K4 L2 K5
C 2.3 Einzeichnen des Quadrats $K_1E_1O_1P_1$ $A = \overline{K_nE_n}^2$ $\overline{K_nE_n} = 2 \cdot \overline{N_nR_n}$ $\dfrac{\overline{N_nR_n}}{\overline{MQ}} = \dfrac{\overline{N_nS}}{\overline{MS}}$ $\overline{N_nR_n} = \dfrac{\overline{MQ}}{\overline{MS}} \cdot \left(\overline{MS} - \overline{MN_n}\right)$ $A = \left[2 \cdot \dfrac{\overline{MQ}}{\overline{MS}} \cdot \left(\overline{MS} - \overline{MN_n}\right)\right]^2$ $A = \left[\dfrac{\overline{AB}}{\overline{MS}} \cdot \left(\overline{MS} - \overline{MN_n}\right)\right]^2$		L3 K4 L4 K2 K5

$A(x)=\left[\frac{230}{146}\cdot(146-x)\right]^2\ m^2$ $0<x<146;\ x\in\mathbb{R}$ $A(x)=2,48\cdot(146-x)^2\ m^2$	4	
C 2.4 $1000=2,48\cdot(146-x)^2$ $0<x<146;\ x\in\mathbb{R}$ $\dots$ $\Leftrightarrow\quad x=126\qquad(\vee\quad x=166)$ $\mathbb{L}=\{126\}$	2	L4 K5
C 2.5 $A(100)=2,48\cdot(146-100)^2\ m^2$ $\frac{V_{\text{Pyramide ABCDS}}-V_{\text{Pyramide } K_3E_3O_3P_3S}}{V_{\text{Pyramide ABCDS}}}=\frac{\frac{1}{3}\cdot 230^2\cdot 146\ m^3-\frac{1}{3}\cdot 2,48\cdot(146-100)^2\cdot(146-100)\ m^3}{\frac{1}{3}\cdot 230^2\cdot 146\ m^3}$ $\frac{V_{\text{Pyramide ABCDS}}-V_{\text{Pyramide } K_3E_3O_3P_3S}}{V_{\text{Pyramide ABCDS}}}=0,97$ Der Anteil beträgt 97%.	3	L2 K2 K5
C 2.6 $\mathbf{S}MFG_n=\mathbf{S}SQM$ $\mathbf{S}MFG_n=51,8°$ $\frac{\overline{G_nM}(\gamma)}{\sin 51,8°}=\frac{0,5\cdot 230\ m}{\sin(180°-(51,8°+\gamma))}$ $\gamma\in]0°;90°[$ $\overline{G_nM}(\gamma)=\frac{0,5\cdot 230\cdot\sin 51,8°}{\sin(128,2°-\gamma)}\ m$ $\overline{G_nM}(\gamma)=\frac{90,4}{\sin(128,2°-\gamma)}\ m$	3	L4 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.