Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II | **Haupttermin** | **Aufgabe P 1**

Name:________________________ Vorname:________________________

Klasse:______________ Platzziffer:______________ Punkte:______________

P 1 Auf Schraubenpackungen findet man die Angaben über den Schraubendurchmesser und die Schraubenlänge in Millimeter (z. B. 4×10).

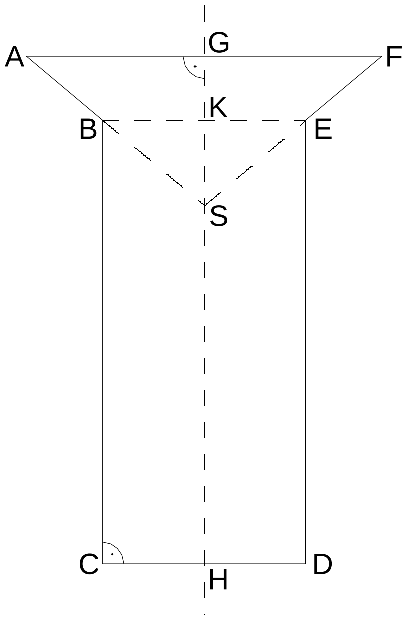
Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Schraubenrohlings.
GH ist die Symmetrieachse.

Es gilt: $\overline{AF} = 7,0\text{ mm}$; $\overline{CD} = 4,0\text{ mm}$;

$\overline{GH} = 10,0\text{ mm}$; $\sphericalangle BAF = 40°$.

Berechnen Sie das Volumen V des Schraubenrohlings. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.

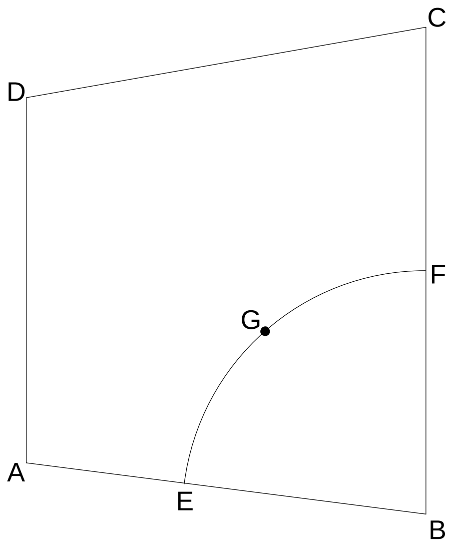
[Teilergebnis: $\overline{KS} = 1,7\text{ mm}$]



5 P

P 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines trapezförmigen Gartengrundstücks mit einer kreissektorförmigen Terrasse.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{BC} = 12{,}00\ \text{m}$; $\overline{CD} = 10{,}00\ \text{m}$;
$\overline{DA} = 9{,}00\ \text{m}$; $\overline{BF} = \overline{BE} = 6{,}00\ \text{m}$;
$\sphericalangle ADC = 100°$; $\sphericalangle DCB = 80°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



P 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD mit dem Kreisbogen $\overset{\frown}{FE}$ im Maßstab $1:100$. 2 P

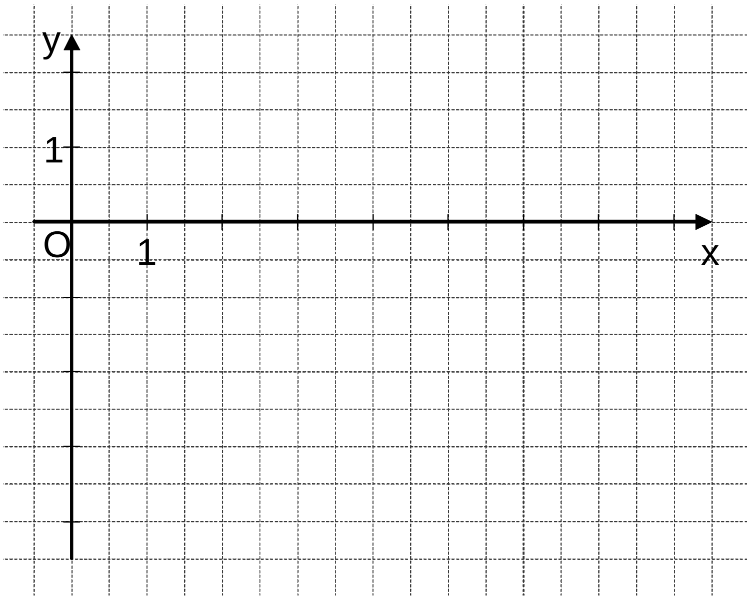
P 2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Terrasse.
[Teilergebnis: $\sphericalangle CBA = 82,69°$] 5 P

P 2.3 Im Plan zeigt der Punkt G die Lage einer Steckdose, zu der vom Punkt E aus eine geradlinig verlegte Stromleitung führt. Es gilt: $\overline{EG} = \overline{FG}$.
Berechnen Sie die Länge der Strecke [EG]. 2 P

P 3.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = -\frac{4}{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^-$.

P 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$-\frac{4}{x}$								



P 3.2 Punkte $P_n\left(x \,\middle|\, -\frac{4}{x}\right)$ liegen auf dem Graphen zu f und sind zusammen mit den Punkten $O(0|0)$ und $Q(3|2)$ die Eckpunkte von Dreiecken OP_nQ.
Zeichnen Sie für $x = 4$ das Dreieck OP_1Q in das Koordinatensystem zu 3.1 ein und berechnen Sie den Flächeninhalt A der Dreiecke OP_nQ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte P_n. 3 P

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgaben P 1 - 3**

Lösungsmuster und Bewertung

RAUMGEOMETRIE

L2 K2 K3 K5

P 1 $V = V_{\text{Zylinder}} + V_{\text{großer Kegel}} - V_{\text{kleiner Kegel}}$

$\tan \sphericalangle SAG = \dfrac{\overline{GS}}{\overline{AG}}$ $\quad \overline{GS} = 3{,}5 \cdot \tan 40° \text{ mm}$ $\quad \overline{GS} = 2{,}9 \text{ mm}$

$\dfrac{\overline{KS}}{\overline{GS}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AF}}$ $\quad \overline{KS} = \dfrac{4{,}0}{7{,}0} \cdot 2{,}9 \text{ mm}$ $\quad \overline{KS} = 1{,}7 \text{ mm}$

$$V = \left[2{,}0^2 \cdot \pi \cdot (10{,}0 - (2{,}9 - 1{,}7)) + \frac{1}{3} \cdot 3{,}5^2 \cdot \pi \cdot 2{,}9 - \frac{1}{3} \cdot 2{,}0^2 \cdot \pi \cdot 1{,}7\right] \text{mm}^3$$

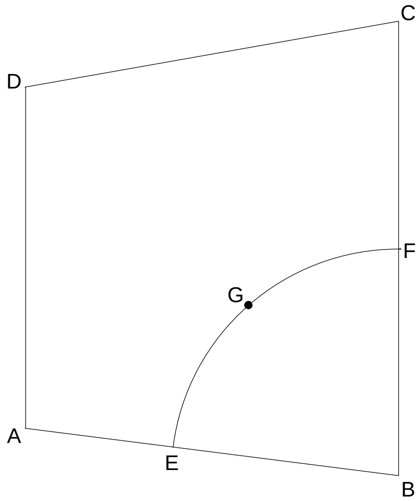
$V = 140{,}7 \text{ mm}^3$

5

EBENE GEOMETRIE

L3 K4

P 2.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 200



2

L2 K2 K5

P 2.2 $\overline{AC} = \sqrt{9{,}00^2 + 10{,}00^2 - 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10{,}00 \cdot \cos 100°} \text{ m}$ $\quad \overline{AC} = 14{,}57 \text{ m}$

$\dfrac{\sin \sphericalangle DCA}{9{,}00 \text{ m}} = \dfrac{\sin 100°}{14{,}57 \text{ m}}$ $\quad \sphericalangle DCA = 37{,}47°$ $\quad \sphericalangle DCA \in \,]0°; 90°[$

$\overline{AB} = \sqrt{14{,}57^2 + 12{,}00^2 - 2 \cdot 14{,}57 \cdot 12{,}00 \cdot \cos(80° - 37{,}47°)} \text{ m}$

$\overline{AB} = 9{,}93 \text{ m}$

$\cos \sphericalangle CBA = \dfrac{12{,}00^2 + 9{,}93^2 - 14{,}57^2}{2 \cdot 12{,}00 \cdot 9{,}93}$ $\quad \sphericalangle CBA = 82{,}69°$ $\quad \sphericalangle CBA \in \,]0°; 90°[$

$A = 6{,}00^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{82{,}69°}{360°} \text{ m}^2$ $\quad A = 25{,}98 \text{ m}^2$

5

P 2.3 $\sphericalangle GBE = \dfrac{\sphericalangle CBA}{2}$

$$\overline{EG} = \sqrt{6{,}00^2 + 6{,}00^2 - 2 \cdot 6{,}00 \cdot 6{,}00 \cdot \cos\left(\frac{82{,}69}{2}\right)^\circ} \text{ m} \qquad \overline{EG} = 4{,}24 \text{ m}$$

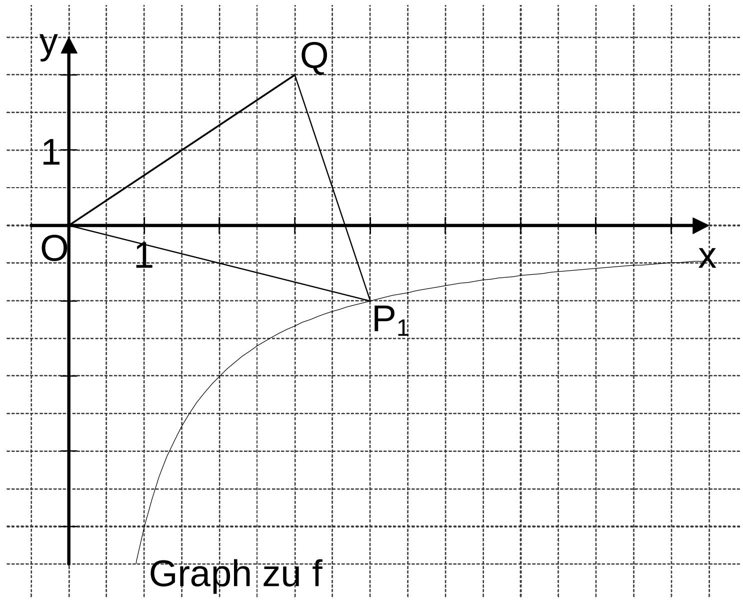
L2 K2 K5 | 2

FUNKTIONEN

P 3.1

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$-\frac{4}{x}$	-4	-2	$-1{,}33$	-1	$-0{,}8$	$-0{,}67$	$-0{,}57$	$-0{,}5$

L4 K5



L4 K4 | 2

P 3.2 Einzeichnen des Dreiecks OP_1Q

L3 K4

$$\overrightarrow{OP_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ -\frac{4}{x} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad x \in \mathbb{R}^+$$

$$A(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x & 3 \\ -\frac{4}{x} & 2 \end{vmatrix} \text{FE} \qquad A(x) = \left(x + \frac{6}{x}\right) \text{FE} \qquad x \in \mathbb{R}^+$$

L4 K2 K5 | 3

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $A(-2|3)$ und $C(6|3)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=0,5x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y=-0,25x+5,5$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

A 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y=0,5x^2-2x-3$ hat und zeichnen Sie die Parabel p sowie die Gerade g für $x\in[-3;7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 8$; $-6\leqq y\leqq 8$. 4 P

A 1.2 Punkte $B_n(x|0,5x^2-2x-3)$ auf der Parabel p und Punkte $D_n(x|-0,25x+5,5)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind für $x\in]-2;6[$ zusammen mit den Punkten A und C die Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n.
Zeichnen Sie das Viereck AB_1CD_1 für $x=-1$ und das Viereck AB_2CD_2 für $x=3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Vierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
[Ergebnis: $A(x)=(-2x^2+7x+34)$ FE] 4 P

A 1.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x die zugehörigen Vierecke einen Flächeninhalt von 38,5 FE haben. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

A 1.5 Die Vierecke AB_3CD_3 und AB_4CD_4 sind Drachenvierecke mit der Geraden AC als Symmetrieachse.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte B_3 und B_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 4 P

A 1.6 Das Viereck AB_5CD_5 ist ebenfalls ein Drachenviereck.
Zeichnen Sie das Drachenviereck AB_5CD_5 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

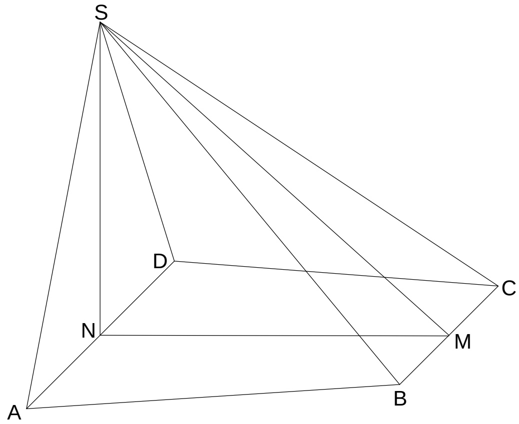
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das gleichschenklige Trapez ABCD mit AD || BC ist.
Der Mittelpunkt der Kante [BC] ist der Punkt M, der Mittelpunkt der Kante [AD] ist der Punkt N.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt N.
Es gilt: $\overline{AD} = 12\text{ cm}$; $\overline{BC} = 8\text{ cm}$;
$\overline{NM} = 10\text{ cm}$; $\overline{NS} = 9\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [NM] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels SMN.
[Ergebnis: $\varepsilon = 41{,}99°$] 3 P

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [MS] mit $\overline{MP_n} = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R}^+)$ und sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$. Punkte F_n sind die Fußpunkte der Pyramidenhöhen $[P_nF_n]$.
Zeichnen Sie für $x = 5$ die Pyramide $ABCDP_1$ und ihre Höhe $[P_1F_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch, für welche Werte von x Pyramiden $ABCDP_n$ existieren. 2 P

A 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seitenflächen AP_nD in Abhängigkeit von x und weisen Sie sodann durch Rechnung nach, dass für keinen Wert von x der Flächeninhalt der Seitenflächen AP_nD und BCP_n gleich ist.
[Teilergebnis: $\overline{NP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 14{,}87x + 100}\text{ cm}$] 5 P

A 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von x gilt:
$V(x) = 22{,}33x\text{ cm}^3$. 3 P

A 2.5 In der Pyramide $ABCDP_2$ gilt: $\sphericalangle MNP_2 = 60°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x.
Ermitteln Sie sodann rechnerisch den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $ABCDP_2$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $A(-2\,|\,-3)$ und $C(5\,|\,0{,}5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + 2x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $c \in \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + 2x + 3$ hat und zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-3; 7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 8$; $-8 \leqq y \leqq 6$. 3 P

B 1.2 Punkte $D_n(x\,|\,-0{,}5x^2 + 2x + 3)$ auf der Parabel p sind für $x \in \,]-2; 5[$ zusammen mit den Punkten A und C und Punkten B_n die Eckpunkte von Parallelogrammen AB_nCD_n.
Zeichnen Sie das Parallelogramm AB_1CD_1 für $x = -0{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob das Parallelogramm AB_1CD_1 ein Rechteck ist. 4 P

B 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Parallelogramme AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte D_n.
[Ergebnis: $A(x) = (-3{,}5x^2 + 10{,}5x + 35)$ FE] 3 P

B 1.4 Unter den Parallelogrammen AB_nCD_n besitzt das Parallelogramm AB_0CD_0 den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D_0. 2 P

B 1.5 Im Parallelogramm AB_2CD_2 hat der Winkel CAD_2 das Maß 25°.
Zeichnen Sie das Parallelogramm AB_2CD_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes D_2. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Teilergebnis: $m_{AD_2} = 1{,}26$] 5 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

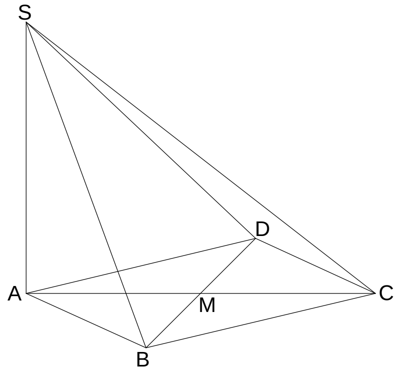
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist. Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen ist der Punkt M.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt A.
Es gilt: $\overline{AC} = 9\text{ cm}$; $\overline{BD} = 8\text{ cm}$;
$\overline{AS} = 7\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [SC] und das Maß φ des Winkels SCA.
[Ergebnisse: $\overline{SC} = 11{,}40\text{ cm}$; $\varphi = 37{,}87°$] 4 P

B 2.2 Punkte $Z_n \in [SC]$ mit $\overline{Z_nC} = x\text{ cm}$ $(x < 11{,}40;\ x \in \mathbb{R}^+)$ sind die Spitzen von Pyramiden $BCDZ_n$.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCDZ_1$ für $x = 2$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels CMZ_1. 3 P

B 2.3 Für die Pyramide $BCDZ_2$ gilt: $MZ_2 \perp AC$.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCDZ_2$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Begründen Sie sodann, dass für die Pyramide $BCDZ_2$ gilt: $\overline{SZ_2} = \overline{Z_2C}$. 3 P

B 2.4 In der Pyramide $BCDZ_3$ gilt: $\sphericalangle CMZ_3 = 110°$.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCDZ_3$ und ihre Höhe $[Z_3F]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[Z_3C]$.
[Ergebnis: $\overline{Z_3C} = 7{,}95\text{ cm}$] 3 P

B 2.5 Ermitteln Sie durch Rechnung den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $BCDZ_3$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = -0,3x^2 + 2,1x + 1,2$ und die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 mit der Gleichung $y = -x^2 + 8x - 6$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

C 1.1 Zeigen Sie, dass die Parabel p_1 den Scheitel $S_1(3,5 \mid 4,875)$ hat.
Erstellen Sie sodann für die Parabel p_1 eine Wertetabelle für $x \in [0; 7]$ mit $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 9$; $-3 \leqq y \leqq 11$. 4 P

C 1.2 Punkte $A_n(x \mid -0,3x^2 + 2,1x + 1,2)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $C_n(x \mid -x^2 + 8x - 6)$ auf der Parabel p_2 sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit $\overline{B_nD_n} = 2$ LE. Die Punkte A_n und C_n haben dieselbe Abszisse x und es gilt: $y_{A_n} < y_{C_n}$.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

C 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, für welche Belegungen von x es Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

C 1.4 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade B_2C_2 eine Tangente an die Parabel p_2 ist.
[Teilergebnis: $B_2(6 \mid 6,6)$] 4 P

C 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Diagonalen $[A_nC_n]$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt:
$\overline{A_nC_n}(x) = (-0,7x^2 + 5,9x - 7,2)$ LE. 1 P

C 1.6 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ hat die Raute $A_0B_0C_0D_0$ den maximalen Flächeninhalt. Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x und den Flächeninhalt der Raute $A_0B_0C_0D_0$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

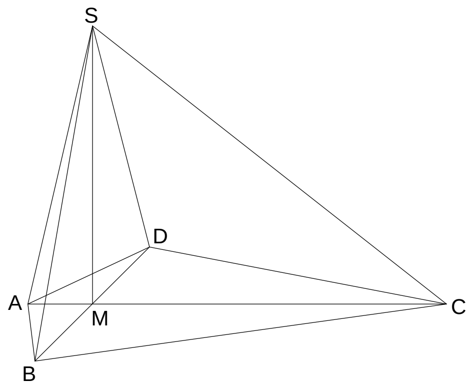
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist. Die beiden Diagonalen schneiden sich im Punkt M mit $\overline{AM} = 2\text{ cm}$.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt M.
Es gilt: $\overline{AC} = 13\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$;
$\overline{SC} = 14\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

C 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß γ des Winkels SCA und die Länge der Pyramidenhöhe [MS].
[Ergebnisse: $\gamma = 38{,}21°$; $\overline{MS} = 8{,}66\text{ cm}$] 4 P

C 2.2 Punkte $E_n \in [SA]$, $F_n \in [SB]$, $G_n \in [SC]$ und $H_n \in [SD]$ sind die Eckpunkte von Drachenvierecken $E_nF_nG_nH_n$. Die Diagonalen $[E_nG_n]$ und $[F_nH_n]$ der Drachenvierecke $E_nF_nG_nH_n$ schneiden sich in den Punkten P_n und verlaufen jeweils parallel zu den Diagonalen [AC] und [BD] des Drachenvierecks ABCD.
Es gilt: $\overline{SG_n} = x\text{ cm}$ mit $x < 14$; $x \in \mathbb{R}^+$.
Die Punkte E_n, F_n, G_n und H_n und der Punkt $R \in [AC]$ mit $\overline{RC} = 8\text{ cm}$ legen Pyramiden $E_nF_nG_nH_nR$ fest. Punkte N_n auf den Geraden E_nG_n sind die Fußpunkte der Pyramidenhöhen $[N_nR]$.
Zeichnen Sie für $x = 7{,}5$ die Pyramide $E_1F_1G_1H_1R$ und ihre Höhe $[N_1R]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 2 P

C 2.3 Berechnen Sie die Länge der Seitenkante $[RG_1]$ und das Maß ε des Winkels CRG_1.
[Ergebnis: $\varepsilon = 54{,}31°$] 4 P

C 2.4 Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide $E_1F_1G_1H_1R$ durch Rechnung.
[Teilergebnis: $\overline{N_1R} = 4{,}02\text{ cm}$] 5 P

C 2.5 Das Volumen der Pyramide $E_2F_2G_2H_2R$ ist halb so groß wie das Volumen der Pyramide $E_2F_2G_2H_2S$.
Begründen Sie, dass die Höhe der Pyramide $E_2F_2G_2H_2R$ folglich halb so lang wie die Höhe der Pyramide $E_2F_2G_2H_2S$ ist. 2 P

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

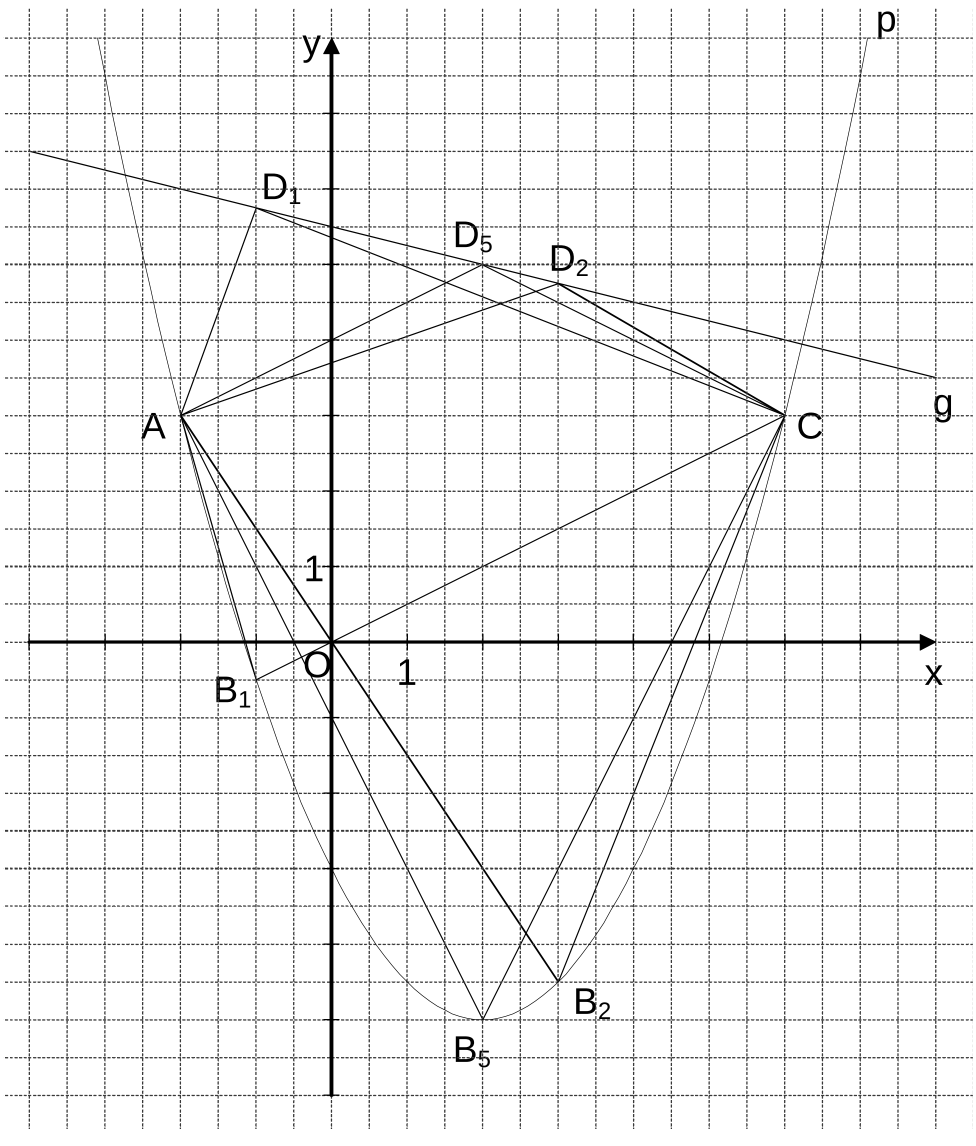
A 1.1 $A(-2|3) \in p$ und $C(6|3) \in p$: L4 K5

$$\left| \begin{array}{l} 3 = 0{,}5 \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ \wedge \; 3 = 0{,}5 \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c \end{array} \right. \qquad b, c \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} b = -2 \\ \wedge \; c = -3 \end{array} \right. \qquad \mathbb{L}(b|c) = \{(-2|-3)\}$$

p: $y = 0{,}5x^2 - 2x - 3$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

L4 K4



A 1.2 Einzeichnen der Vierecke AB_1CD_1 und AB_2CD_2

2 — L3 K4

A 1.3 $A = A_{\Delta AB_nC} + A_{\Delta ACD_n}$

$$\overrightarrow{AB_n}(x) = \begin{pmatrix} x+2 \\ 0,5x^2-2x-6 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD_n}(x) = \begin{pmatrix} x+2 \\ -0,25x+2,5 \end{pmatrix} \qquad x \in \,]-2;6[\,;\ x \in \mathbb{R}$$

$$A(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x+2 & 8 \\ 0,5x^2-2x-6 & 0 \end{vmatrix} FE + \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 8 & x+2 \\ 0 & -0,25x+2,5 \end{vmatrix} FE$$

$$A(x) = \frac{1}{2} \cdot \left[-(0,5x^2-2x-6) \cdot 8 + 8 \cdot (-0,25x+2,5)\right] FE$$

$$A(x) = (-2x^2+7x+34)\ FE \qquad x \in \,]-2;6[\,;\ x \in \mathbb{R}$$

4 — L4 K2 K5

A 1.4 $-2x^2+7x+34 = 38,5 \qquad x \in \,]-2;6[\,;\ x \in \mathbb{R}$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad x = 0,85 \quad \vee \quad x = 2,65 \qquad \mathbb{L} = \{0,85;\ 2,65\}$

2 — L4 K5

A 1.5 Da die Gerade AC die Symmetrieachse der Drachenvierecke AB_3CD_3 und AB_4CD_4 ist, muss gelten:

$$A_{\Delta AB_nC} = A_{\Delta ACD_n}$$

$$A_{\Delta AB_nC}(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x+2 & 8 \\ 0,5x^2-2x-6 & 0 \end{vmatrix} FE$$

$$A_{\Delta ACD_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 8 & x+2 \\ 0 & -0,25x+2,5 \end{vmatrix} FE \qquad x \in \,]-2;6[\,;\ x \in \mathbb{R}$$

$$-2x^2+8x+24 = -x+10 \qquad x \in \,]-2;6[\,;\ x \in \mathbb{R}$$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad x = -1,22 \quad \vee \quad x = 5,72 \qquad \mathbb{L} = \{-1,22;\ 5,72\}$

4 — L4 K2 K5

A 1.6 Einzeichnen des Drachenvierecks AB_5CD_5

1 — L3 K2

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

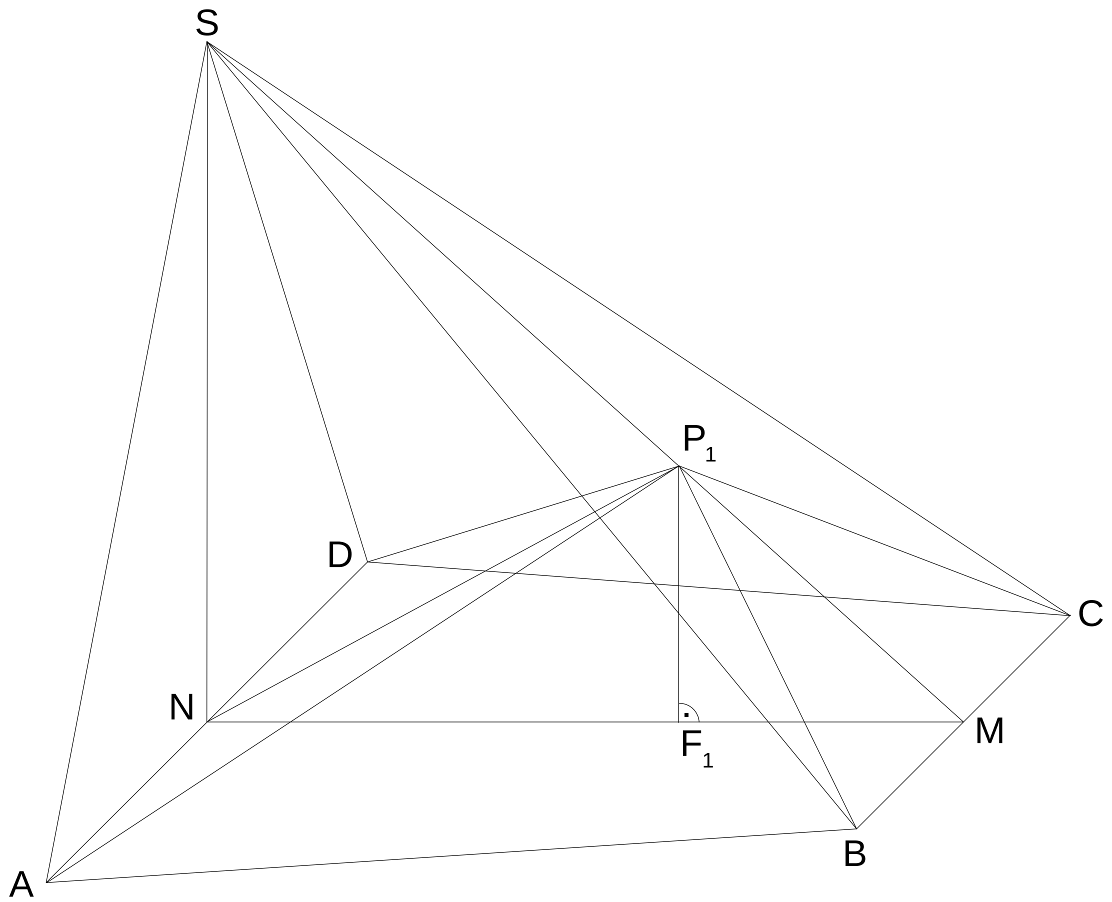
Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

RAUMGEOMETRIE

A 2.1 L3 K4



$\tan\varepsilon = \frac{9\text{ cm}}{10\text{ cm}}$ $\varepsilon = 41{,}99°$ $\varepsilon \in]0°;90°[$ L2 K5

3

A 2.2 Einzeichnen der Pyramide $ABCDP_1$ und ihrer Höhe $[P_1F_1]$ L3 K4

$\overline{MS} = \sqrt{10^2 + 9^2}$ cm $\overline{MS} = 13{,}45$ cm $x \leqq 13{,}45 \ \ (x \in \mathbb{R}^+)$ L3 K2 K5

2

A 2.3 $A_{\Delta AP_nD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{NP_n}$ L4 K2 K5

$\overline{NP_n}^2 = \overline{NM}^2 + \overline{MP_n}^2 - 2 \cdot \overline{NM} \cdot \overline{MP_n} \cdot \cos \sphericalangle SP_nMN$

$\overline{NP_n}(x) = \sqrt{10^2 + x^2 - 2 \cdot 10 \cdot x \cdot \cos 41{,}99°}$ cm $x \leqq 13{,}45;\ x \in \mathbb{R}^+$

$\overline{NP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 14{,}87x + 100}$ cm

$A_{\Delta AP_nD}(x) = 6 \cdot \sqrt{x^2 - 14{,}87x + 100}\ \text{cm}^2 \qquad x \leqq 13{,}45;\ x \in \mathbb{R}^+$

$A_{\Delta AP_nD} = A_{\Delta BCP_n} \qquad A_{\Delta BCP_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{MP_n}$

$6 \cdot \sqrt{x^2 - 14{,}87x + 100} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot x \qquad x \leqq 13{,}45;\ x \in \mathbb{R}^+$

$\Leftrightarrow \quad \frac{5}{9}x^2 - 14{,}87x + 100 = 0$

$\ldots \qquad \mathbb{L} = \emptyset$

L4 K1 K5 — 5

A 2.4 $V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \right) \cdot \overline{NM} \cdot \overline{P_nF_n}$

$\frac{\overline{P_nF_n}(x)}{9\ \text{cm}} = \frac{x\ \text{cm}}{13{,}45\ \text{cm}} \qquad \overline{P_nF_n}(x) = 0{,}67\,x\ \text{cm} \qquad x \leqq 13{,}45;\ x \in \mathbb{R}^+$

$V(x) = 22{,}33\,x\ \text{cm}^3 \qquad x \leqq 13{,}45;\ x \in \mathbb{R}^+$

L4 K2 K5 — 3

A 2.5 $\overline{MP_2} = x\ \text{cm} \qquad x \leqq 13{,}45;\ x \in \mathbb{R}^+$

$\frac{x\ \text{cm}}{\sin 60°} = \frac{10\ \text{cm}}{\sin(180° - (60° + 41{,}99°))}$

$x = 8{,}85$

L3 K2 K5

$V_{\text{Pyramide}\,ABCDP_2} = 22{,}33 \cdot 8{,}85\ \text{cm}^3$

$V_{\text{Pyramide}\,ABCDP_2} = 197{,}62\ \text{cm}^3$

$V_{\text{Pyramide}\,ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \right) \cdot \overline{NM} \cdot \overline{NS}$

$V_{\text{Pyramide}\,ABCDS} = 300\ \text{cm}^3$

$\frac{V_{\text{Pyramide}\,ABCDP_2}}{V_{\text{Pyramide}\,ABCDS}} = 0{,}66$

Der Anteil beträgt 66%.

L2 K2 K5 — 4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

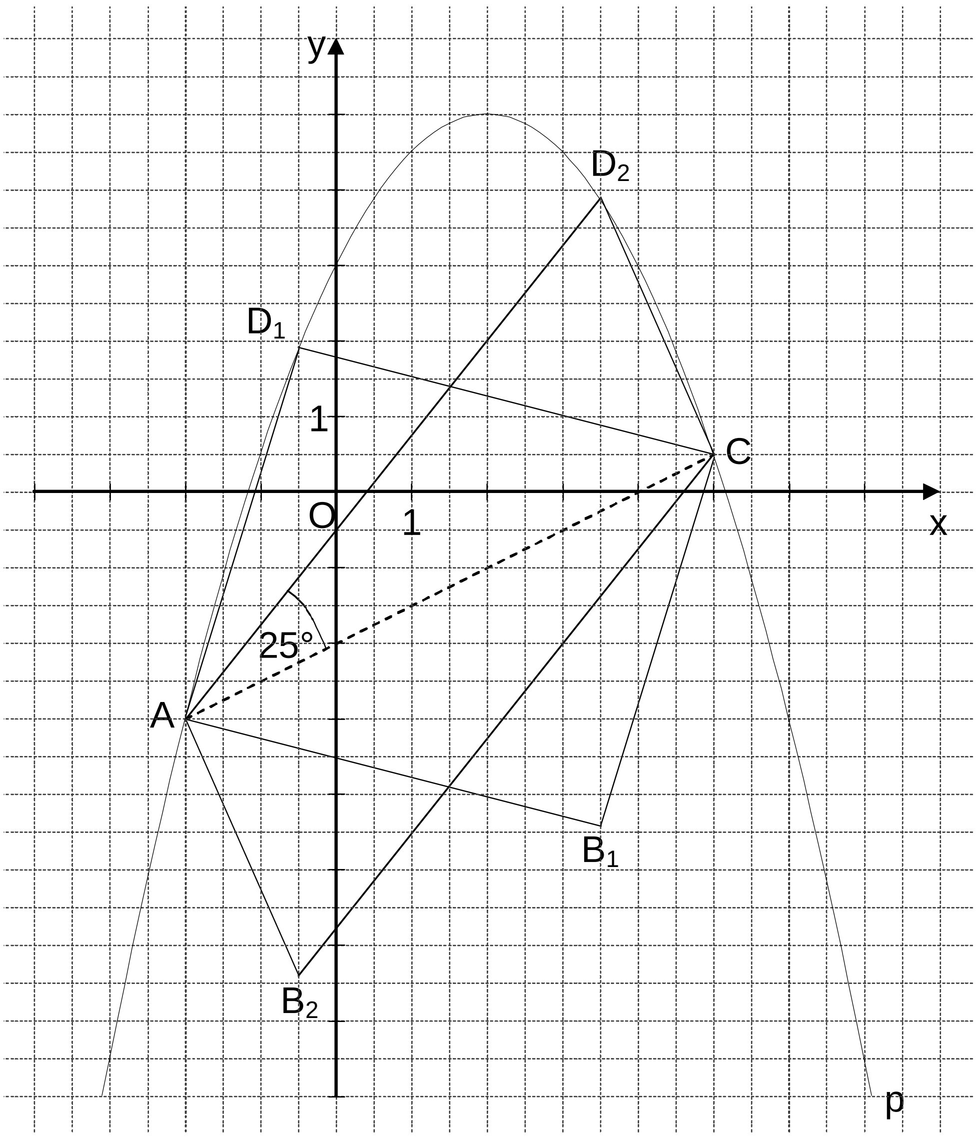
B 1.1 $A(-2|-3) \in p$ und $C(5|0,5) \in p$: L4 K5

$$\begin{array}{|l} -3 = a \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) + c \\ \wedge \quad 0,5 = a \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + c \end{array} \qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ c \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{|l} a = -0,5 \\ \wedge \quad c = 3 \end{array} \qquad \mathbb{L}(a|c) = \{(-0,5|3)\}$$

p: $y = -0,5x^2 + 2x + 3$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

L4 K4



B 1.2 Einzeichnen des Parallelogramms AB_1CD_1 $D_1(-0,5 \mid 1,875)$ $\overrightarrow{AD_1} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 4,875 \end{pmatrix} \Rightarrow m_{AD_1} = 3,25 \qquad \overrightarrow{CD_1} = \begin{pmatrix} -5,5 \\ 1,375 \end{pmatrix} \Rightarrow m_{CD_1} = -0,25$ $m_{AD_1} \cdot m_{CD_1} = -0,8125 \Rightarrow$ Das Parallelogramm AB_1CD_1 ist kein Rechteck.	4	L3 K4 L3 K1 K5
B 1.3 $A = 2 \cdot A_{\Delta ACD_n}$ $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3,5 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AD_n} = \begin{pmatrix} x+2 \\ -0,5x^2+2x+6 \end{pmatrix} \qquad x \in \,]-2;5[\,;\ x \in \mathbb{R}$ $A(x) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & x+2 \\ 3,5 & -0,5x^2+2x+6 \end{vmatrix}$ FE $\qquad x \in \,]-2;5[\,;\ x \in \mathbb{R}$ $A(x) = \left[7 \cdot (-0,5x^2+2x+6) - 3,5 \cdot (x+2)\right]$ FE $A(x) = (-3,5x^2+10,5x+35)$ FE	3	L4 K2 K5
B 1.4 $A(x) = (-3,5x^2+10,5x+35)$ FE $\qquad x \in \,]-2;5[\,;\ x \in \mathbb{R}$ ... A_{max} für $x = 1,5 \qquad D_0(1,5 \mid 4,875)$	2	L4 K5
B 1.5 Einzeichnen des Parallelogramms AB_2CD_2 $\tan\varphi = m_{AC} \qquad m_{AC} = \frac{-3-0,5}{-2-5}$ $\varphi = 26,57° \qquad \varphi \in \,]0°;90°[$ $m_{AD_2} = \tan(26,57° + 25°) \qquad m_{AD_2} = 1,26$ AD_2: $y = 1,26 \cdot (x+2) - 3 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ AD_2: $y = 1,26x - 0,48$ $1,26x - 0,48 = -0,5x^2 + 2x + 3 \qquad x \in \,]-2;5[\,;\ x \in \mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow \quad (x = -2 \quad \vee) \quad x = 3,48 \qquad \mathbb{L} = \{3,48\}$	5	L3 K4 L4 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

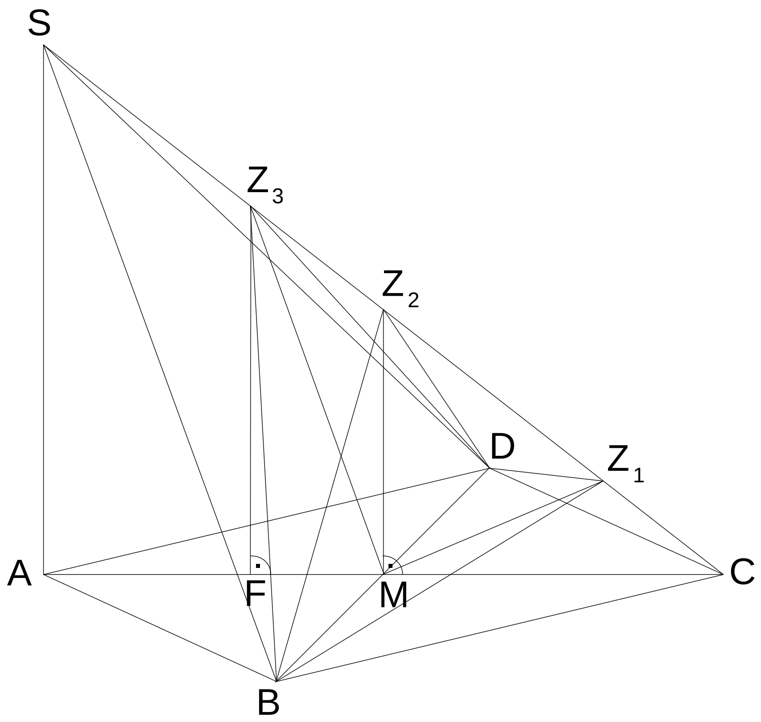
Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 L3 K4



L2 K5

$\overline{SC} = \sqrt{9^2 + 7^2}$ cm $\qquad \overline{SC} = 11,40$ cm

$\tan\varphi = \dfrac{7\text{ cm}}{9\text{ cm}}$ $\qquad \varphi = 37,87°$ $\qquad \varphi \in]0°;90°[$

4

B 2.2 Einzeichnen der Pyramide $BCDZ_1$ L3 K4

L2 K2 K5

$\dfrac{\sin\varepsilon}{\overline{Z_1C}} = \dfrac{\sin\varphi}{\overline{MZ_1}}$

$\overline{MZ_1} = \sqrt{4,5^2 + 2^2 - 2\cdot 4,5\cdot 2\cdot\cos 37,87°}$ cm $\qquad \overline{MZ_1} = 3,17$ cm

$\dfrac{\sin\varepsilon}{2\text{ cm}} = \dfrac{\sin 37,87°}{3,17\text{ cm}}$ $\qquad \varepsilon = 22,79°$ $\qquad \varepsilon \in]0°;90°[$

3

B 2.3 Einzeichnen der Pyramide $BCDZ_2$ L3 K4

L3 K1

$MZ_2 \parallel AS$.

Da der Punkt M der Mittelpunkt der Strecke [CA] ist, muss nach dem Vierstreckensatz der Punkt Z_2 der Mittelpunkt der Strecke [CS] sein.

Damit gilt: $\overline{SZ_2} = \overline{Z_2C}$.

3

B 2.4 Einzeichnen der Pyramide $BCDZ_3$ und ihrer Höhe $[Z_3F]$ $\frac{\overline{Z_3C}}{\sin \measuredangle CMZ_3} = \frac{\overline{MC}}{\sin \measuredangle MZ_3C}$ $\frac{\overline{Z_3C}}{\sin 110°} = \frac{4{,}5\text{ cm}}{\sin(180° - (37{,}87° + 110°))}$ $\overline{Z_3C} = 7{,}95\text{ cm}$	3	L3 K4 L2 K2 K5
B 2.5 $\frac{V_{\text{Pyramide BCDZ}_3}}{V_{\text{Pyramide ABCDS}}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD}\right) \cdot \overline{Z_3F}}{\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD}\right) \cdot \overline{AS}}$ $\sin \varphi = \frac{\overline{Z_3F}}{\overline{Z_3C}}$ $\qquad$ $\overline{Z_3F} = 4{,}88\text{ cm}$ $\frac{V_{\text{Pyramide BCDZ}_3}}{V_{\text{Pyramide ABCDS}}} = 0{,}35$ Der Anteil beträgt 35%.	4	L2 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe C 1**

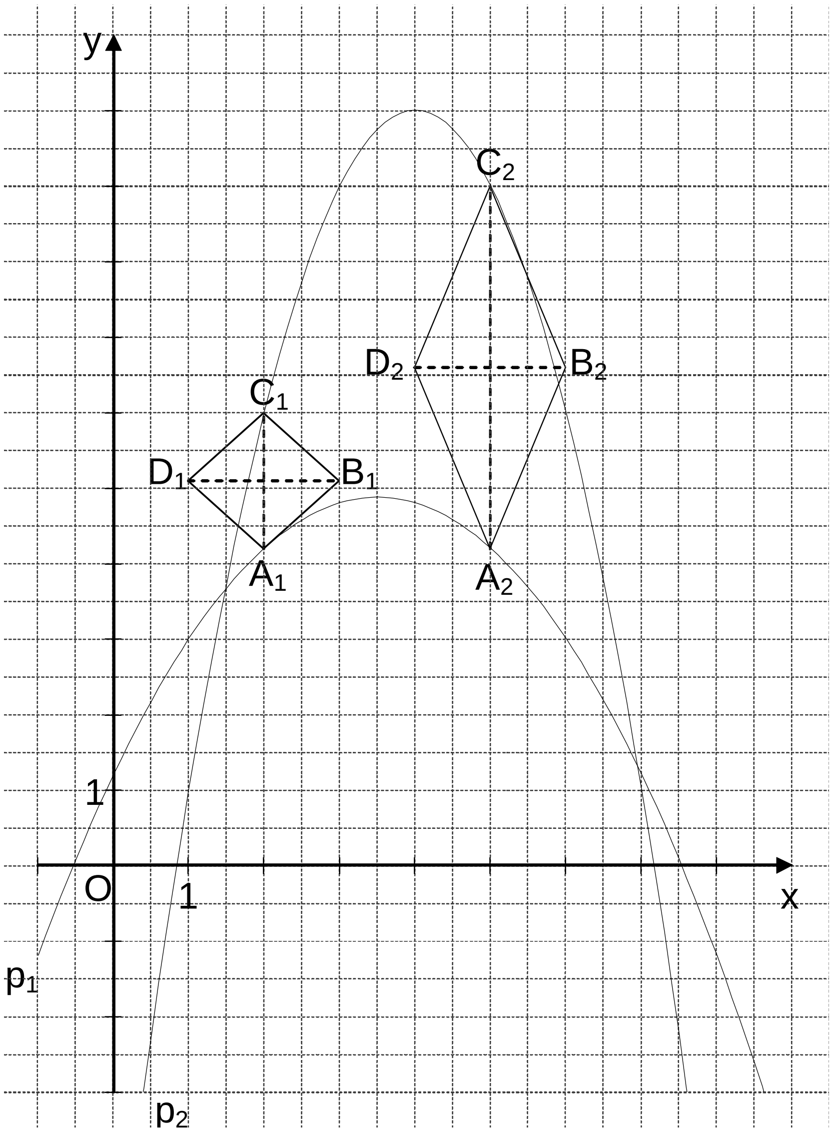
Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

C 1.1 $S_1\left(-\frac{2{,}1}{2\cdot(-0{,}3)}\,\middle|\,1{,}2-\frac{2{,}1^2}{4\cdot(-0{,}3)}\right)$ $S_1(3{,}5\,|\,4{,}875)$ L4 K5

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$-0{,}3x^2+2{,}1x+1{,}2$	1,2	3	4,2	4,8	4,8	4,2	3	1,2

L4 K4



4

C 1.2 Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ L3 K4 2

C 1.3	$-0{,}3x^2+2{,}1x+1{,}2=-x^2+8x-6$ $\dots$ $\Leftrightarrow \quad x=1{,}48 \quad \vee \quad x=6{,}95$ $1{,}48<x<6{,}95 \ \ (x\in\mathbb{R})$	$x\in\mathbb{R}$ $\mathbb{L}=\{1{,}48;\,6{,}95\}$	3	L4 K2 K5
C 1.4	$B_2\left(5+1\,\middle\vert\,4{,}2+\frac{9-4{,}2}{2}\right)$ $C_2(5\vert 9)$ B_2C_2: $y=\frac{9-6{,}6}{5-6}\cdot(x-6)+6{,}6$ B_2C_2: $y=-2{,}4x+21$ $-2{,}4x+21=-x^2+8x-6$ $\Leftrightarrow \quad x^2-10{,}4x+27=0$ $D\neq 0 \quad\Rightarrow$ Die Gerade B_2C_2 ist keine Tangente an p_2.	$B_2(6\vert 6{,}6)$ $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ $1{,}48<x<6{,}95;\ x\in\mathbb{R}$	4	L4 K1 K5
C 1.5	$\overline{A_nC_n}(x)=[-x^2+8x-6\ -\ (-0{,}3x^2+2{,}1x+1{,}2)]$ LE $\overline{A_nC_n}(x)=(-0{,}7x^2+5{,}9x-7{,}2)$ LE	$1{,}48<x<6{,}95;\ x\in\mathbb{R}$	1	L4 K5
C 1.6	$A=\frac{1}{2}\cdot\overline{A_nC_n}\cdot\overline{B_nD_n}$ $A(x)=\frac{1}{2}\cdot(-0{,}7x^2+5{,}9x-7{,}2)\cdot 2$ FE $A(x)=(-0{,}7x^2+5{,}9x-7{,}2)$ FE $\dots$ Für $x=4{,}21$ gilt: $A_{\text{Raute}\,A_0B_0C_0D_0}=5{,}23$ FE.	 $1{,}48<x<6{,}95;\ x\in\mathbb{R}$	3	L4 K2 K5
			17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

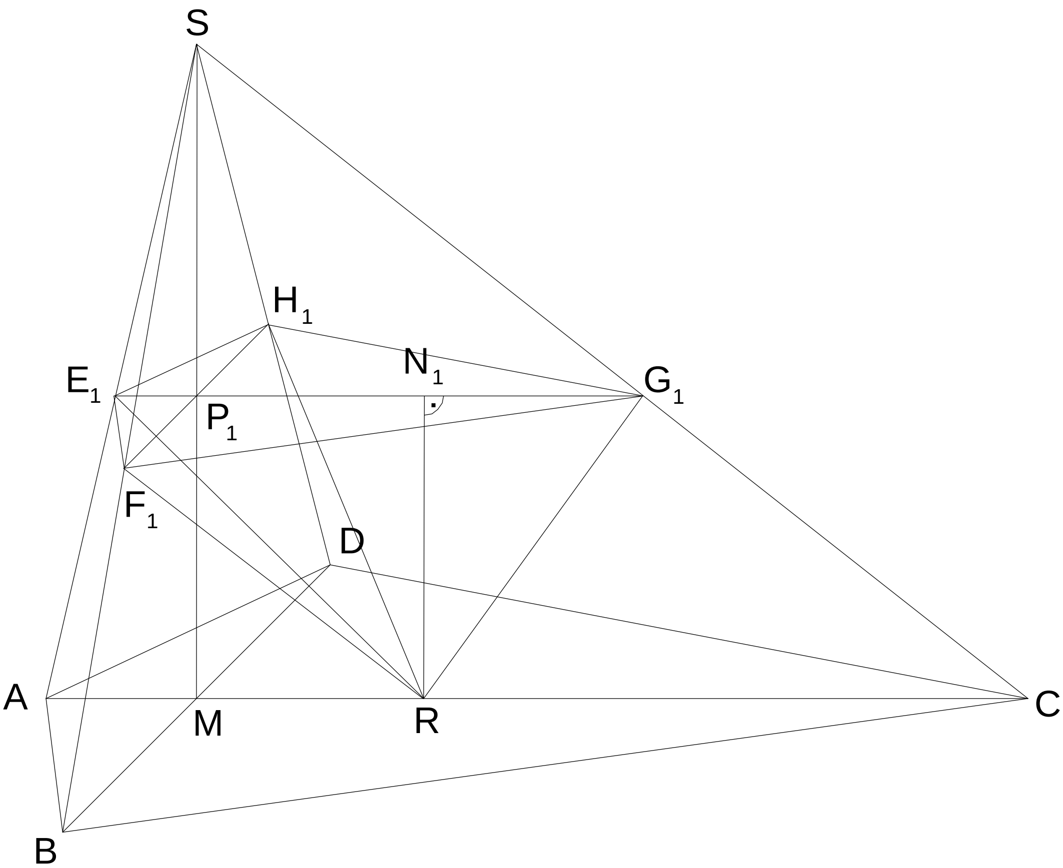
Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II | **Haupttermin** | **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

RAUMGEOMETRIE

C 2.1 (L3, K4)



$\cos\gamma = \frac{(13-2)\text{ cm}}{14\text{ cm}}$ $\gamma = 38{,}21°$ $\gamma \in]0°;90°[$ (L2, K2, K5)

$\overline{MS} = \sqrt{14^2 - 11^2}\text{ cm}$ $\overline{MS} = 8{,}66\text{ cm}$

4

C 2.2 Einzeichnen der Pyramide $E_1F_1G_1H_1R$ und ihrer Höhe $[N_1R]$ (L3, K4, K6)

2

C 2.3 $\overline{RG_1}^2 = \overline{RC}^2 + \overline{G_1C}^2 - 2\cdot\overline{RC}\cdot\overline{G_1C}\cdot\cos\gamma$ $\overline{G_1C} = \overline{SC} - \overline{SG_1}$ (L2, K2, K5)

$\overline{RG_1} = \sqrt{8^2 + 6{,}5^2 - 2\cdot 8\cdot 6{,}5\cdot\cos 38{,}21°}\text{ cm}$ $\overline{RG_1} = 4{,}95\text{ cm}$

$\frac{\sin\varepsilon}{\overline{G_1C}} = \frac{\sin\gamma}{\overline{RG_1}}$ $\varepsilon = 54{,}31°$ $\varepsilon \in]0°;90°[$

4

C 2.4 $V_{\text{Pyramide } E_1F_1G_1H_1R} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{E_1G_1} \cdot \overline{F_1H_1} \right) \cdot \overline{N_1R}$ | L2 K2 K5

$\frac{\overline{E_1G_1}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{SG_1}}{\overline{SC}}$ $\quad \frac{\overline{E_1G_1}}{13\text{ cm}} = \frac{7,5\text{ cm}}{14\text{ cm}}$ $\quad \overline{E_1G_1} = 6,96\text{ cm}$

$\overline{N_1R} = \overline{MP_1}$

$\frac{\overline{MP_1}}{\overline{MS}} = \frac{\overline{G_1C}}{\overline{SC}}$ $\quad \frac{\overline{MP_1}}{8,66\text{ cm}} = \frac{6,5\text{ cm}}{14\text{ cm}}$ $\quad \overline{MP_1} = 4,02\text{ cm}$

$\overline{N_1R} = 4,02\text{ cm}$

$\frac{\overline{F_1H_1}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{MS} - \overline{MP_1}}{\overline{MS}}$ $\quad \frac{\overline{F_1H_1}}{10\text{ cm}} = \frac{4,64\text{ cm}}{8,66\text{ cm}}$ $\quad \overline{F_1H_1} = 5,36\text{ cm}$

$V_{\text{Pyramide } E_1F_1G_1H_1R} = 24,99\text{ cm}^3$

5

C 2.5 $\frac{V_{\text{Pyramide } E_2F_2G_2H_2R}}{V_{\text{Pyramide } E_2F_2G_2H_2S}} = \frac{1}{2}$ | L3 K1

Da die Pyramide $E_2F_2G_2H_2R$ mit der Höhe $[N_2R]$ und die Pyramide $E_2F_2G_2H_2S$ mit der Höhe $[P_2S]$ dieselbe Grundfläche haben, gilt:

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot A_{\text{Drachenviereck } E_2F_2G_2H_2} \cdot \overline{N_2R}}{\frac{1}{3} \cdot A_{\text{Drachenviereck } E_2F_2G_2H_2} \cdot \overline{P_2S}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{N_2R}}{\overline{P_2S}} = \frac{1}{2}.$$

2

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: **150 Minuten**

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

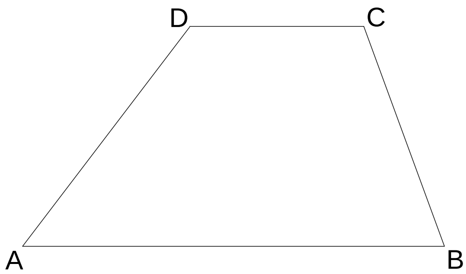
R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe P 1**

Name:______________________ Vorname:______________________

Klasse:____________ Platzziffer:____________ Punkte:____________

P 1 Gegeben ist das Trapez ABCD mit AB || CD (siehe nebenstehende maßstabsgetreue Skizze).
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 9,0\text{ cm}$; $\overline{BC} = 5,0\text{ cm}$;
$\mathbf{S}\,\text{CAD} = 20°$; $\mathbf{S}\,\text{CBA} = 70°$.

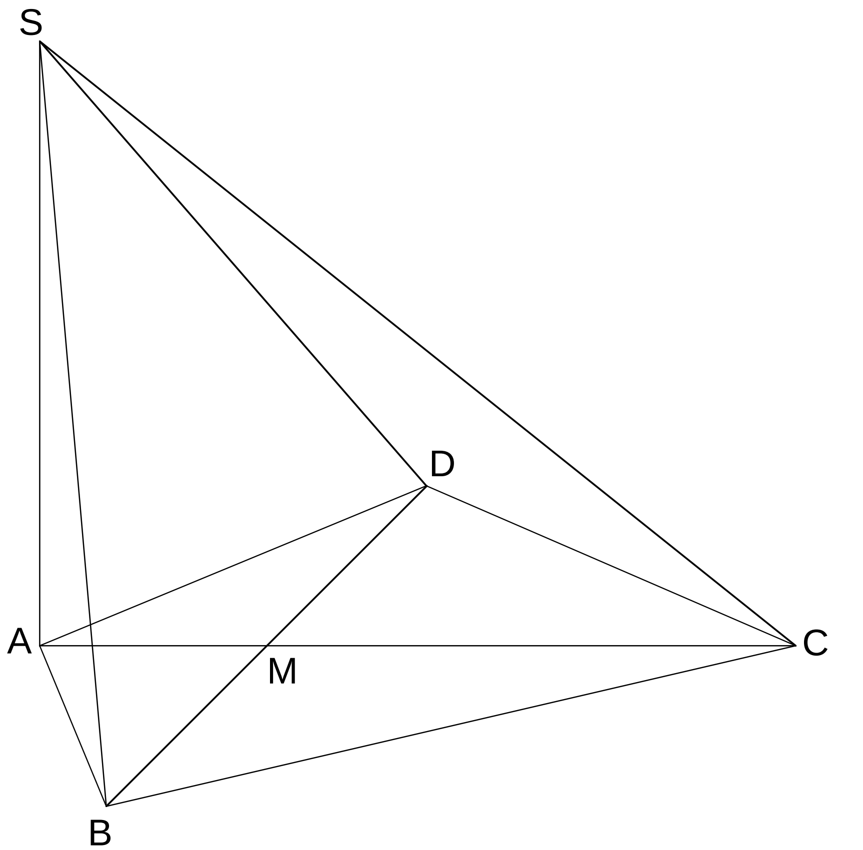


Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Teildreiecks ACD. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma. 5 P

P 2.0 Das Drachenviereck ABCD mit der Geraden AC als Symmetrieachse ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Punkt A liegt. Die Entfernung des Diagonalenschnittpunkts M vom Punkt A beträgt 3 cm.
Es gilt: $\overline{AS} = 8\text{ cm}$; $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

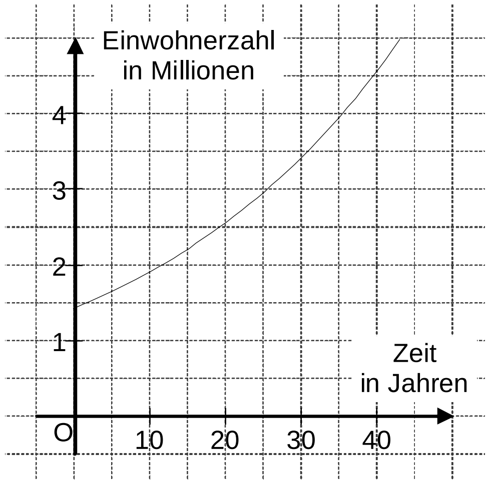


P 2.1 Berechnen Sie das Maß ε des Winkels SCA sowie die Länge der Strecke [CS].
[Ergebnisse: $\varepsilon = 38{,}66°$; $\overline{CS} = 12{,}81\text{ cm}$] 2 P

P 2.2 Auf der Strecke [CS] liegen Punkte P_n mit $\overline{SP_n} = x\,\text{cm}$, $0 < x < 12{,}81;\ x \in \mathbb{R}$. Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$.
Zeichnen Sie für $x = 2$ die Pyramide $ABCDP_1$ in das Schrägbild zu 2.0 ein und berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks BDP_1. 3 P

P 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{MP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 14{,}69x + 73{,}06}\ \text{cm}$.
Ermitteln Sie sodann den Wert von x für die minimale Länge $\overline{MP_0}$ und berechnen Sie $\overline{MP_0}$. 4 P

P 3.0 Die Landeshauptstadt München verzeichnete vom 31.12.2004 zum 31.12.2005 ein Bevölkerungswachstum von 2,94%. Die Einwohnerzahl betrug am 31.12.2005 somit 1 436 725.
Würde das Wachstum sich so fortsetzen, könnte die Einwohnerzahl y nach x Jahren ab dem 31.12.2005 durch die Funktion
f: $y = 1\,436\,725 \cdot 1{,}0294^x$
mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschrieben werden.



P 3.1 Berechnen Sie, wie viele Einwohner München demzufolge am 31.12.2017 hätte. 2 P

P 3.2 Entnehmen Sie dem obigen Diagramm, nach wie vielen Jahren die Einwohnerzahl die 3-Millionen-Marke erstmals überschreiten würde. 1 P

P 3.3 In München werden im Durchschnitt jährlich 1 800 Babys mehr geboren als Einwohner sterben.
Geben Sie an, welches Diagramm die Entwicklung der Einwohnerzahl darstellt, wenn man nur diesen Zusammenhang berücksichtigt. Begründen Sie Ihre Wahl. 2 P

Diagramm A

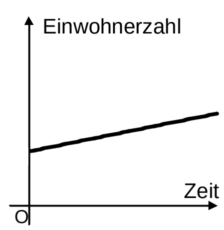


Diagramm B

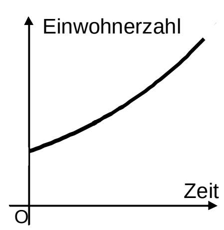
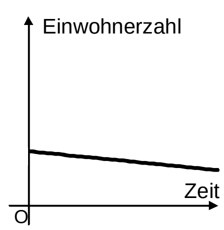


Diagramm C



Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 1**

D 1.0 Die Parabel p besitzt den Scheitel $S(4|-3)$ und hat eine Gleichung der Form $y = 0{,}25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$.

D 1.1 Zeigen Sie, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0{,}25x^2 - 2x + 1$ hat.
Erstellen Sie eine Wertetabelle für $x \in [-2;10]$ mit $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-4 \leqq y \leqq 7$. 4 P

D 1.2 Punkte $B_n(x\,|\,0{,}25x^2 - 2x + 1)$ und D_n haben dieselbe Ordinate y und liegen auf der Parabel p. Sie sind für $x \in \,]6;10[$ zusammen mit den Punkten $A(2|-2)$ und $C(10|6)$ die Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n.
Zeichnen Sie für $x = 8$ das Viereck AB_1CD_1 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob das Viereck AB_1CD_1 ein Trapez ist. 3 P

D 1.3 Zeigen Sie, dass für die x-Koordinate der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt: $x_{D_n} = 8 - x$. 1 P

D 1.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Vierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n. 4 P

D 1.5 Im Viereck AB_2CD_2 hat der Winkel B_2AC das Maß 30°.
Zeichnen Sie das Viereck AB_2CD_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes B_2. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Teilergebnis: $m_{AB_2} = 0{,}27$] 5 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

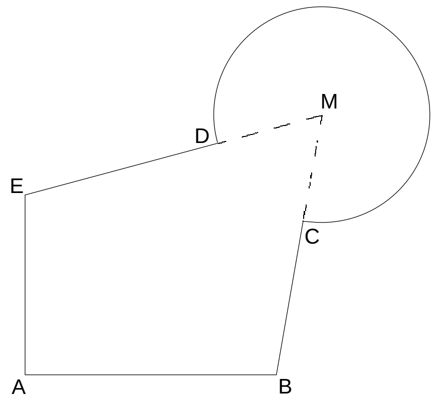
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

D 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss eines Wintergartens, der durch die Strecken [DE], [EA], [AB] und [BC] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ begrenzt wird.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 7{,}00\text{ m}$; $\overline{AE} = 5{,}00\text{ m}$;
$\overline{MD} = 3{,}00\text{ m}$; $\sphericalangle CBA = 100°$;
$\sphericalangle BAE = 90°$; $\sphericalangle AED = 105°$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

D 2.1 Zeichnen Sie den Grundriss des Wintergartens im Maßstab $1:100$. 2 P

D 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [EB] sowie das Maß des Winkels EBA.
[Ergebnisse: $\overline{EB} = 8{,}60\text{ m}$; $\sphericalangle EBA = 35{,}54°$] 2 P

D 2.3 An den Seiten [ED] und [BC] werden Glaselemente verbaut.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Seiten [ED] und [BC]. 5 P

D 2.4 Auf dem Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ sollen gebogene Wandelemente verbaut werden.
Berechnen Sie die Länge des Kreisbogens $\overset{\frown}{CD}$.
[Teilergebnis: $\sphericalangle CMD = 295°$] 2 P

D 2.5 Der im Grundriss vom Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ und der Strecke [DC] begrenzte Teil soll sich durch eine Faltwand bei [DC] vom restlichen Teil des Wintergartens abteilen lassen.
Bestimmen Sie rechnerisch die Länge der Strecke [DC]. 1 P

D 2.6 Berechnen Sie den prozentualen Anteil der vom Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ und der Strecke [DC] begrenzten Fläche an der gesamten Fläche des Wintergartens.
[Teilergebnis: $A_{gesamt} = 69{,}10\text{ m}^2$] 5 P

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgaben P 1 - 3**

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE

P 1 $\overline{AC} = \sqrt{9,0^2 + 5,0^2 - 2 \cdot 9,0 \cdot 5,0 \cdot \cos 70°}\ \text{cm}$ $\overline{AC} = 8,7\ \text{cm}$ L2 K2 K5

$\frac{\sin \mathbf{S}BAC}{5,0\ \text{cm}} = \frac{\sin 70°}{8,7\ \text{cm}}$ $\mathbf{S}BAC = 32,7°$ $\mathbf{S}BAC \in]0°; 90°[$

$\mathbf{S}DCA = \mathbf{S}BAC$

$\frac{\overline{AD}}{\sin 32,7°} = \frac{8,7\ \text{cm}}{\sin(180° - (20° + 32,7°))}$ $\overline{AD} = 5,9\ \text{cm}$

$A = \frac{1}{2} \cdot 8,7 \cdot 5,9 \cdot \sin 20°\ \text{cm}^2$ $A = 8,8\ \text{cm}^2$

5

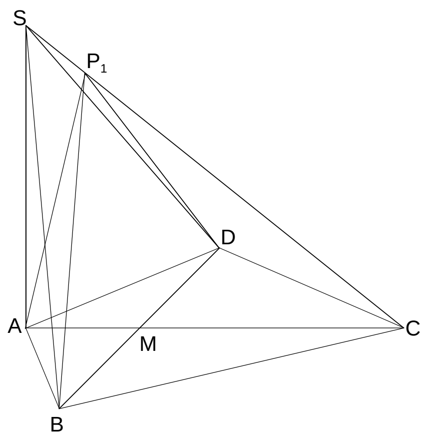
RAUMGEOMETRIE

P 2.1 $\tan \varepsilon = \frac{8\ \text{cm}}{10\ \text{cm}}$ $\varepsilon = 38,66°$ $\varepsilon \in]0°; 90°[$ L2 K5

$\overline{CS}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AS}^2$ $\overline{CS} = \sqrt{10^2 + 8^2}\ \text{cm}$ $\overline{CS} = 12,81\ \text{cm}$

2

P 2.2 Zeichnung im Maßstab $1:2$ L3 K4



$\overline{MP_1}^2 = \overline{CM}^2 + \overline{CP_1}^2 - 2 \cdot \overline{CM} \cdot \overline{CP_1} \cdot \cos \varepsilon$ $\overline{CP_1} = (12,81 - 2)\ \text{cm}$ L2 K2 K5

$\overline{MP_1} = \sqrt{7^2 + 10,81^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10,81 \cdot \cos 38,66°}\ \text{cm}$ $\overline{MP_1} = 6,91\ \text{cm}$

$A_{\Delta BDP_1} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MP_1}$

$A_{\Delta BDP_1} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6,91\ \text{cm}^2$ $A_{\Delta BDP_1} = 41,46\ \text{cm}^2$

3

		Punkte	
P 2.3	$\overline{MP_n}(x) = \sqrt{7^2 + (12,81 - x)^2 - 2 \cdot 7 \cdot (12,81 - x) \cdot \cos 38,66°}$ cm $\overline{MP_n}(x) = \sqrt{49 + 164,10 - 25,62x + x^2 - 140,04 + 10,93x}$ cm $\overline{MP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 14,69x + 73,06}$ cm $\quad 0 < x < 12,81;\ x \in \mathbb{R}$ … Für $x = 7,35$ gilt: $\overline{MP_0} = 4,37$ cm.	4	L4 K2 K5
Funktionen			
P 3.1	$y = 1\,436\,725 \cdot 1,0294^{12}$ $\quad y = 2\,034\,153$ Am 31.12.2017 hätte München demzufolge 2 034 153 Einwohner.	2	L4 K5
P 3.2	Die Einwohnerzahl würde die 3-Millionen-Marke erstmals nach ca. 26 Jahren (im Rahmen der Ablesegenauigkeit) überschreiten.	1	L5 K4
P 3.3	Diagramm A stellt diese Entwicklung dar. Begründung: Werden im Durchschnitt jährlich 1 800 Babys mehr geboren als Einwohner sterben, so entspricht dies einem linearen Wachstum.	2	L4 K1 K3
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

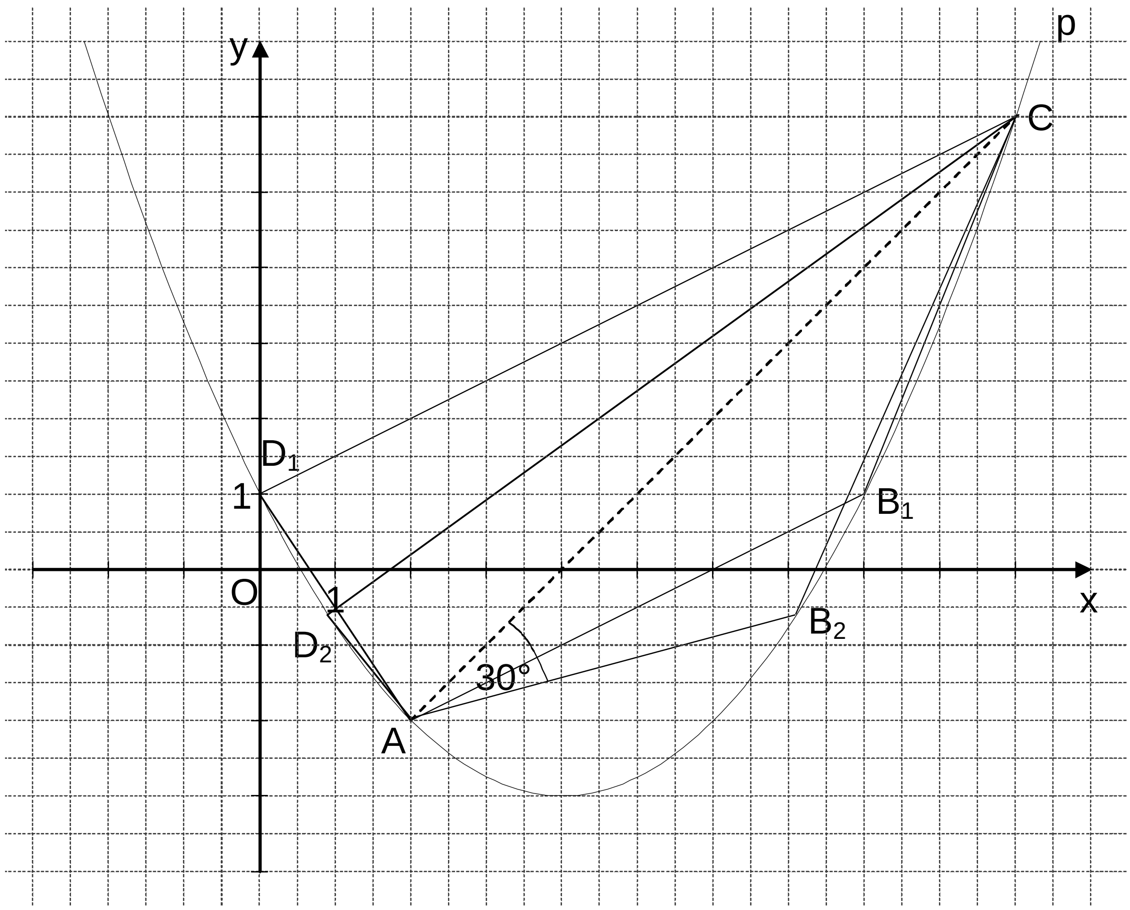
D 1.1 $S(4|-3) \in p: \quad y = 0,25 \cdot (x-4)^2 - 3 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$y = 0,25x^2 - 2x + 1$

p: $y = 0,25x^2 - 2x + 1 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

L4 K5

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$0,25x^2 - 2x + 1$	6	$3\frac{1}{4}$	1	$-\frac{3}{4}$	-2	$-2\frac{3}{4}$	-3	$-2\frac{3}{4}$	-2	$-\frac{3}{4}$	1	$3\frac{1}{4}$	6



L4 K4

4

D 1.2 Einzeichnen des Vierecks AB_1CD_1

L3 K4

Aus der Wertetabelle folgt: $B_1(8|1)$; $D_1(0|1)$

L3 K1 K5

$m_{AB_1} = \frac{1-(-2)}{8-2}$; $m_{AB_1} = 0,5$ $\qquad m_{D_1C} = \frac{6-1}{10-0}$; $m_{D_1C} = 0,5$

$AB_1 \parallel D_1C \Rightarrow$ Das Viereck AB_1CD_1 ist ein Trapez.

3

D 1.3 x-Koordinate des Scheitels S: $x_S = 4$ — L4 K5

$$\frac{x_{D_n} + x}{2} = 4 \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad x_{D_n} = 8 - x$$

1

D 1.4 $A = A_{\Delta AB_nC} + A_{\Delta ACD_n}$ — L4 K2 K5

$$\overrightarrow{AB_n}(x) = \begin{pmatrix} x-2 \\ 0,25x^2 - 2x + 3 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD_n}(x) = \begin{pmatrix} 6-x \\ 0,25x^2 - 2x + 3 \end{pmatrix} \qquad x \in \left]6;10\right[;\ x \in \mathbb{R}$$

$$A(x) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x-2 & 8 \\ 0,25x^2 - 2x + 3 & 8 \end{vmatrix} \text{FE} + \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 8 & 6-x \\ 8 & 0,25x^2 - 2x + 3 \end{vmatrix} \text{FE}$$

$$A(x) = \frac{1}{2} \cdot \left[(x-2) \cdot 8 - 8 \cdot (6-x)\right] \text{FE}$$

$$A(x) = (8x - 32)\ \text{FE} \qquad x \in \left]6;10\right[;\ x \in \mathbb{R}$$

4

D 1.5 Einzeichnen des Vierecks AB_2CD_2 — L3 K4

L4 K2 K5

$$\tan\varphi = m_{AC} \qquad m_{AC} = \frac{6-(-2)}{10-2}$$

$$\varphi = 45° \qquad \varphi \in \left]0°;90°\right[$$

$$m_{AB_2} = \tan(45° - 30°) \qquad m_{AB_2} = 0,27$$

AB_2: $y = 0,27 \cdot (x-2) - 2$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$0,27x - 2,54 = 0,25x^2 - 2x + 1 \qquad x \in \left]6;10\right[;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\ldots$$

$$\Leftrightarrow \quad (x = 2 \quad \vee) \quad x = 7,08 \qquad \mathbb{L} = \{7,08\}$$

5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

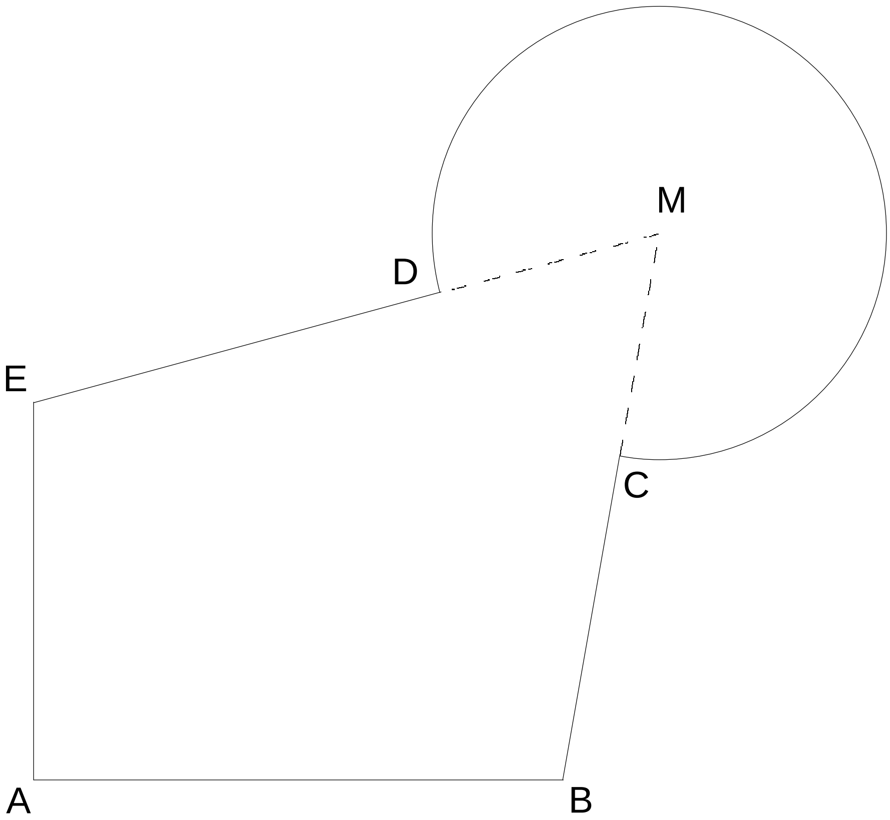
Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE

D 2.1 — L3 K4



2

D 2.2 $\overline{EB} = \sqrt{7{,}00^2 + 5{,}00^2}$ m $\qquad \overline{EB} = 8{,}60$ m — L2 K5

$\tan \sphericalangle EBA = \frac{5}{7} \qquad \sphericalangle EBA = 35{,}54° \qquad \sphericalangle EBA \in]0°;90°[$

2

D 2.3 $\overline{ED} = \overline{EM} - \overline{MD}$ — L2 K2 K5

$$\frac{\overline{EM}}{\sin \sphericalangle MBE} = \frac{\overline{EB}}{\sin \sphericalangle EMB}$$

$$\overline{EM} = \frac{8{,}60 \cdot \sin(100° - 35{,}54°)}{\sin(360° - (90° + 100° + 105°))}\ \text{m} \qquad \overline{EM} = 8{,}56\ \text{m}$$

$$\overline{ED} = 8{,}56\,\text{m} - 3{,}00\,\text{m} \qquad \overline{ED} = 5{,}56\ \text{m}$$

$$\overline{BC} = \overline{BM} - \overline{MD}$$

$$\overline{BM} = \sqrt{8{,}56^2 + 8{,}60^2 - 2 \cdot 8{,}56 \cdot 8{,}60 \cdot \cos(105° - (90° - 35{,}54°))}\ \text{m}$$

$$\overline{BM} = 7{,}33\ \text{m}$$

$$\overline{BC} = 7{,}33\ \text{m} - 3{,}00\ \text{m} \qquad \overline{BC} = 4{,}33\ \text{m}$$

5

D 2.4 $\sphericalangle CMD = 360° - [360° - (90° + 100° + 105°)] \qquad \sphericalangle CMD = 295°$

$$\overset{\frown}{CD} = 2 \cdot 3{,}00 \cdot \pi \cdot \frac{295°}{360°}\ \text{m} \qquad \overset{\frown}{CD} = 15{,}45\ \text{m}$$

2

L2 K2 K5

D 2.5 $\overline{DC} = \sqrt{3{,}00^2 + 3{,}00^2 - 2 \cdot 3{,}00 \cdot 3{,}00 \cdot \cos 65°}\ \text{m} \qquad \overline{DC} = 3{,}22\ \text{m}$

1

L2 K5

D 2.6 $A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Viereck ABME}} + A_{\text{Sektor CMD}}$

$$A_{\text{gesamt}} = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot 7{,}00 \cdot 5{,}00 + \frac{1}{2} \cdot 8{,}56 \cdot 7{,}33 \cdot \sin 65°\right) + 3{,}00^2 \cdot \pi \cdot \frac{295°}{360°}\right] \text{m}^2$$

$$A_{\text{gesamt}} = 69{,}10\ \text{m}^2$$

$$A_{\text{abgeteilt}} = A_{\Delta DCM} + A_{\text{Sektor CMD}}$$

$$A_{\text{abgeteilt}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 3{,}00 \cdot 3{,}00 \cdot \sin 65° + 3{,}00^2 \cdot \pi \cdot \frac{295°}{360°}\right) \text{m}^2$$

$$A_{\text{abgeteilt}} = 27{,}25\ \text{m}^2$$

$$\frac{27{,}25\ \text{m}^2}{69{,}10\ \text{m}^2} = 0{,}39$$

Der Anteil beträgt 39%.

5

L2 K2 K5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.