Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2007** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Haupttermin** | **Aufgabe P 1**

Name:________________________________ Vorname:______________________________

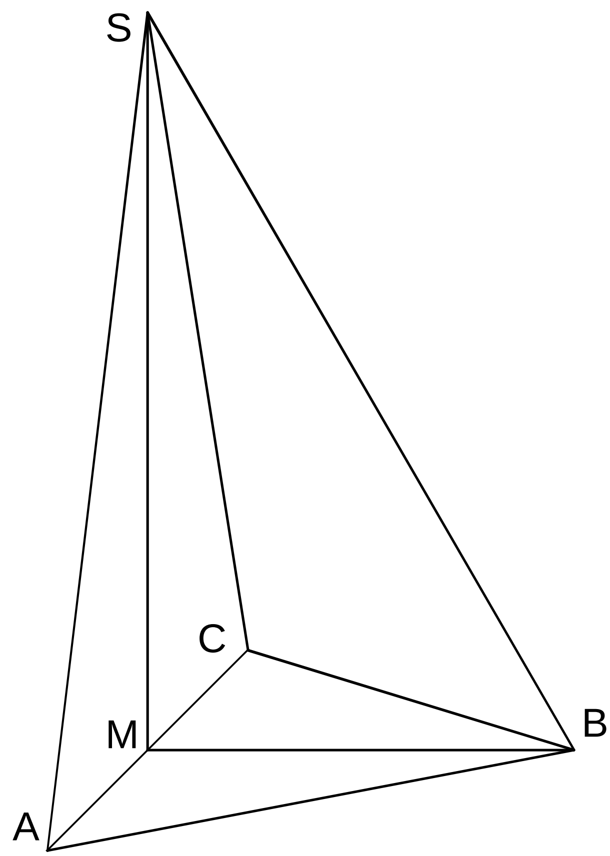
Klasse:______________ Platzziffer:_______________ Punkte:________________

P 1.0 Herr Müller kauft sich einen Neuwagen für 42500 €. Dieses Auto verliert jährlich 22% seines Restwertes.

P 1.1 Beim Verkauf des Autos erzielt Herr Müller einen Verkaufspreis von 5823 €. Wie alt ist das Auto beim Verkauf? (Runden Sie sinnvoll.) 3 P

P 1.2 Wie viel Prozent des Neuwertes hat das Auto nach 3 Jahren verloren? 2 P

P 2.0 Im gleichschenkligen Dreieck ABC mit der Basislänge $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$ ist der Punkt M der Mittelpunkt der Basis [AC] und es gilt: $\overline{MB} = 6\,\text{cm}$.
Das Dreieck ABC ist die Grundfläche der Pyramide ABCS, deren Spitze S senkrecht über dem Punkt M liegt. Der Winkel SBM hat das Maß $\varepsilon = 60°$.
In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$



P 2.1 Zeigen Sie, dass für die Höhe $\overline{MS}$ der Pyramide ABCS gilt: $\overline{MS} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$. 1 P

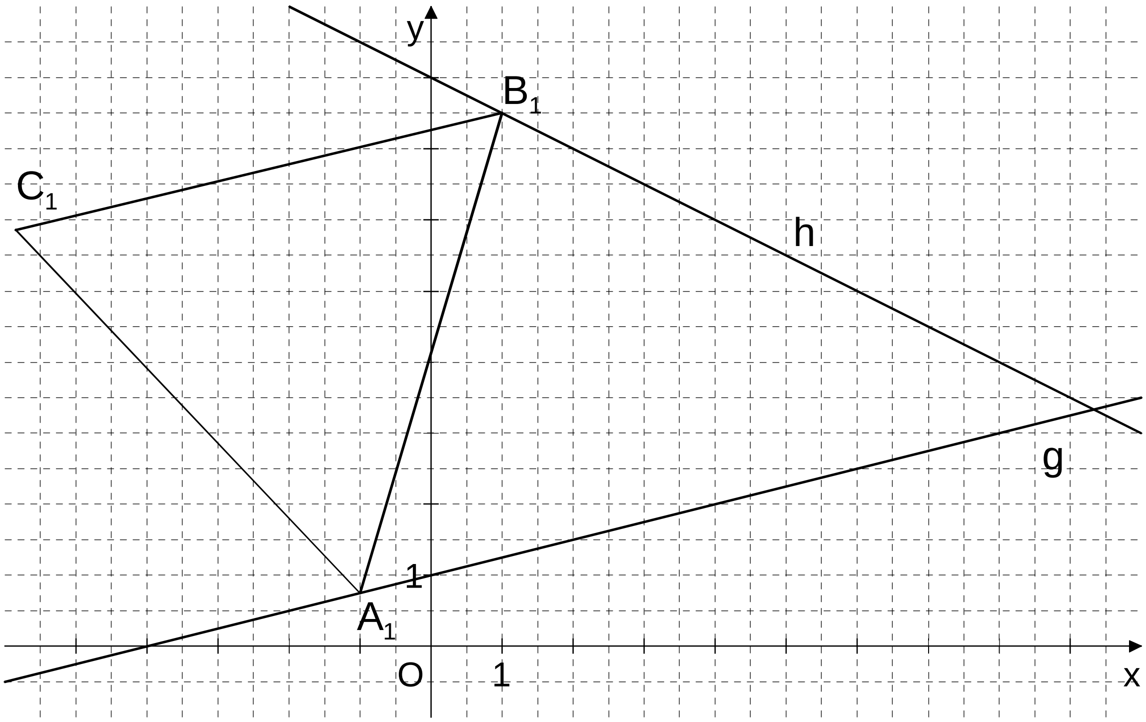
P 2.2 Punkte P_n auf der Kante [BS] sind die Spitzen von Pyramiden AB_nCP_n. Die Punkte B_n liegen auf der Verlängerung von [MB] über B hinaus. Es gilt: $\overline{BB_n} = \overline{P_nS}$.
Die Winkel P_nMS haben das Maß φ $(0° \leqq \varphi < 90°)$.
Zeichnen Sie die Pyramide AB_1CP_1 für $\varphi = 20°$ in die Zeichnung zu 2.0 ein. 1 P

P 2.3 Es gilt: $\overline{MB_n} = x\ \text{cm}$.
Berechnen Sie das Intervall für x ($x \in \mathbb{R}$). 2 P

P 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Streckenlängen $\overline{P_nS}$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{P_nS}(\varphi) = \dfrac{6\sqrt{3} \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 30°)}\ \text{cm}$. 1 P

P 2.5 Berechnen Sie das Maß φ so, dass die Grundfläche AB_2C der Pyramide AB_2CP_2 einen Flächeninhalt von $50\ \text{cm}^2$ hat. 4 P

P 3.0 Punkte $A_n(x\,|\,\frac{1}{4}x+1)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=\frac{1}{4}x+1$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ und Punkte B_n auf der Geraden h mit der Gleichung $y=-\frac{1}{2}x+8$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ bilden zusammen mit Punkten C_n gleichseitige Dreiecke $A_nB_nC_n$. Die Abszisse der Punkte B_n ist stets um zwei größer als die Abszisse x der Punkte A_n.



P 3.1 Ergänzen Sie die Zeichnung zu 3.0 um das Dreieck $A_2B_2C_2$ für x = 4. 1 P

P 3.2 Die Punkte B_n können auf die Punkte C_n abgebildet werden.
Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. 4 P

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I | **Haupttermin** | **Aufgaben P 1 – 3**

Lösungsmuster und Bewertung

P 1.1 Funktionsgleichung für den Restwert y € nach x Jahren:

$$f:\ y = 42500 \cdot \left(1 - \frac{22}{100}\right)^x \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$5823 = 42500 \cdot \left(1 - \frac{22}{100}\right)^x \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow\ x = \log_{0,78}\left(\frac{5823}{42500}\right) \qquad \Leftrightarrow \qquad x = 8 \qquad \mathbb{L} = \{8\}$$

Das Auto ist 8 Jahre alt.

oder nach 1. Jahr $42500\ € \cdot 0,78 = 33150\ €$

nach 2. Jahr $33150\ € \cdot 0,78 = 25857\ €$

nach 3. Jahr $25857\ € \cdot 0,78 = 20168\ €$

…

3

P 1.2 $1 - (1 - 0,22)^3 = 0,53$

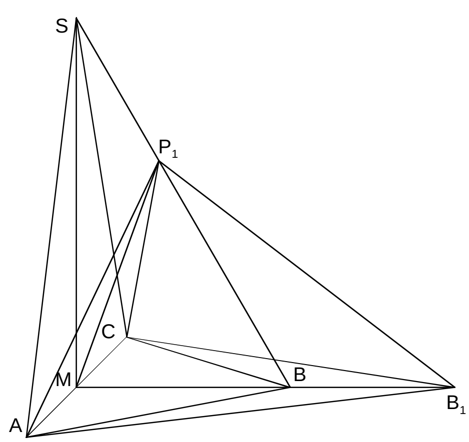
Das Auto hat nach 3 Jahren 53% des Neuwertes verloren.

2

P 2.1 $\tan\varepsilon = \frac{\overline{MS}}{\overline{MB}}$ $\qquad \overline{MS} = 6 \cdot \tan 60°\ \text{cm}$ $\qquad \overline{MS} = 6 \cdot \sqrt{3}\ \text{cm}$

1

P 2.2 Zeichnung im Maßstab 1 : 2



1

P 2.3 $\overline{BS} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 6^2}\ \text{cm}$ $\qquad \overline{BS} = 12\ \text{cm}$ $\qquad x \in [6; 18[$

2

P 2.4 $\dfrac{\overline{P_nS}(\varphi)}{\sin\varphi} = \dfrac{6\sqrt{3}}{\sin(180° - (\varphi + 30°))}\text{ cm}$ $\overline{P_nS}(\varphi) = \dfrac{6\sqrt{3}\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi + 30°)}\text{ cm}$ $\varphi \in [0°; 90°[$

1

P 2.5 $50 = \dfrac{1}{2}\cdot 8\cdot\left(6 + \dfrac{6\sqrt{3}\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+30°)}\right)$ $\varphi \in [0°; 90°[$

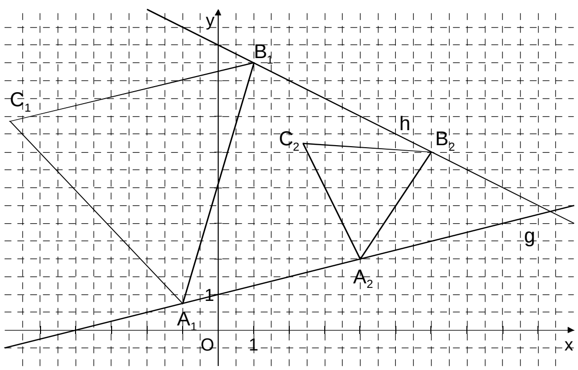
$\Leftrightarrow\; 6{,}5 = \dfrac{6\sqrt{3}\cdot\sin\varphi}{\sin(\varphi+30°)}$

…

$\Leftrightarrow\; \varphi = 34{,}31°\ (\vee\quad \varphi = 214{,}31°)$ $\mathbb{L} = \{34{,}31°\}$

4

P 3.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2; Einzeichnen des Dreiecks $A_2B_2C_2$



1

P 3.2 $\overrightarrow{A_nB_n} \xmapsto{A_n;\ \varphi=60°} \overrightarrow{A_nC_n}$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 60° & -\sin 60° \\ \sin 60° & \cos 60° \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{3}{4}x + 6 \end{pmatrix}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x' = 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8}x - 3\sqrt{3} \\ \wedge\ y' = \sqrt{3} - \frac{3}{8}x + 3 \end{array} \right.$ $\overrightarrow{A_nC_n} = \begin{pmatrix} 0{,}65x - 4{,}20 \\ -0{,}375x + 4{,}73 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OA_n} \oplus \overrightarrow{A_nC_n}$ $C_n(1{,}65x - 4{,}20 \mid -0{,}125x + 5{,}73)$

4

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten	Abschlussprüfung 2007 an den Realschulen in Bayern	R4/R6

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Um die Funktion der Bauchspeicheldrüse zu prüfen, wird ein bestimmter Farbstoff verabreicht und dessen Ausscheiden gemessen. Werden einem Menschen a g (Gramm) Farbstoff verabreicht, so sind nach x min noch y g des Farbstoffs in seiner Bauchspeicheldrüse vorhanden. Die Abnahme des Farbstoffs kann mit der Funktion f mit der Gleichung $y = a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$; $p \in]0; 100[$; $p \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}^+$ beschrieben werden, wobei p% die Ausscheidungsrate pro Minute ist.

A 1.1 Um die minütliche Ausscheidungsrate p% zu ermitteln, werden einem gesunden Menschen 0,50 g Farbstoff verabreicht. Nach 40 Minuten hat seine Bauchspeicheldrüse 0,40 g des Farbstoffs ausgeschieden.
Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der zugehörigen Funktion f_1, welche den Ausscheidungsvorgang der Bauchspeicheldrüse eines gesunden Menschen bei einer Verabreichung von 0,50 g Farbstoff beschreibt.
[Teilergebnis: $p = 4$ (auf Ganze gerundet)] 3 P

A 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 80]$ in Schritten von $\Delta x = 10$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 10 min; $0 \leqq x \leqq 90$
Auf der y-Achse: 1 cm für 0,1 g; $0 \leqq y \leqq 0{,}6$ 2 P

A 1.3 Um die in 1.1 ermittelte Ausscheidungsrate von 4% zu überprüfen, werden einem weiteren gesunden Menschen 0,80 g des Farbstoffes verabreicht.
Welche Masse an Farbstoff sollte nach 50 Minuten ausgeschieden sein? 2 P

A 1.4 Berechnen Sie die Zeit auf ganze Minuten gerundet, nach der 75% des verabreichten Farbstoffs bei einem gesunden Menschen ausgeschieden sein sollen. (Ausscheidungsrate: 4%) 3 P

A 1.5 Einem Menschen werden 0,30 g des Farbstoffs verabreicht. Nach Ablauf von 25 Minuten sind in seiner Bauchspeicheldrüse noch 0,18 g des Farbstoffs vorhanden.
Geben Sie für diesen Fall die Gleichung der Funktion f_2 an und zeichnen Sie ihren Graphen in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
[Teilergebnis: $p = 2$ (auf Ganze gerundet)] 3 P

A 1.6 0,50 g des Farbstoffs werden der Person aus 1.1 und gleichzeitig 0,30 g der Person aus 1.5 verabreicht.
Berechnen Sie, nach welcher Zeit auf ganze Minuten gerundet die Personen aus 1.1 und 1.5 die gleiche Masse Farbstoff in der Bauchspeicheldrüse haben. 4 P

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Der Punkt $A(2\,|\,-1)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Drachenvierecken $AB_nC_nD_n$. Die Diagonalenschnittpunkte $M_n(x\,|\,2x+3)$ der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 2x + 3$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$. Für die Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ gilt:
$\overline{AM_n} : \overline{M_nC_n} = 2:1$ und $\sphericalangle D_nC_nB_n = 90°$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ mit $M_1(-4\,|\,y_1)$ und $AB_2C_2D_2$ mit $M_2(2\,|\,y_2)$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8 \leqq x \leqq 7$; $-9 \leqq y \leqq 12$ 3 P

A 2.2 Alle Winkel B_nAD_n haben das gleiche Maß α.
Berechnen Sie das Maß α auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 2 P

A 2.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte B_n der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n.
[Ergebnis: $B_n\left(2x+2\,|\,1{,}5x+4\right)$] 4 P

A 2.4 Bestimmen Sie die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n und zeichnen Sie sodann den Trägergraphen h in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. 3 P

A 2.5 Das Drachenviereck $AB_3C_3D_3$ hat unter den Drachenvierecken $AB_nC_nD_n$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt.
Berechnen Sie die Koordinaten des zugehörigen Diagonalenschnittpunkts M_3 und geben Sie den minimalen Flächeninhalt an. 5 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Während der Beschleunigungsphase einer Rakete hat diese die Geschwindigkeit $x\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$. Dabei verringert sich die Masse y t (Tonne) der Rakete durch den Ausstoß von verbranntem Treibstoff. Die Veränderung der Raketenmasse in Abhängigkeit von ihrer Geschwindigkeit kann durch eine Gleichung der Form $y = y_0 \cdot 0{,}37^{\frac{x}{k}}$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+$) dargestellt werden, wobei y_0 t die Startmasse der Rakete ist und $k\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ die Ausströmgeschwindigkeit des verbrannten Treibstoffs ist.

B 1.1 Eine Rakete hat eine Startmasse von 22,0 t. Bis diese Rakete eine Geschwindigkeit von $9{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ erreicht, hat sich die Masse auf 4,0 t verringert.
Zeigen Sie, dass gilt: $k = 5{,}54$. 2 P

B 1.2 Die Masse y t dieser Rakete kann durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 22{,}0 \cdot 0{,}37^{\frac{x}{5{,}54}}$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$) beschrieben werden.
Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [0; 9]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf eine Stelle nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für $1{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$; $0 \leqq x \leqq 10$
Auf der y-Achse: 1 cm für 2,0 t; $0 \leqq y \leqq 12$ 2 P

B 1.3 Damit diese Rakete die Anziehungskraft der Erde überwinden kann, muss sie auf eine um 18% höhere Geschwindigkeit als die in 1.1 erzielte Geschwindigkeit von $9{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ beschleunigt werden.
Berechnen Sie, welche Masse verbrannten Treibstoffs bis zum Erreichen dieser Geschwindigkeit ausgestoßen wird. 3 P

B 1.4 Berechnen Sie die prozentuale Zunahme der Geschwindigkeit dieser Rakete, wenn bei einer Masse von 4,0 t noch eine weitere Tonne verbrannten Treibstoffs ausgestoßen wird. 3 P

B 1.5 Die Rakete aus 1.1 hat seit dem Start 10,0 t Treibstoff verbrannt.
Berechnen Sie die dabei erreichte Geschwindigkeit $x\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$. 3 P

B 1.6 Durch eine Verbesserung der Raketentechnik erhöht sich die Ausströmgeschwindigkeit $k\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ auf $10\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$. Eine Rakete mit dieser Raketentechnik hat nur noch 80% der Startmasse der Rakete aus 1.1.
Ermitteln Sie die Geschwindigkeit $x\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$, bei der beide Raketen die gleiche Masse besitzen. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Der Punkt $A(-2|-2)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rauten $AB_nC_nD_n$. Die Eckpunkte $B_n\left(x\middle|-3x^{-1}-1\right)$ liegen auf dem Hyperbelast k mit der Gleichung $y=-3x^{-1}-1$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}$). Die Punkte C_n liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=x$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$).

B 2.1 Zeichnen Sie den Hyperbelast k für $x>0$ sowie die Rauten $AB_1C_1D_1$ für $x=2$ und $AB_2C_2D_2$ für $x=6$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 8$; $-8\leqq y\leqq 7$ — 3 P

B 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung die Definitionsmenge für die Abszissen x der Punkte B_n, sodass Rauten $AB_nC_nD_n$ entstehen. — 3 P

B 2.3 Berechnen Sie die Innenwinkelmaße der Raute $AB_1C_1D_1$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 3 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
Bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen h der Eckpunkte D_n.
[Teilergebnis: $D_n(-3x^{-1}-1|x)$] — 4 P

B 2.5 Unter den Rauten $AB_nC_nD_n$ gibt es ein Quadrat $AB_0C_0D_0$.
Zeichnen Sie das Quadrat $AB_0C_0D_0$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Koordinaten der Eckpunkte B_0, C_0 und D_0. — 4 P

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

A 1.1 $0,50-0,40=0,50\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)^{40}$ $p\in\,]0;100[\,;\ p\in\mathbb{R}$

…

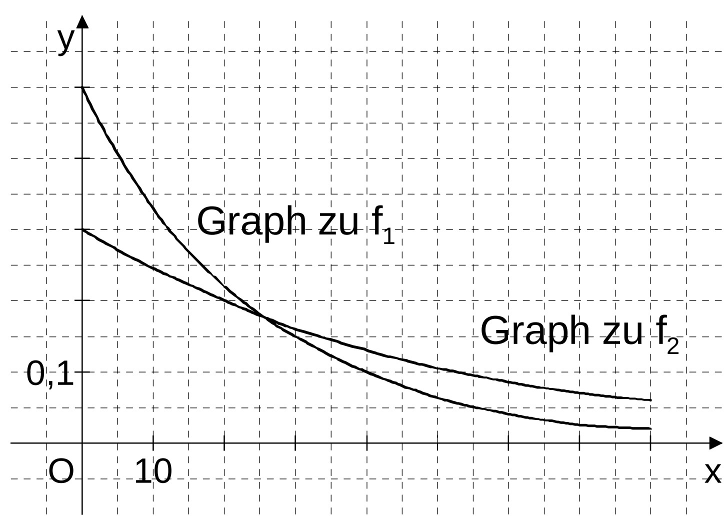
$\Leftrightarrow\ p=4 \qquad (\vee \quad p=196)$ $\mathbb{L}=\{4\}$

$f_1:\ y=0,5\cdot\left(1-\frac{4}{100}\right)^{x}$ $\mathbb{G}=\mathbb{R}_0^+\times\mathbb{R}^+$

3

A 1.2 $f_1:\ y=0,5\cdot\left(1-\frac{4}{100}\right)^{x}$ $\mathbb{G}=\mathbb{R}_0^+\times\mathbb{R}^+$

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$0,5\cdot\left(1-\frac{4}{100}\right)^{x}$	0,50	0,33	0,22	0,15	0,10	0,06	0,04	0,03	0,02



Einzeichnen des Graphen zu f_1

2

A 1.3 $y=0,80\cdot\left(1-\frac{4}{100}\right)^{50}$ $\mathbb{G}=\mathbb{R}^+$

$y=0,10$

Ausgeschiedene Menge nach 50 min: $0,80\text{ g}-0,10\text{ g}=0,70\text{ g}$

2

A 1.4 $0{,}25=\left(1-\frac{4}{100}\right)^x$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}_0^+$ $0{,}25=0{,}96^x$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}_0^+$ … $\Leftrightarrow\ x=34$ $\quad \mathbb{L}=\{34\}$ Nach 34 min sollten beim gesunden Menschen 75% des verabreichten Farbstoffs ausgeschieden sein.	3
A 1.5 $0{,}18=0{,}30\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)^{25}$ $\quad p\in\,]0;100[\,;\ p\in\mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ p=2$ $\quad \mathbb{L}=\{2\}$ $f_2:\ y=0{,}3\cdot\left(1-\frac{2}{100}\right)^x$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}_0^+\times\mathbb{R}^+$ Einzeichnen des Graphen zu f_2	3
A 1.6 Person aus 1.1: $y=0{,}50\cdot\left(1-\frac{4}{100}\right)^x$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}_0^+\times\mathbb{R}^+$ Person aus 1.5: $y=0{,}30\cdot\left(1-\frac{2}{100}\right)^x$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}_0^+\times\mathbb{R}^+$ $0{,}50\cdot 0{,}96^x=0{,}30\cdot 0{,}98^x$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}_0^+$ … $\Leftrightarrow\ x=25$ $\quad \mathbb{L}=\{25\}$ Nach 25 min haben die beiden Personen die gleiche Menge Farbstoff in ihrer Bauchspeicheldrüse.	4
	17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

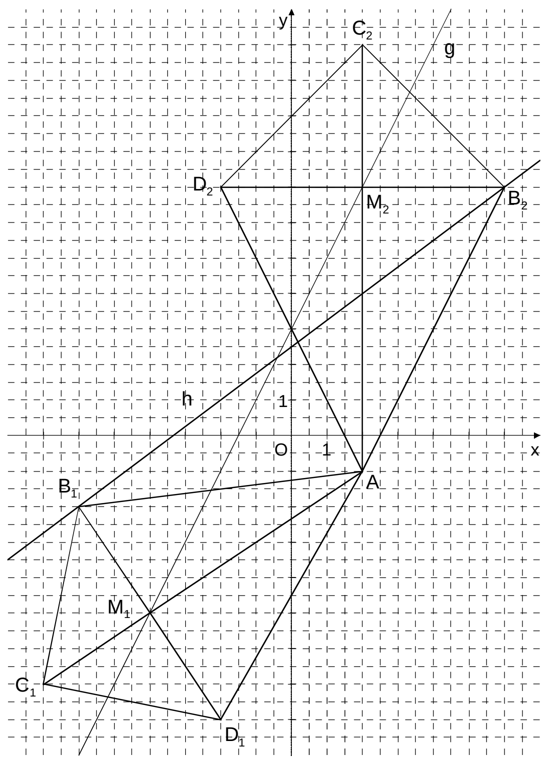
Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

A 2.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2



Einzeichnen der Geraden g und der Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ und $AB_2C_2D_2$ 3

A 2.2 $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{M_nB_n}}{\overline{AM_n}}$ $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$ $\alpha = 53{,}13°$ $\alpha \in]0°;180°[$ 2

A 2.3 $\overrightarrow{M_nA} \xmapsto{M_n;\ \varphi=90°} \overrightarrow{M_nA^*} \xmapsto{M_n;\ k=\frac{1}{2}} \overrightarrow{M_nB_n}$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\cdot\left[\begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} 2-x \\ -2x-4 \end{pmatrix}\right] \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x' = x+2 \\ \wedge\ y' = -0{,}5x+1 \end{array} \right. \qquad \overrightarrow{M_nB_n} = \begin{pmatrix} x+2 \\ -0{,}5x+1 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OM_n} \oplus \overrightarrow{M_nB_n}$

$\begin{pmatrix} x" \\ y" \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2x+3 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x+2 \\ -0,5x+1 \end{pmatrix}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x" \\ y" \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+2 \\ 1,5x+4 \end{pmatrix}$ $B_n(2x+2 \mid 1,5x+4)$

4

A 2.4 $B_n(2x+2 \mid 1,5x+4)$

$\left| \begin{array}{l} x = 0,5x"-1 \\ \wedge\ y" = 1,5x+4 \end{array} \right.$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$

Gleichung des Trägergraphen $h: y = 0,75x + 2,5$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Einzeichnen des Trägergraphen h

3

A 2.5 Der Flächeninhalt ist minimal, wenn $\overline{AM_n}$ minimal ist.

$\overline{AM_n}$ ist minimal, wenn $\overrightarrow{M_nA} \perp \overrightarrow{v_g}$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{M_nA} \odot \overrightarrow{v_g} = 0$

$\begin{pmatrix} 2-x \\ -2x-4 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad 2 - x + 2 \cdot (-2x - 4) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = -1,2$ $\mathbb{L} = \{-1,2\}$ $M_3(-1,2 \mid 0,6)$

$A_{min} = 0,5 \cdot \overline{AC_3} \cdot \overline{B_3D_3}$ $A_{min} = 0,5 \cdot 1,5 \cdot \overline{AM_3} \cdot \overline{AM_3}$

$A_{min} = 0,5 \cdot 1,5 \cdot \overline{AM_3}^2$

$\overrightarrow{AM_3} = \begin{pmatrix} -3,2 \\ 1,6 \end{pmatrix}$ $\overline{AM_3}^2 = [(-3,2)^2 + 1,6^2]$ FE

$A_{min} = 0,5 \cdot 1,5 \cdot 12,8$ FE $A_{min} = 9,6$ FE

5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

B 1.1 $4{,}0 = 22 \cdot 0{,}37^{\frac{9{,}5}{k}}$ $k \in \mathbb{R}^+$

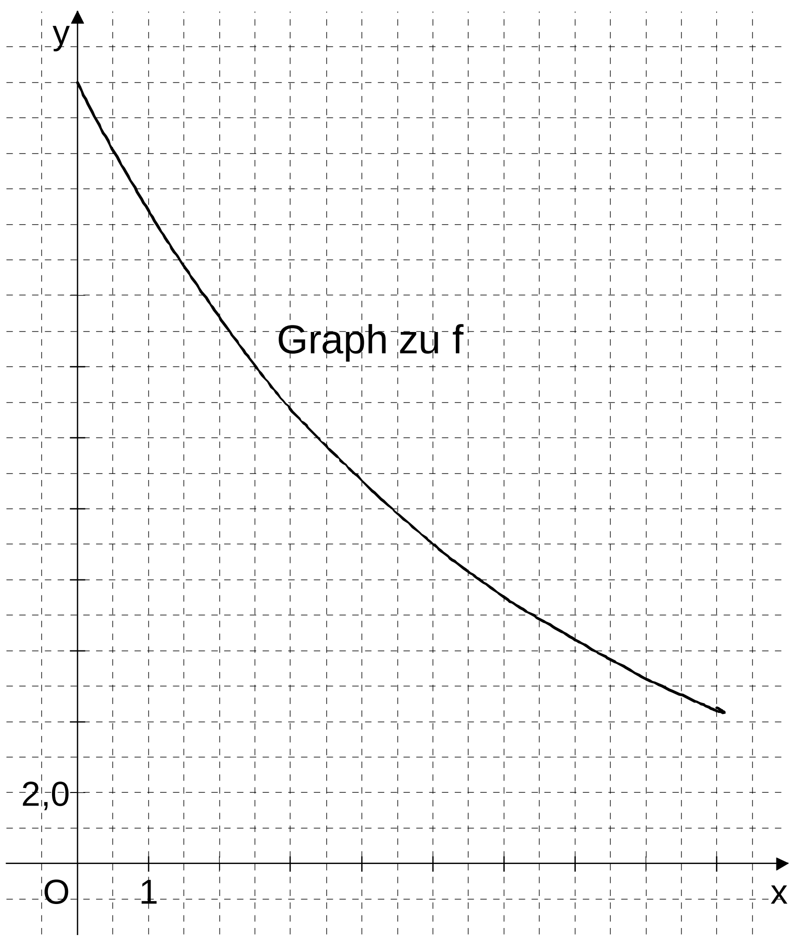
…

$\Leftrightarrow\ k = 5{,}54$ $\mathbb{L} = \{5{,}54\}$

2

B 1.2 $f:\ y = 22{,}0 \cdot 0{,}37^{\frac{x}{5{,}54}}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$22{,}0 \cdot 0{,}37^{\frac{x}{5{,}54}}$	22	18,4	15,4	12,8	10,7	9,0	7,5	6,3	5,2	4,4



Einzeichnen des Graphen zu f

2

B 1.3	$x = 9{,}5 \cdot 1{,}18$ $y = 22{,}0 \cdot 0{,}37^{\frac{11{,}2}{5{,}54}}$ $22{,}0 - 2{,}9 = 19{,}1$ Bis zu diesem Zeitpunkt wurden 19,1 t von verbranntem Treibstoff ausgestoßen.	$x = 11{,}2$ $y = 2{,}9$	$\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+$	3
B 1.4	$3{,}0 = 22{,}0 \cdot 0{,}37^{\frac{x}{5{,}54}}$ … $\Leftrightarrow\ x = 11{,}1$ $\frac{11{,}1}{9{,}5} = 1{,}17$ Die Geschwindigkeit nimmt um 17% zu.		$\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$ $\mathbb{L} = \{11{,}1\}$	3
B 1.5	$12 = 22{,}0 \cdot 0{,}37^{\frac{x}{5{,}54}}$ … $\Leftrightarrow\ x = 3{,}4$ Die Rakete erreicht eine Geschwindigkeit von $3{,}4\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$.		$\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$ $\mathbb{L} = \{3{,}4\}$	3
B 1.6	$22{,}0 \cdot 0{,}37^{\frac{x}{5{,}54}} = 0{,}80 \cdot 22{,}0 \cdot 0{,}37^{\frac{x}{10}}$ … $\Leftrightarrow\ x = 2{,}8$ Die Geschwindigkeit beträgt dann $2{,}8\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$.		$\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$ $\mathbb{L} = \{2{,}8\}$	4
				17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

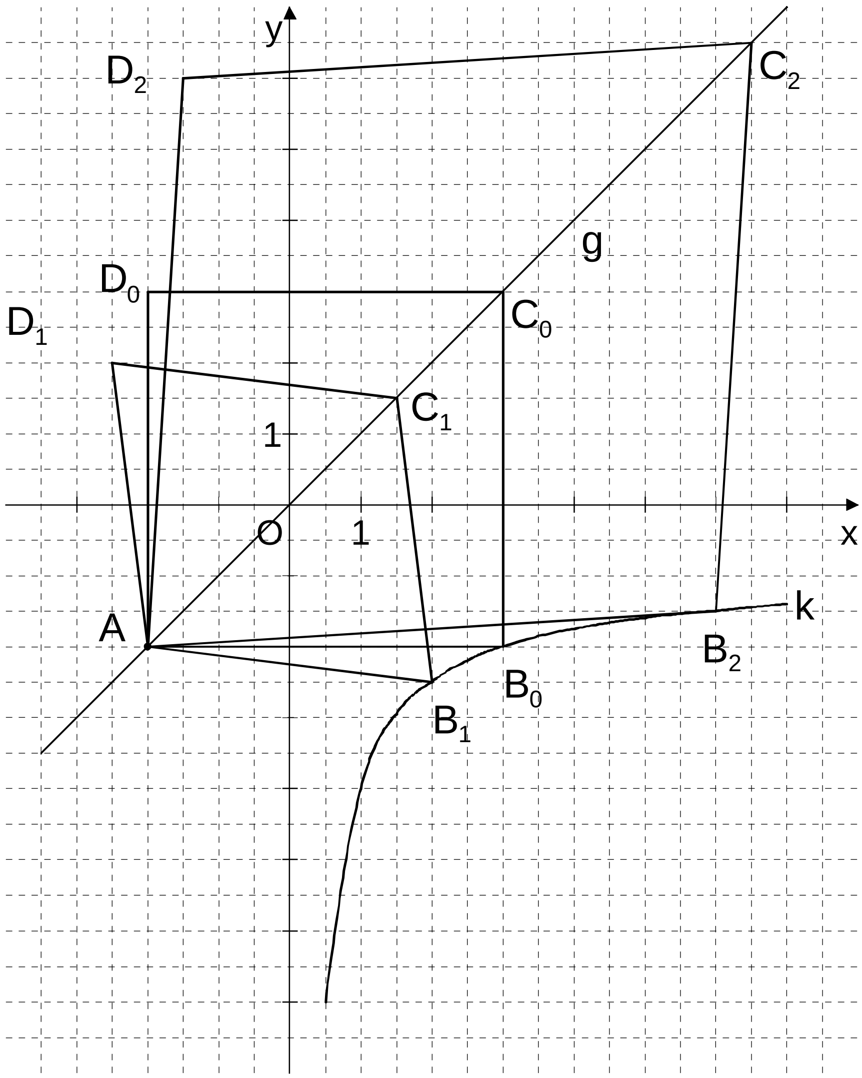
Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I | **Haupttermin** | **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1



Einzeichnen der Rauten $AB_1C_1D_1$ und $AB_2C_2D_2$ 3

B 2.2 $m_g \cdot m_s = -1 \quad m_s = -1$

$s: \; y = -1 \cdot (x - (-2)) - 2 \qquad s: \; y = -x - 4 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$s \cap k: \; -x - 4 = -3x^{-1} - 1 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\dots$

$\Leftrightarrow \; (x = -3{,}79 \vee) \qquad x = 0{,}79 \qquad \mathbb{L} = \{0{,}79\} \qquad \mathbb{D} = \{x \mid x > 0{,}79\}$ 3

B 2.3 $B_1(2\,|\,-2{,}5)$ $\qquad \overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$

$$\cos \mathbf{S}\, B_1AC_1 = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ -0{,}5 \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{4^2 + (-0{,}5)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}}$$

$\mathbf{S}\, B_1AC_1 = 52{,}13°$

$\mathbf{S}\, B_1AD_1 = 2 \cdot 52{,}13° \qquad \mathbf{S}\, B_1AD_1 = 104{,}26° \qquad \mathbf{S}\, D_1C_1B_1 = 104{,}26°$

$\mathbf{S}\, C_1B_1A = \dfrac{360° - 2 \cdot 104{,}26°}{2} \qquad \mathbf{S}\, C_1B_1A = 75{,}74° \qquad \mathbf{S}\, AD_1C_1 = 75{,}74°$

3

B 2.4 $B_n \xmapsto{g} D_n$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90° & \sin 90° \\ \sin 90° & -\cos 90° \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} x \\ -3x^{-1} - 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+;\ x > 0{,}79;\ x \in \mathbb{R}^+$$

$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x' = -3x^{-1} - 1 \\ \wedge\ y' = x \end{array} \right. \qquad D_n\left(-3x^{-1} - 1\,|\,x\right)$

$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = \dfrac{-3}{x'+1} \\ \wedge\ y' = x \end{array} \right. \qquad h:\ y = -\dfrac{3}{x+1} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$

4

B 2.5 Einzeichnen des Quadrats $AB_0C_0D_0$

$\overrightarrow{AB_n}\, \mathbf{e}\, \overrightarrow{AD_n} = 0$

$\begin{pmatrix} x + 2 \\ -3x^{-1} + 1 \end{pmatrix} \mathbf{e} \begin{pmatrix} -3x^{-1} + 1 \\ x + 2 \end{pmatrix} = 0 \qquad x > 0{,}79;\ x \in \mathbb{R}^+$

$\Leftrightarrow (x + 2) \cdot (-3x^{-1} + 1) + (-3x^{-1} + 1) \cdot (x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 12 = 0$

…

$\Leftrightarrow\ (x = -2 \quad \vee) \quad x = 3 \qquad \mathbb{L} = \{3\}$

$B_0(3\,|\,-2) \qquad D_0(-2\,|\,3) \qquad C_0(3\,|\,3)$

oder

$y_{B_0} = y_A$

$-3x^{-1} - 1 = -2 \qquad \Leftrightarrow x = 3 \qquad \mathbb{L} = \{3\}$

4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

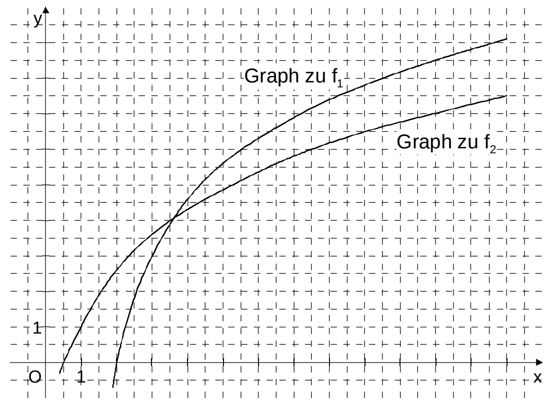
R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe P 1**

Name:_________________________________ Vorname:_______________________________

Klasse:______________ Platzziffer:_______________ Punkte:_______________

P 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_2(2x - 3)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Der Graph zu f_1 wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Graphen zu f_2 abgebildet.

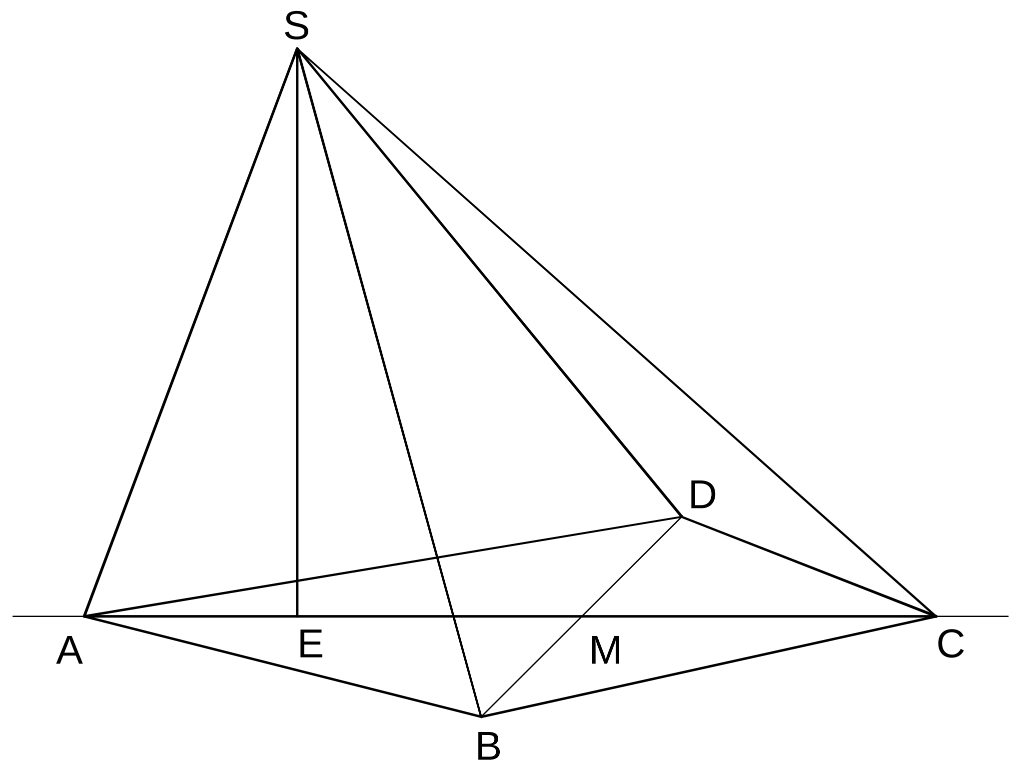


P 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für f_2 gilt: $y = 2 \cdot \log_2(2x + 1) - 2$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$. 1 P

P 1.2 Eine Gerade g mit der Gleichung $x = a$ $(a > 3{,}5)$, die parallel zur y-Achse verläuft, schneidet den Graphen zu f_1 im Punkt P und den Graphen zu f_2 im Punkt Q. Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden g, sodass gilt: $\overline{PQ} = 1{,}5$ LE. 4 P

P 2.0 Das Drachenviereck ABCD mit den Diagonalen $\overline{AC} = 12\text{ cm}$ und $\overline{BD} = 8\text{ cm}$ ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Die Diagonalen schneiden sich im Punkt M mit $\overline{AM} = 7\text{ cm}$. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt E mit $\overline{AE} = 3\text{ cm}$ und $\overline{ES} = 8\text{ cm}$, wobei E auf der Schrägbildachse AC liegt.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$



P 2.1 Punkte P_n auf der Kante $[CS]$ bilden zusammen mit den Punkten B und D die Dreiecke BDP_n. Die Dreiecke BDP_n schließen mit der Grundfläche ABCD den Winkel CMP_n mit dem Maß ε ein.

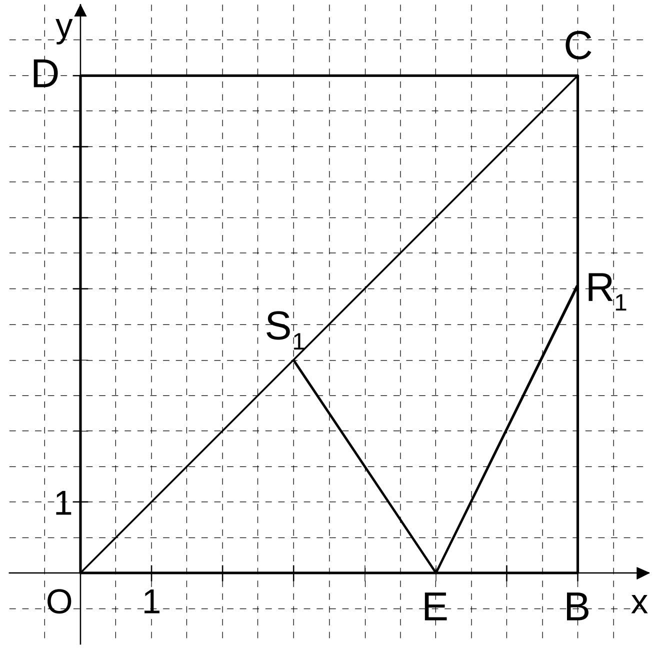
Zeichnen Sie das Dreieck BDP_1 für $\overline{CP_1} = 6\text{ cm}$ in das Schrägbild zu 2.0 ein und berechnen Sie sodann das Intervall für alle möglichen Winkelmaße ε. 3 P

P 2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Dreiecke BDP_n in Abhängigkeit von ε.

[Ergebnis: $A(\varepsilon) = \dfrac{13,29}{\sin(\varepsilon + 41,63°)}$ cm^2] 4 P

P 2.3 Unter den Dreiecken BDP_n hat das Dreieck BDP_0 den kleinsten Flächeninhalt. Bestimmen Sie das zugehörige Winkelmaß ε. 2 P

P 3.0 Gegeben sind das Quadrat OBCD mit $O(0|0)$, $B(7|0)$, $C(7|7)$, $D(0|7)$ sowie der Punkt $E(5|0)$. Punkte R_n liegen auf der Strecke [BC] und Punkte S_n liegen auf der Diagonalen [OC]. Das Maß der Winkel R_nES_n beträgt stets 60°. Die Winkel S_nEO haben das Maß ε.



P 3.1 Für das Maß ε gilt: $\varepsilon_{min} \leqq \varepsilon \leqq 105{,}95°$. Ermitteln Sie graphisch ε_{min}. 1 P

P 3.2 Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte R_n in Abhängigkeit von ε. 1 P

P 3.3 Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte S_n in Abhängigkeit von ε. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	Abschlussprüfung 2007 an den Realschulen in Bayern	R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Die Energieversorger in Deutschland erbrachten im gesamten Jahr 1994 durch Windkraft eine Leistung von 643 MW (Megawatt). Seitdem wurde der Ausbau der Windkraft vorangetrieben, sodass im Jahr 2001 bereits etwa 9000 MW genutzt werden konnten. Für die nächsten Jahre wird eine Entwicklung vorhergesagt, die durch eine Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 643 \cdot 10^{0{,}163 \cdot x}$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) beschrieben werden kann. Dabei steht x Jahre für die seit 1994 vergangenen Jahre und y MW für die durch Windkraft erbrachte Leistung.

C 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 7]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf Ganze gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 Jahr; $0 \leqq x \leqq 8$
Auf der y-Achse: 1 cm für 1000 MW; $0 \leqq y \leqq 10000$
Bestimmen Sie mithilfe des Graphen, ab welchem Kalenderjahr mehr als 3500 MW Leistung pro Jahr durch Windkraft erbracht werden konnten.
Ermitteln Sie mithilfe der Tabelle, ab welchem Kalenderjahr der Leistungszuwachs mehr als 1900 MW beträgt. 5 P

C 1.2 Berechnen Sie die Leistung, die im Jahr 2007 nach dieser Vorhersage durch Windkraft erbracht werden kann. 2 P

C 1.3 Geben Sie an, um wie viel Prozent die Leistung bei dieser Vorhersage jährlich zunimmt. 2 P

C 1.4 Eine zweite Vorhersage geht davon aus, dass die durch Windkraft erbrachte Leistung ab dem Jahr 1994 jährlich um 1000 MW zunimmt.
Geben Sie die Gleichung der Funktion f_2 an, die diese Entwicklung beschreibt und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Leistung, die im Jahr 2007 nach dieser zweiten Vorhersage durch Windkraft erbracht werden kann. 3 P

C 1.5 Bestimmen Sie mithilfe der Graphen, nach wie vielen Jahren bei den Vorhersagen aus 1.0 und 1.4 die gleiche Leistung erreicht wird. 1 P

C 1.6 Im gesamten Jahr 2001 wurde in Deutschland eine Leistung von 75 MW durch Solarzellen erbracht. In den folgenden Jahren wird ein jährlicher Zuwachs an Leistung durch Solarzellen von 30% angenommen.
Berechnen Sie, in welchem Kalenderjahr die durch Solarzellen erbrachte Leistung genauso groß wäre, wie die 9000 MW (gerundet) im Jahr 2001, die durch Windkraft erbracht wurden. 4 P

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} 8 \cdot \sin\varphi \\ \dfrac{2}{\sin\varphi} \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $A(0\,|\,0)$ spannen für $\varphi \in]0°; 90°]$ Dreiecke AB_nC auf.

C 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AB_1}$ für $\varphi = 15°$, $\overrightarrow{AB_2}$ für $\varphi = 30°$ und $\overrightarrow{AB_3}$ für $\varphi = 60°$ jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann die Dreiecke AB_1C, AB_2C und AB_3C in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 8$; $-1 \leqq y \leqq 9$ 3 P

C 2.2 Berechnen Sie das Maß α des Winkels B_2AC auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, den die beiden Pfeile $\overrightarrow{AB_2}$ und $\overrightarrow{AC}$ einschließen. 2 P

C 2.3 Im rechtwinkligen Dreieck AB_4C ist die Seite $[B_4C]$ Hypotenuse.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

C 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n.
[Ergebnis: $h:\ y = \dfrac{16}{x}$] 2 P

C 2.5 Unter den Dreiecken AB_nC gibt es das gleichschenklige Dreieck AB_5C mit der Basis [AC].
Berechnen Sie den Wert von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 4 P

C 2.6 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke AB_nC in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi) = \left(8 \cdot \sin\varphi + \dfrac{4}{\sin\varphi}\right)$ FE.
Berechnen Sie die Werte von φ, sodass die Dreiecke AB_6C und AB_7C einen Flächeninhalt von 12 FE haben. 3 P

Abschlussprüfung 2007

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I | **Nachtermin** | **Aufgaben P 1 – 3**

Lösungsmuster und Bewertung

P 1.1

$f_2:\ y = 2\cdot\log_2(2(x-(-2)))-3)-2 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$

$f_2:\ y = 2\cdot\log_2(2x+4-3)-2$

$f_2:\ y = 2\cdot\log_2(2x+1)-2$

1

P 1.2

$1{,}5 = 2\cdot\log_2(2x-3)-(2\cdot\log_2(2x+1)-2) \qquad x > 3{,}5;\ x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad 1{,}5 = 2\cdot\log_2(2x-3)-2\cdot\log_2(2x+1)+2$

$\Leftrightarrow \quad -0{,}25 = \log_2\left(\dfrac{2x-3}{2x+1}\right)$

$\Leftrightarrow \quad 2^{-0{,}25} = \dfrac{2x-3}{2x+1}$

$\Leftrightarrow \quad 0{,}84 = \dfrac{2x-3}{2x+1}$

$\Leftrightarrow \quad 0{,}32x = 3{,}84$

$\Leftrightarrow \quad x = 12 \qquad \mathbb{L} = \{12\}$

Die Gleichung der Geraden g: $x = 12$

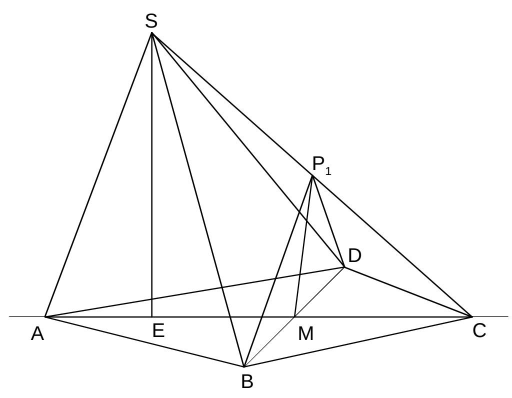
4

P 2.1

$\tan(180^\circ-\varepsilon) = \dfrac{8}{4}$

$180^\circ-\varepsilon = 63{,}43^\circ$

$\varepsilon = 116{,}57^\circ \qquad \varepsilon\in[0^\circ;116{,}57^\circ]$



Zeichnung im Maßstab 1 : 2

3

P 2.2 $\tan \sphericalangle SCA = \frac{8}{9}$ $\qquad$ $\sphericalangle SCA = 41{,}63°$

$$\frac{\overline{MP_n}(\varepsilon)}{\sin 41{,}63°} = \frac{5\text{ cm}}{\sin[180° - (\varepsilon + 41{,}63°)]} \qquad \overline{MP_n}(\varepsilon) = \frac{5 \cdot \sin 41{,}63°}{\sin(\varepsilon + 41{,}63°)}\text{ cm}$$

$$A(\varepsilon) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{5 \cdot \sin 41{,}63°}{\sin(\varepsilon + 41{,}63°)}\text{ cm}^2 \qquad A(\varepsilon) = \frac{13{,}29}{\sin(\varepsilon + 41{,}63°)}\text{ cm}^2$$

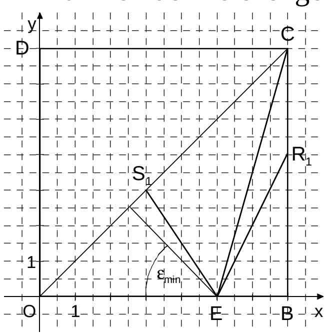
4

P 2.3 Minimaler Flächeninhalt für $\sin(\varepsilon + 41{,}63°) = 1$

$\varepsilon + 41{,}63° = 90°$ $\qquad$ $\varepsilon = 48{,}37°$

2

P 3.1 Im Rahmen der Zeichengenauigkeit: $\varepsilon_{min} = 46°$



Zeichnung im Maßstab 1 : 2

1

P 3.2 $R_n(7 \mid 2\tan(120° - \varepsilon))$

1

P 3.3 $S_n(x \mid y) = S_n(x \mid x)$ $\qquad$ $x \in \mathbb{R}^+$

$$\tan\varepsilon = \frac{x}{5 - x} \qquad x \in \mathbb{R}^+;\ 46° \leqq \varepsilon \leqq 105{,}95°$$

$$\Leftrightarrow\ 5\tan\varepsilon - x\tan\varepsilon = x \qquad \Leftrightarrow\ x = \frac{5\tan\varepsilon}{1 + \tan\varepsilon} \qquad S_n\left(\frac{5\tan\varepsilon}{1 + \tan\varepsilon} \middle| \frac{5\tan\varepsilon}{1 + \tan\varepsilon}\right)$$

oder

$S_n(r \cdot \cos 45° \mid r \cdot \sin 45°)$ $\qquad$ $\overline{OS_n} = r$ LE

$$\frac{\overline{OS_n}}{\sin\varepsilon} = \frac{5\text{ LE}}{\sin(45° + \varepsilon)} \qquad S_n\left(\frac{2{,}5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\varepsilon}{\sin(45° + \varepsilon)} \middle| \frac{2{,}5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\varepsilon}{\sin(45° + \varepsilon)}\right)$$

3

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2007

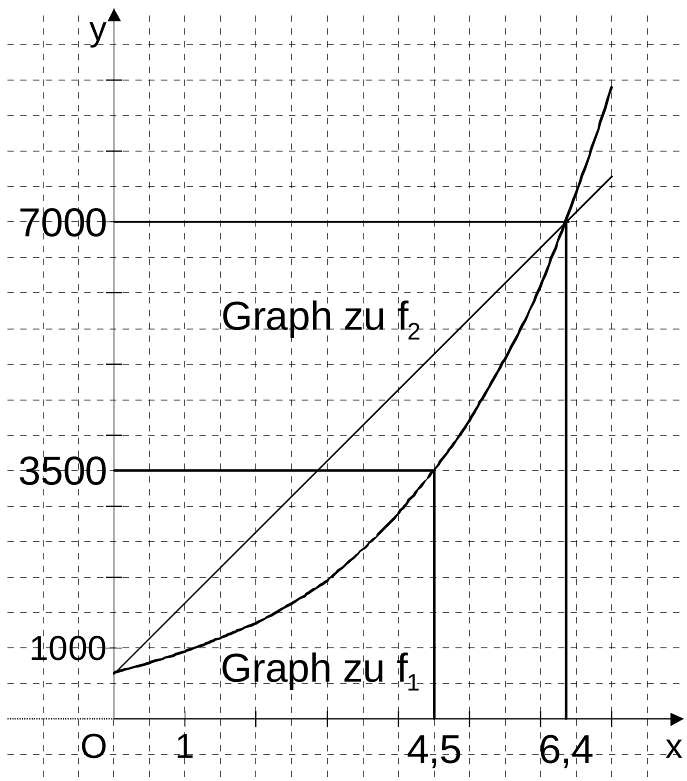
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

Lösungsmuster und Bewertung

C 1.1 $f_1:\ y = 643 \cdot 10^{0,163 \cdot x}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$643 \cdot 10^{0,163 \cdot x}$	643	936	1362	1982	2885	4200	6112	8896



Einzeichnen des Graphen zu f_1
Im Jahre 1999 konnten mehr als 3500 MW Leistung durch Windkraft erbracht werden.
Im Jahre 2000 betrug der Leistungszuwachs zum ersten Mal mehr als 1900 MW. 5

C 1.2 $y = 643 \cdot 10^{0,163 \cdot 13}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}$
$y = 84569$
Im Jahr 2007 können 84569 MW Leistung durch die Windkraft zur Verfügung gestellt werden. 2

C 1.3	$y = 643 \cdot 10^{0,163 \cdot x}$ $y = 643 \cdot \left(10^{0,163}\right)^x$ $y = 643 \cdot (1,455)^x$ Der jährliche Zuwachs beträgt 45,5%.	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$	2
C 1.4	$f_2: y = 1000 \cdot x + 643$ Einzeichnen des Graphen zu f_2 $y = 1000 \cdot 13 + 643$ $\Leftrightarrow\; y = 13643$ Die Leistung beträgt 13643 MW.	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\mathbb{L} = \{13643\}$	3
C 1.5	Im Rahmen der Zeichengenauigkeit: $x = 6,4$ Nach 6,4 Jahren sind die Leistungen gleich.		1
C 1.6	$y = 75 \cdot 1,3^x$ $75 \cdot 1,3^x = 9000$ … $\Leftrightarrow\; x = 18,25$ Im Laufe des Jahres 2020 kann genauso viel Leistung durch Solarzellen erbracht werden, wie 2001 durch Windkraft erbracht wurden.	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\mathbb{L} = \{18,25\}$	4
			17

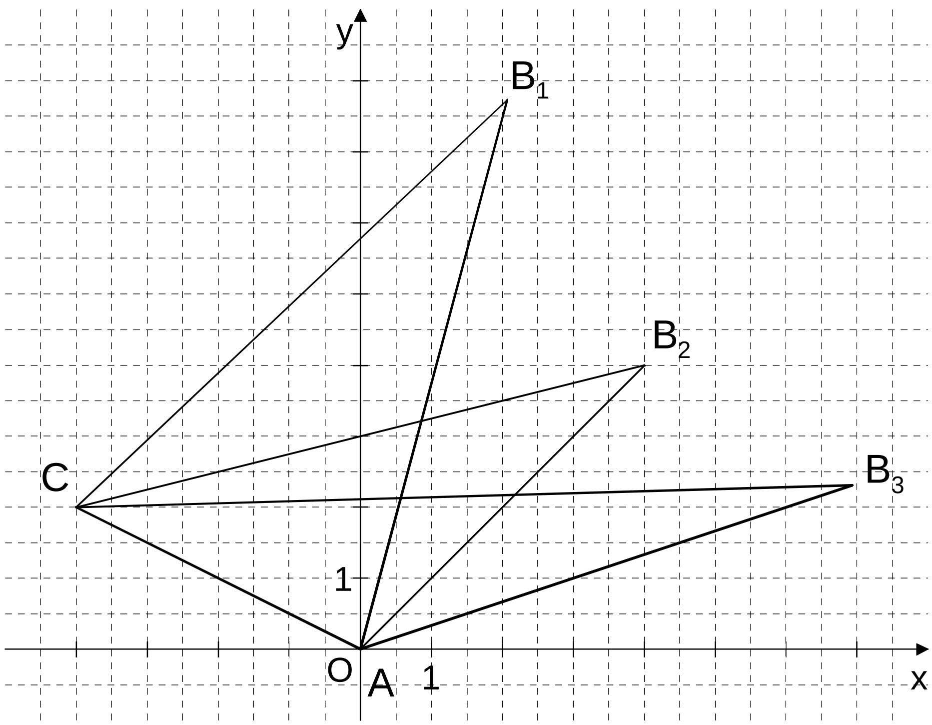
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2007
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1 $\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 8 \cdot \sin 15° \\ \dfrac{2}{\sin 15°} \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 2{,}07 \\ 7{,}73 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB_2} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB_3} = \begin{pmatrix} 6{,}93 \\ 2{,}31 \end{pmatrix}$



Einzeichnen der Dreiecke AB_1C, AB_2C und AB_3C

3

C 2.2 $\cos\alpha = \dfrac{\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{16+16} \cdot \sqrt{16+4}}$ $\alpha \in]0°;180°[$

$\cos\alpha = \dfrac{-16+8}{\sqrt{32} \cdot \sqrt{20}}$ $\alpha = 108{,}43°$ $\mathbb{L} = \{108{,}43°\}$

2

C 2.3 $\begin{pmatrix} 8 \cdot \sin\varphi \\ \dfrac{2}{\sin\varphi} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ $\varphi \in]0°;90°]$

	$\Leftrightarrow -32\cdot\sin\varphi+\dfrac{4}{\sin\varphi}=0$ … $\Leftrightarrow\ \varphi=20{,}70°\qquad(\vee\ \ \varphi=159{,}30°)\qquad\qquad \mathbb{L}=\{20{,}70°\}$	3
C 2.4	$\left\vert\begin{array}{l} x=8\cdot\sin\varphi \\ \wedge\ y=\dfrac{2}{\sin\varphi}\end{array}\right.\qquad\qquad \mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}\ ;\varphi\in\,]0°;90°]$ $\Leftrightarrow\ \left\vert\begin{array}{l} \sin\varphi=\dfrac{x}{8} \\ \wedge\ y=\dfrac{16}{x}\end{array}\right.\qquad \Leftrightarrow\ h:\ y=\dfrac{16}{x}\qquad\qquad \mathbb{G}=\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}$	2
C 2.5	$M_{[AC]}(-2\,\vert\,1)\qquad m_{AC}=-0{,}5\qquad m_{MB_5}=2$ $MB_5:\ \ y=2\cdot(x-(-2))+1\qquad MB_5:\ \ y=2\cdot x+5\qquad\qquad \mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ $\left\vert\begin{array}{l} \quad y=2x+5 \\ \wedge\quad y=\dfrac{16}{x}\end{array}\right.\qquad\qquad \mathbb{G}=\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow\ (x=-4{,}34\quad\vee)\ \ x=1{,}84\qquad\qquad \mathbb{L}=\{1{,}84\}$ $8\sin\varphi=1{,}84\qquad\qquad \varphi\in\,]0°;90°]$ $\Leftrightarrow\ \varphi=13{,}30°\ (\vee\ \ \varphi=166{,}70°)\qquad\qquad \mathbb{L}=\{13{,}30°\}$	4
C 2.6	$A(\varphi)=\dfrac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} 8\cdot\sin\varphi & -4 \\ \dfrac{2}{\sin\varphi} & 2\end{vmatrix}\text{FE}\qquad A(\varphi)=\left(8\cdot\sin\varphi+\dfrac{4}{\sin\varphi}\right)\text{FE}\qquad\qquad \varphi\in\,]0°;90°]$ $8\cdot\sin\varphi+\dfrac{4}{\sin\varphi}=12$ $\Leftrightarrow\ 8\cdot\sin^2\varphi-12\sin\varphi+4=0$ … $\Leftrightarrow\ \varphi=30°\quad\vee\quad\varphi=90°\quad(\vee\ \ \varphi=150°)\qquad\qquad \mathbb{L}=\{30°;90°\}$	3
		17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten. Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung (Kopie, Folie) der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.