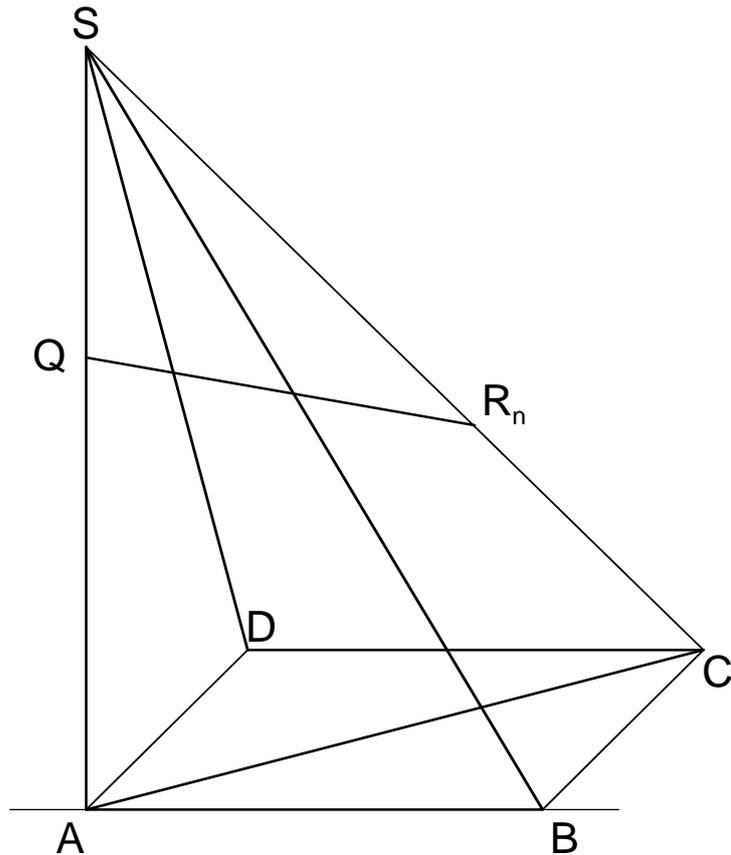
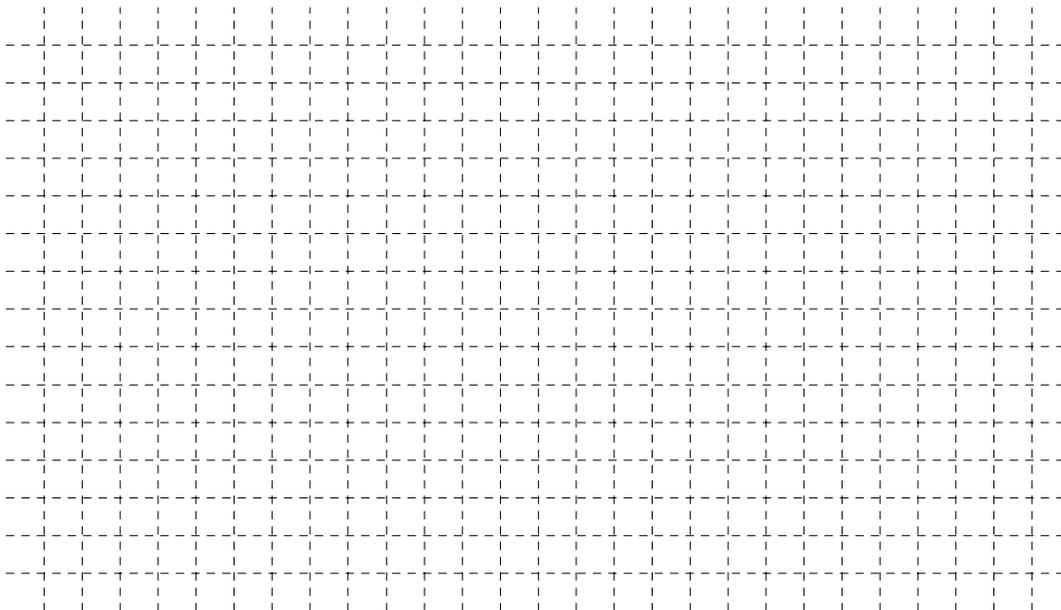


P 2.0 Das Quadrat ABCD mit $\overline{AB} = 6\text{ cm}$ ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Eckpunkt A. Der Winkel SCA hat das Maß $\gamma = 50^\circ$. Der Punkt Q liegt auf der Kante [AS] mit $\overline{AQ} = 6\text{ cm}$. Die Punkte R_n liegen auf der Kante [CS], wobei die Winkel R_nQS das Maß ε mit $\varepsilon > 0^\circ$ haben.



P 2.1 Berechnen Sie das größtmögliche Winkelmaß ε .

3 P

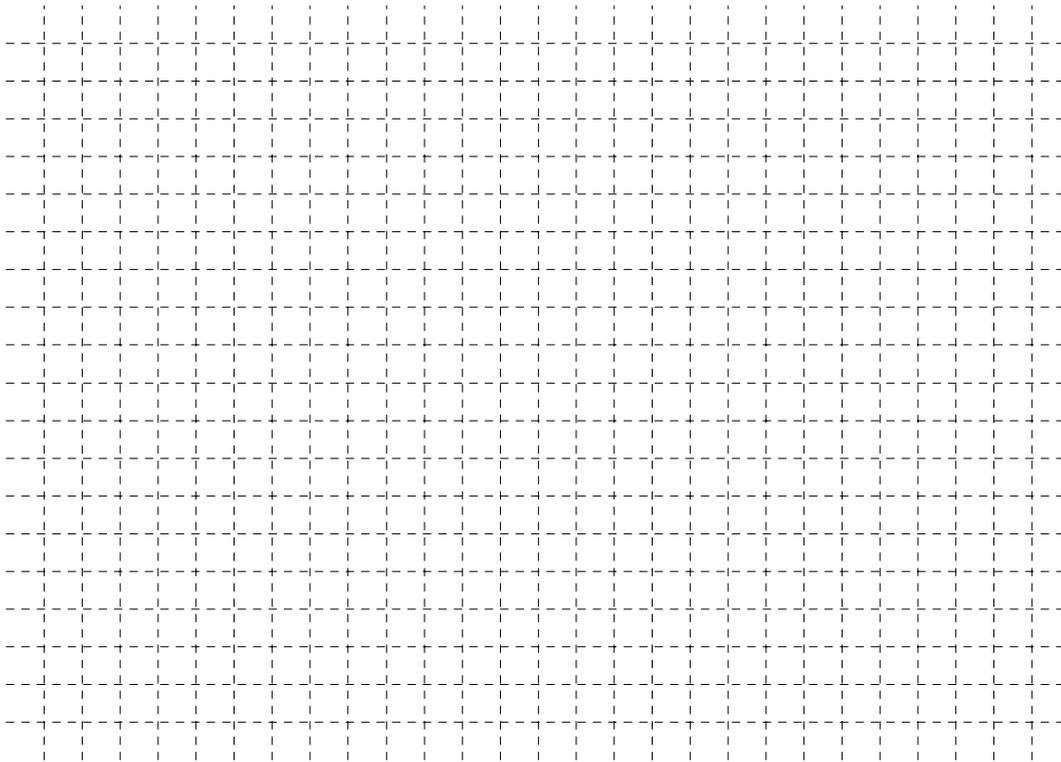


P 2.2 Zeigen Sie, dass für die Streckenlängen $\overline{QR_n}$ in Abhängigkeit von ε gilt:

$$\overline{QR_n}(\varepsilon) = \frac{2,64}{\sin(40^\circ + \varepsilon)} \text{ cm.}$$

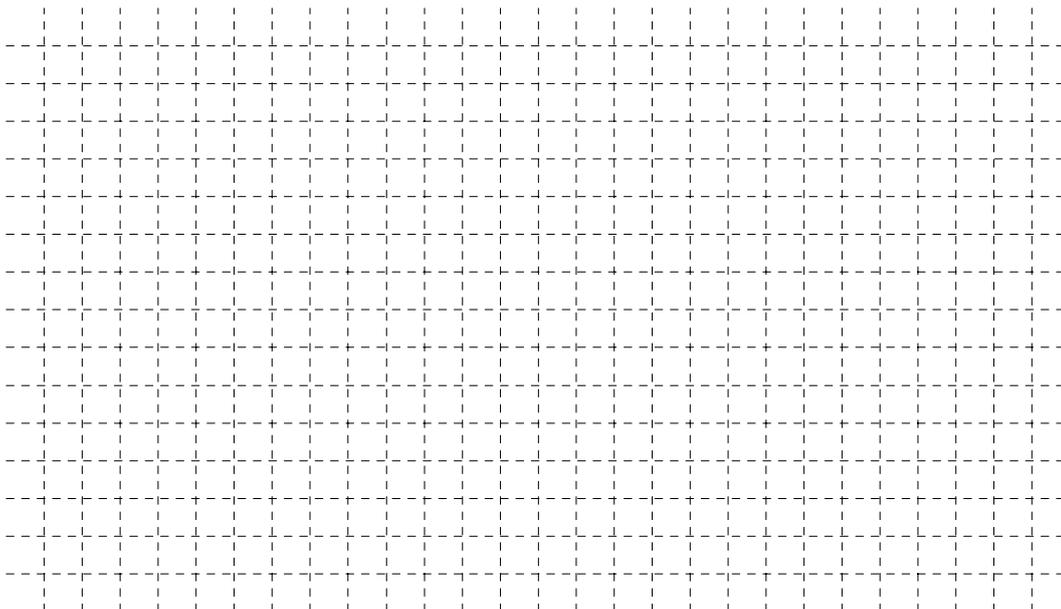
[Teilergebnis: $\overline{AS} = 10,11 \text{ cm}$]

4 P

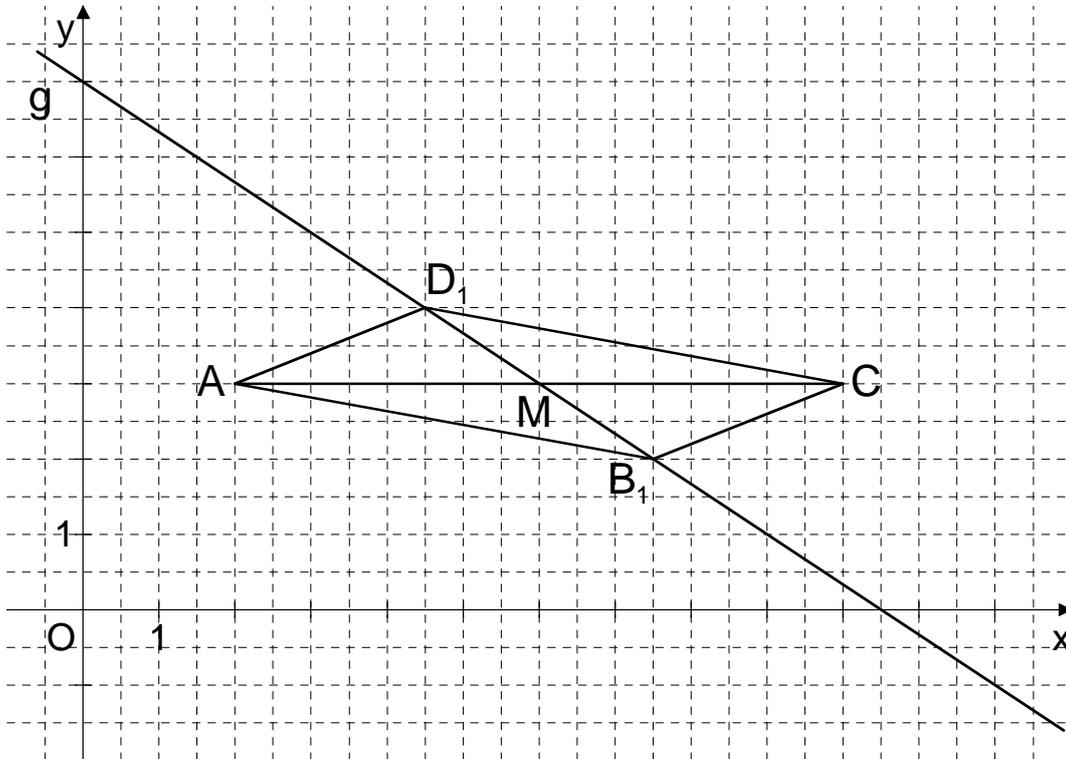


P 2.3 Berechnen Sie das Winkelmaß ε , sodass die Strecken $[QR_1]$ und $[QS]$ gleich lang sind.

2 P



P 3.0 Punkte $B_n(x | -\frac{2}{3}x + 7)$ mit $x > 6; x \in \mathbb{R}$ und $D_n(x_D | y_D)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -\frac{2}{3}x + 7$ sind zusammen mit den Punkten $A(2|3)$ und $C(10|3)$ Eckpunkte von Parallelogrammen AB_nCD_n . M ist der Diagonalschnittpunkt.



P 3.1 Ergänzen Sie die Zeichnung zu 3.0 um das Parallelogramm AB_2CD_2 für $x = 12$. 1 P

P 3.2 Unter den Parallelogrammen AB_nCD_n gibt es das Rechteck AB_3CD_3 . Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_3 . 4 P

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Pflichtteil – Haupttermin

Aufgaben P 1 – 3

Lösungsmuster und Bewertung

P 1.1 Aus der Funktionsgleichung ergibt sich: Der Bestand erhöht sich wöchentlich um 15%.	2
P 1.2 $y = 500 \cdot 1,15^{\frac{21}{7}}$ $y = 760$ Nach 3 Wochen müssen 260 Mäuse entnommen werden.	1
P 1.3 $1000 = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$ $x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow 2 = 1,15^{\frac{x}{7}}$ $\Leftrightarrow x = 7 \cdot \log_{1,15} 2$ $\Leftrightarrow x = 34,72$ $\mathbb{L} = \{34,72\}$ Nach 35 Tagen hat sich die Anzahl der Mäuse verdoppelt.	2
P 2.1 $\tan(180^\circ - \varepsilon) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AQ}}$ $\varepsilon \in]0^\circ; 180^\circ]$ $\tan(180^\circ - \varepsilon) = \frac{6\sqrt{2}}{6}$ $180^\circ - \varepsilon = 54,74^\circ$ $\varepsilon = 125,26^\circ$	3
P 2.2 $\frac{\overline{QR}_n(\varepsilon)}{\sin(90^\circ - 50^\circ)} = \frac{\overline{QS}}{\sin(180^\circ - ((90^\circ - 50^\circ) + \varepsilon))}$ $\varepsilon \in]0^\circ; 125,26^\circ]$ $\overline{AS} = 6\sqrt{2} \cdot \tan 50^\circ \text{ cm}$ $\overline{AS} = 10,11 \text{ cm}$	

$$\overline{QS} = 4,11 \text{ cm}$$

$$\overline{QR}_n(\varepsilon) = \frac{4,11 \cdot \sin 40^\circ}{\sin(40^\circ + \varepsilon)} \text{ cm}$$

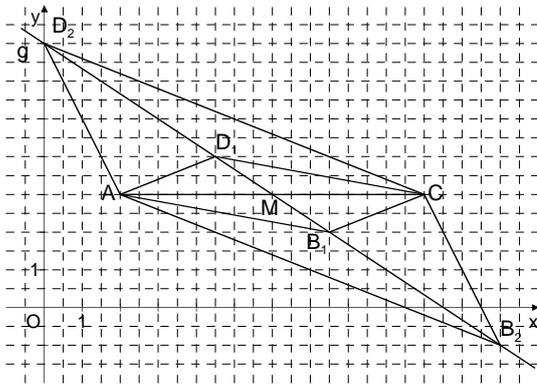
$$\overline{QR}_n(\varepsilon) = \frac{2,64}{\sin(40^\circ + \varepsilon)} \text{ cm}$$

4

P 2.3 $\varepsilon = 180^\circ - 2 \cdot \sphericalangle QSR_n$ $\varepsilon = 180^\circ - 2 \cdot 40^\circ$ $\varepsilon = 100^\circ$
 oder
 $4,11 = \frac{2,64}{\sin(40^\circ + \varepsilon)}$ $\varepsilon \in]0^\circ; 125,26^\circ]$
 $40^\circ + \varepsilon = 39,97^\circ$ \sphericalangle $40^\circ + \varepsilon = 140,03^\circ$
 $(\varepsilon = -0,03^\circ$ \sphericalangle) $\varepsilon = 100,03^\circ$ $\mathbb{L} = \{100,03^\circ\}$

2

P 3.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2



1

P 3.2 $\overrightarrow{B_3A} \odot \overrightarrow{B_3C} = 0$

$$\begin{pmatrix} 2-x \\ 3+\frac{2}{3}x-7 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 10-x \\ 3+\frac{2}{3}x-7 \end{pmatrix} = 0$$

$x > 6; x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{9}x^2 - \frac{52}{3}x + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x = 2,67 \quad \sphericalangle) \quad x = 9,33$$

$\mathbb{L} = \{9,33\}$

$$B_3(9,33 | -\frac{2}{3} \cdot 9,33 + 7) = B_3(9,33 | 0,78)$$

4

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Mathematik I

Wahlteil – Haupttermin

Aufgabe A 1

- A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 1,5^{x+3} + 1$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
- A 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [-8; 1]$ mit $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in ein Koordinatensystem und geben Sie die Gleichung der Asymptote h an.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leq x \leq 3$; $-3 \leq y \leq 9$ 3 P
- A 1.2 Der Graph der Funktion f wird durch orthogonale Affinität mit der x -Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -2$ und anschließender Parallelverschiebung mit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix}$ auf den Graphen zu f' abgebildet.
Zeigen Sie rechnerisch, dass man für f' die Gleichung $y = -2 \cdot 1,5^{x+1} + 8$ erhält und zeichnen Sie den Graphen zu f' in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 5 P
- A 1.3 Punkte $C_n(x | 1,5^{x+3} + 1)$ auf dem Graphen zu f und Punkte D_n auf dem Graphen zu f' sind zusammen mit Punkten A_n und B_n Eckpunkte von Rechtecken $A_n B_n C_n D_n$. Die Punkte C_n und D_n haben jeweils die gleiche Abszisse x . Es gilt: $y_{C_n} < y_{D_n}$ und $\overline{A_n D_n} = 2 \text{ LE}$.
Zeichnen Sie die Rechtecke $A_1 B_1 C_1 D_1$ für $x = -1$ und $A_2 B_2 C_2 D_2$ für $x = -4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P
- A 1.4 Ermitteln Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, für welche Belegungen für x es Rechtecke $A_n B_n C_n D_n$ gibt. 3 P
- A 1.5 Unter den Rechtecken $A_n B_n C_n D_n$ gibt es das Quadrat $A_3 B_3 C_3 D_3$.
Berechnen Sie die x -Koordinate des Punktes C_3 .
[Teilergebnis: $\overline{D_n C_n}(x) = (-6,375 \cdot 1,5^x + 7) \text{ LE}$] 4 P

Mathematik I

Wahlteil – Haupttermin

Aufgabe A 2

- A 2.0 Die gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreiecke AB_nC_n bilden eine Dreiecksschar mit dem gemeinsamen Punkt $A(0|0)$. Auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -2x + 6$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) liegen die Mittelpunkte $M_n(x | -2x + 6)$ der Hypotenusen $[AB_n]$.
- A 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Dreiecke AB_1C_1 für $x = 1$ und AB_2C_2 für $x = 3$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leq x \leq 7$; $-1 \leq y \leq 9$ 2 P
- A 2.2 Stellen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n dar und bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte C_n .
[Teilergebnis: $C_n(3x - 6 | -x + 6)$] 5 P
- A 2.3 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke AB_nC_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n gilt: $A(x) = (5x^2 - 24x + 36)$ FE. 3 P
- A 2.4 Die Dreiecke AB_3C_3 und AB_4C_4 haben jeweils einen Flächeninhalt von 36 FE.
Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte C_3 und C_4 . 3 P
- A 2.5 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es das Dreieck AB_5C_5 , bei dem der Punkt C_5 auf der Gerade g liegt.
Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes C_5 und begründen Sie, dass das Dreieck AB_5C_5 den kleinsten Flächeninhalt aller Dreiecke AB_nC_n besitzt. 4 P

Mathematik I

Wahlteil – Haupttermin

Aufgabe B 1

- B 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = \log_3(x + 2) - 1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
- B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge, die Wertemenge sowie die Gleichung der Asymptote zu f an und zeichnen Sie den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leq x \leq 12$; $-3 \leq y \leq 6$ 4 P
- B 1.2 Punkte $P_n(x | \log_3(x + 2) - 1)$ mit $y_P < y_R$ auf dem Graphen zu f und Punkte Q_n bilden zusammen mit dem Punkt $R(6 | 5)$ Dreiecke P_nQ_nR , deren Seiten $[P_nQ_n]$ parallel zur x -Achse verlaufen. Die Abszisse der Punkte Q_n ist um vier größer als die Abszisse x der Punkte P_n .
Zeichnen Sie die Dreiecke P_1Q_1R für $x = -1$ und P_2Q_2R für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P
- B 1.3 Zeigen Sie, dass sich der Flächeninhalt A der Dreiecke P_nQ_nR in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte P_n wie folgt darstellen lässt:
 $A(x) = [-2 \cdot \log_3(x + 2) + 12]$ FE. 4 P
- B 1.4 Unter den Dreiecken P_nQ_nR gibt es das Dreieck P_3Q_3R mit einem Flächeninhalt von 15 FE.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P
- B 1.5 Unter den Dreiecken P_nQ_nR gibt es das gleichschenklige Dreieck P_4Q_4R mit der Basis $[P_4Q_4]$ und dem Basismittelpunkt M .
Zeichnen Sie das Dreieck P_4Q_4R in das Koordinatensystem zu 1.1 und berechnen Sie das Maß φ des Winkels P_4RQ_4 . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

Mathematik I

Wahlteil – Haupttermin

Aufgabe B 2

B 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} 3 \cos \varphi - 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AC_n} = \begin{pmatrix} 2 \cos \varphi - 3 \\ \sin^2 \varphi \end{pmatrix}$ mit $A(2|1)$ spannen für $\varphi \in [0^\circ; 180^\circ]$ Dreiecke AB_nC_n auf.

B 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AB_1}$ und $\overrightarrow{AC_1}$ für $\varphi = 30^\circ$, $\overrightarrow{AB_2}$ und $\overrightarrow{AC_2}$ für $\varphi = 90^\circ$ und $\overrightarrow{AB_3}$ und $\overrightarrow{AC_3}$ für $\varphi = 150^\circ$ jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann die Dreiecke AB_1C_1 , AB_2C_2 und AB_3C_3 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leq x \leq 4$; $-1 \leq y \leq 5$

3 P

B 2.2 Die Pfeile $\overrightarrow{AB_1}$ und $\overrightarrow{AC_1}$ schließen einen Winkel mit dem Maß α ein. Berechnen Sie das Maß α auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2 P

B 2.3 Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von φ .
[Ergebnis: $C_n(2 \cos \varphi - 1 | \sin^2 \varphi + 1)$]

1 P

B 2.4 Ermitteln Sie die Gleichung des Trägergraphen p der Punkte C_n und zeichnen Sie den Trägergraph p in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

4 P

B 2.5 Berechnen Sie den Wert von φ , sodass der Punkt C_4 auf der y -Achse liegt, und berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_4 .

2 P

B 2.6 Im rechtwinkligen Dreieck AB_5C_5 ist die Strecke $[B_5C_5]$ die Hypotenuse. Berechnen Sie den zugehörigen Wert von φ .

5 P

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Wahlteil – Haupttermin

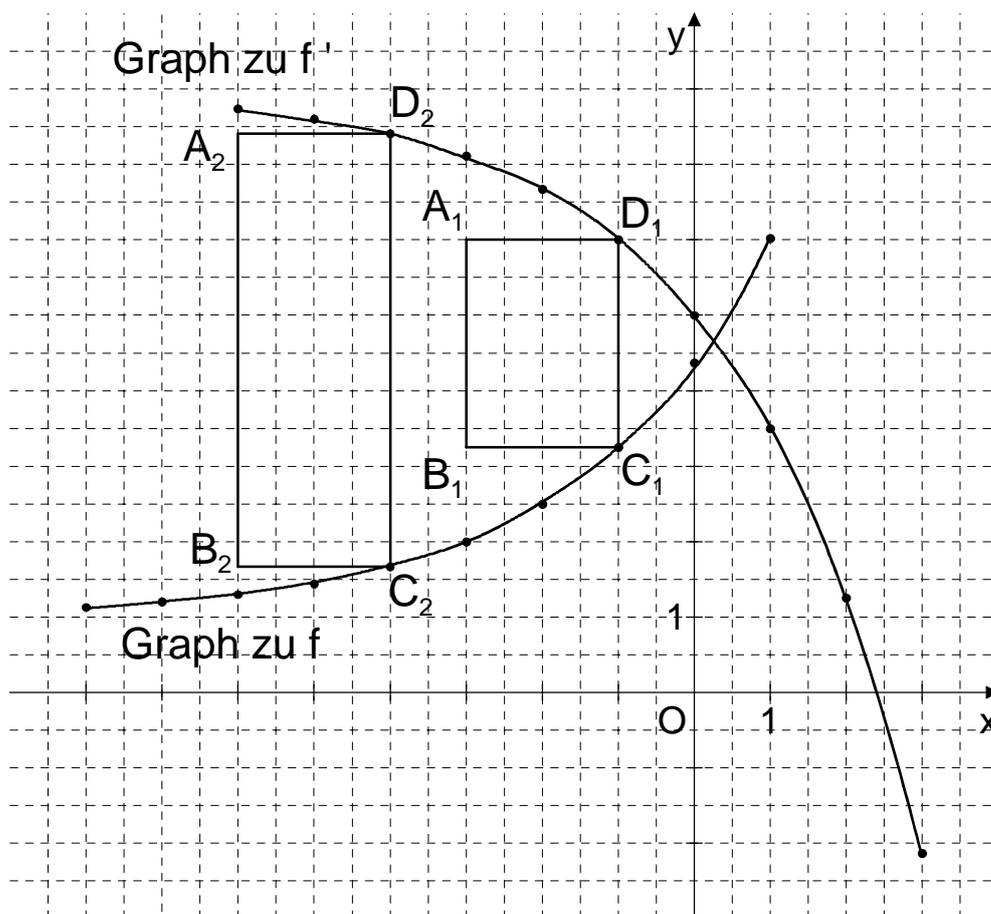
Aufgabe A 1

Lösungsmuster und Bewertung

A 1.1 $f: y = 1,5^{x+3} + 1$

$G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$1,5^{x+3} + 1$	1,13	1,20	1,30	1,44	1,67	2	2,5	3,25	4,38	6,06



Einzeichnen des Graphen zu f
Gleichung der Asymptote $h: y = 1$

A 1.2 Orthogonale Affinität an der x-Achse mit $k = -2$:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} x' = x \\ \wedge y' = -2 \cdot (1,5^{x+3} + 1) \end{array} \right\} \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow y' = -2 \cdot 1,5^{x+3} - 2 \\ \text{Parallelverschiebung:} \\ \left. \begin{array}{l} x'' = x' + 2 \\ \wedge y'' = -2 \cdot 1,5^{x'+3} - 2 + 10 \end{array} \right\} \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x' = x'' - 2 \\ \wedge y'' = -2 \cdot 1,5^{x''-2+3} + 8 \end{array} \right\} \Leftrightarrow y'' = -2 \cdot 1,5^{x''+1} + 8 \\ f' \text{ mit der Gleichung } y = -2 \cdot 1,5^{x+1} + 8 \quad (\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}) \\ \text{Einzeichnen des Graphen zu } f' \end{array}$$

5

A 1.3 Einzeichnen der Rechtecke $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

2

$$\begin{array}{l} \text{A 1.4} \quad 1,5^{x+3} + 1 = -2 \cdot 1,5^{x+1} + 8 \quad x \in \mathbb{R} \\ \dots \\ \Leftrightarrow x = 0, 23 \quad \mathbb{L} = \{0, 23\} \\ \text{Für } x < 0, 23 \text{ erhält man Rechtecke } A_n B_n C_n D_n. \end{array}$$

3

$$\begin{array}{l} \text{A 1.5} \quad \overline{A_3 D_3} = \overline{D_n C_n}(x) \\ \overline{D_n C_n}(x) = [-2 \cdot 1,5^{x+1} + 8 - (1,5^{x+3} + 1)] \text{ LE} \quad x < 0, 23; x \in \mathbb{R} \\ \overline{D_n C_n}(x) = [-2 \cdot 1,5^x \cdot 1,5 + 8 - 1,5^x \cdot 1,5^3 - 1] \text{ LE} \\ \overline{D_n C_n}(x) = (-6,375 \cdot 1,5^x + 7) \text{ LE} \\ 2 = -6,375 \cdot 1,5^x + 7 \quad x < 0, 23; x \in \mathbb{R} \\ \dots \\ \Leftrightarrow x = -0, 60 \quad \mathbb{L} = \{-0, 60\} \end{array}$$

4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

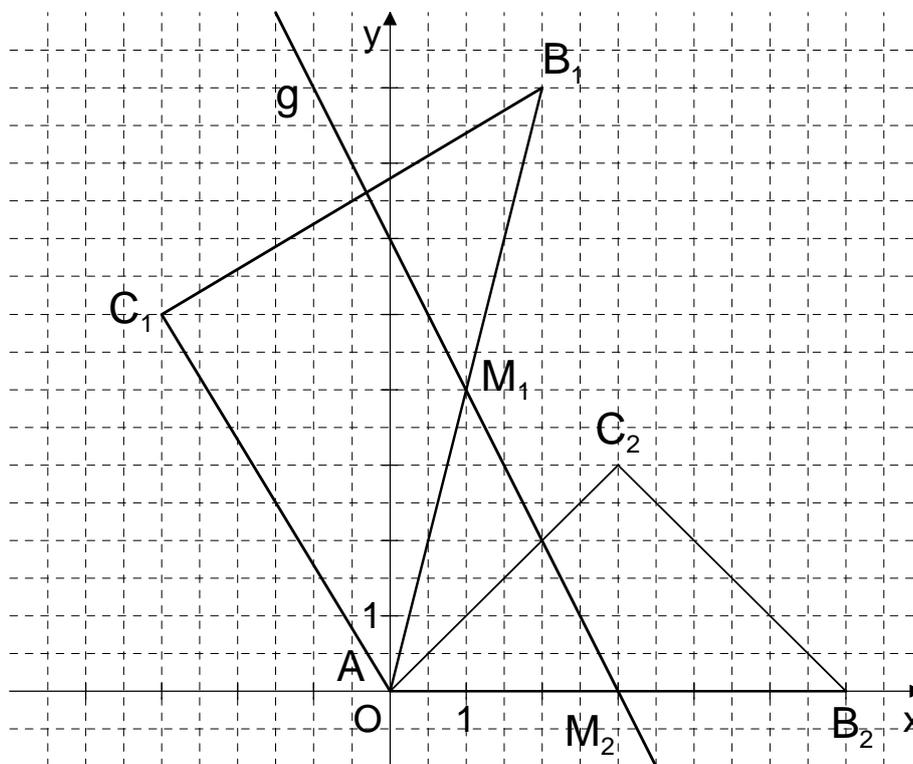
Mathematik I

Wahlteil – Haupttermin

Aufgabe A 2

Lösungsmuster und Bewertung

A 2.1



Einzeichnen der Geraden g und der Dreiecke AB_1C_1 und AB_2C_2

2

$$A 2.2 \quad \overrightarrow{AM_n} \xrightarrow{A(0|0); \varphi=45^\circ} \overrightarrow{AM_n^*} \xrightarrow{A(0|0); k=\sqrt{2}} \overrightarrow{AC_n}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \sqrt{2} \cdot \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -2x+6 \end{pmatrix} \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + 2x - 6 \\ \wedge y' = x - 2x + 6 \end{cases} \quad C_n(3x-6 | -x+6)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}x' + 2 \\ \wedge y' = -x + 6 \end{cases} \quad h: y = -\frac{1}{3}x + 4$$

5

A 2.3	$A = \overline{AM_n}^2$ $\overline{AM_n}(x) = \sqrt{x^2 + (-2x + 6)^2} \text{ LE}$ $A(x) = [x^2 + (-2x + 6)^2] \text{ FE}$ $A(x) = (x^2 + 4x^2 - 24x + 36) \text{ FE}$ $A(x) = (5x^2 - 24x + 36) \text{ FE}$	$\mathbb{G} = \mathbb{R}$	3		
A 2.4	$5x^2 - 24x + 36 = 36$ $\Leftrightarrow 5x^2 - 24x = 0$ $\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4,8$ $C_3(3 \cdot 0 - 6 \mid -0 + 6) = C_3(-6 \mid +6)$	$\mathbb{G} = \mathbb{R}$		$\mathbb{L} = \{0; 4,8\}$	3
A 2.5	$\begin{cases} y = -2x + 6 \\ \wedge y = -\frac{1}{3}x + 4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,2 \\ \wedge y = 3,6 \end{cases}$	$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$	$\mathbb{L} = \{(1,2 \mid 3,6)\}$	$C_5(1,2 \mid 3,6)$	
<p>Begründung:</p> <ul style="list-style-type: none"> kleinster Flächeninhalt, wenn die Gerade AC_5 senkrecht auf h steht und damit $[AC_5]$ die kürzeste Kathete ist $m_{AC_5} \cdot m_h = -1$ $\frac{3,6}{1,2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$ $-1 = -1$ (w) 					
				17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

B 1.2 Einzeichnen der Dreiecke P_1Q_1R und P_2Q_2R

2

B 1.3 $\vec{P_nR}(x) = \begin{pmatrix} 6-x \\ 5 - (\log_3(x+2) - 1) \end{pmatrix}$ $G = \mathbb{R}$

$\vec{P_nR}(x) = \begin{pmatrix} 6-x \\ -\log_3(x+2) + 6 \end{pmatrix}$ $\vec{P_nQ_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

$A(x) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 6-x \\ 0 & -\log_3(x+2) + 6 \end{vmatrix} \text{ FE}$

$A(x) = 2 \cdot [-\log_3(x+2) + 6] \text{ FE}$

$A(x) = [-2 \cdot \log_3(x+2) + 12] \text{ FE}$

4

B 1.4 $15 = -2 \cdot \log_3(x+2) + 12$ $x \in]-2; 727[; x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -1,5 = \log_3(x+2)$

$\Leftrightarrow x = 3^{-1,5} - 2$

$\Leftrightarrow x = -1,81$

$\mathbb{L} = \{-1,81\}$

$P_3(-1,81 | \log_3(-1,81+2) - 1) = P_3(-1,81 | -2,51)$

3

B 1.5 Einzeichnen des Dreiecks P_4Q_4R

$\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{\overline{MP_4}}{\overline{MR}}$

$x_{P_4} = x_R - \frac{x_{Q_4} - x_{P_4}}{2}$ $x_{P_4} = 4$

$P_4(4 | \log_3(4+2) - 1) = P_4(4 | 0,63)$

$\overline{MR} = (5 - 0,63) \text{ LE}$ $\overline{MR} = 4,37 \text{ LE}$

$\overline{MP_4} = 2 \text{ LE}$

$\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{2}{4,37}$

$\varphi = 49,18^\circ$

$\varphi \in]0^\circ; 180^\circ[$

4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

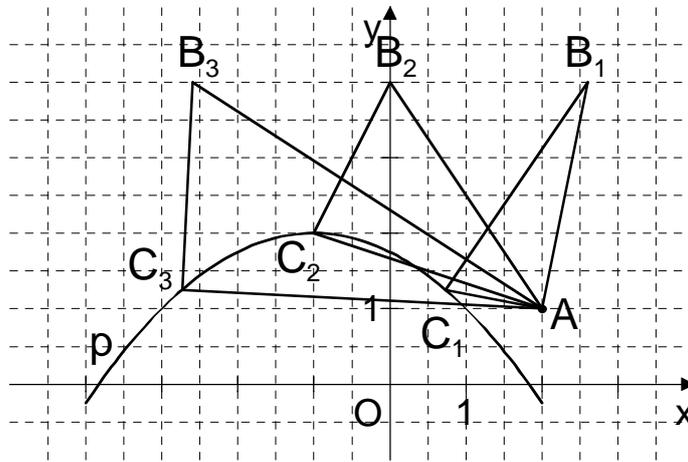
Mathematik I

Wahlteil – Haupttermin

Aufgabe B 2

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1	$\varphi = 30^\circ:$	$\vec{AB}_1 = \begin{pmatrix} 0,60 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\vec{AC}_1 = \begin{pmatrix} -1,27 \\ 0,25 \end{pmatrix}$
	$\varphi = 90^\circ:$	$\vec{AB}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\vec{AC}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$
	$\varphi = 150^\circ:$	$\vec{AB}_3 = \begin{pmatrix} -4,60 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\vec{AC}_3 = \begin{pmatrix} -4,73 \\ 0,25 \end{pmatrix}$



Einzeichnen der Dreiecke AB_1C_1 , AB_2C_2 und AB_3C_3

3

B 2.2 $\cos \alpha = \frac{\vec{AB}_1 \odot \vec{AC}_1}{|\vec{AB}_1| \cdot |\vec{AC}_1|}$

$$\cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} 0,60 \\ 3 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} -1,27 \\ 0,25 \end{pmatrix}}{\sqrt{0,60^2 + 3^2} \cdot \sqrt{(-1,27)^2 + 0,25^2}} \quad \alpha = 90,17^\circ \quad \alpha \in]0^\circ; 180^\circ[$$

2

B 2.3 $\vec{OC}_n = \vec{OA} \oplus \vec{AC}_n$ $\vec{OC}_n(\varphi) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 \cos \varphi - 3 \\ \sin^2 \varphi \end{pmatrix}$ $\varphi \in [0^\circ; 180^\circ]$

$$\vec{OC}_n(\varphi) = \begin{pmatrix} 2 \cos \varphi - 1 \\ \sin^2 \varphi + 1 \end{pmatrix} \quad C_n(2 \cos \varphi - 1 | \sin^2 \varphi + 1)$$

1

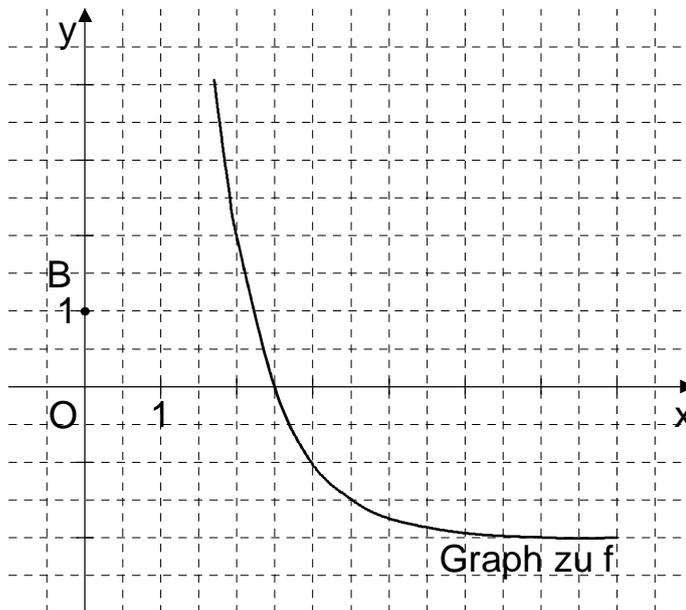
<p>B 2.4</p>	$\begin{cases} x = 2 \cos \varphi - 1 \\ \wedge y = \sin^2 \varphi + 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x+1}{2} \\ \wedge y = 1 - \cos^2 \varphi + 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{x+1}{2} \\ \wedge y = -\left(\frac{x+1}{2}\right)^2 + 2 \end{cases}$ <p>$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; \varphi \in [0^\circ; 180^\circ]$</p> <p>$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$</p> <p>$p: y = -0,25(x+1)^2 + 2$</p> <p>Einzeichnen des Trägergraphen p der Punkte C_n</p>	<p>4</p>
<p>B 2.5</p>	<p>$C_4(0 y_4) \quad 2 \cos \varphi - 1 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \cos \varphi = 0,5$</p> <p>$\Leftrightarrow \varphi = 60^\circ \quad (\vee \quad \varphi = 300^\circ)$</p> <p>$C_4(0 \sin^2 60^\circ + 1) = C_4(0 1,75)$</p> <p>$\varphi \in [0^\circ; 180^\circ]$</p> <p>$\mathbb{L} = \{60^\circ\}$</p>	<p>2</p>
<p>B 2.6</p>	<p>$\begin{pmatrix} 3 \cos \varphi - 2 \\ 3 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 2 \cos \varphi - 3 \\ \sin^2 \varphi \end{pmatrix} = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 6 \cos^2 \varphi - 9 \cos \varphi - 4 \cos \varphi + 6 + 3 \sin^2 \varphi = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 6 \cos^2 \varphi - 13 \cos \varphi + 6 + 3(1 - \cos^2 \varphi) = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 3 \cos^2 \varphi - 13 \cos \varphi + 9 = 0$</p> <p>...</p> <p>$\Leftrightarrow \varphi = 30,12^\circ \quad (\vee \quad \varphi = 329,88^\circ)$</p> <p>$\varphi \in [0^\circ; 180^\circ]$</p> <p>$\mathbb{L} = \{30,12^\circ\}$</p>	<p>5</p>
		<p>17</p>

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Name: _____ Vorname: _____

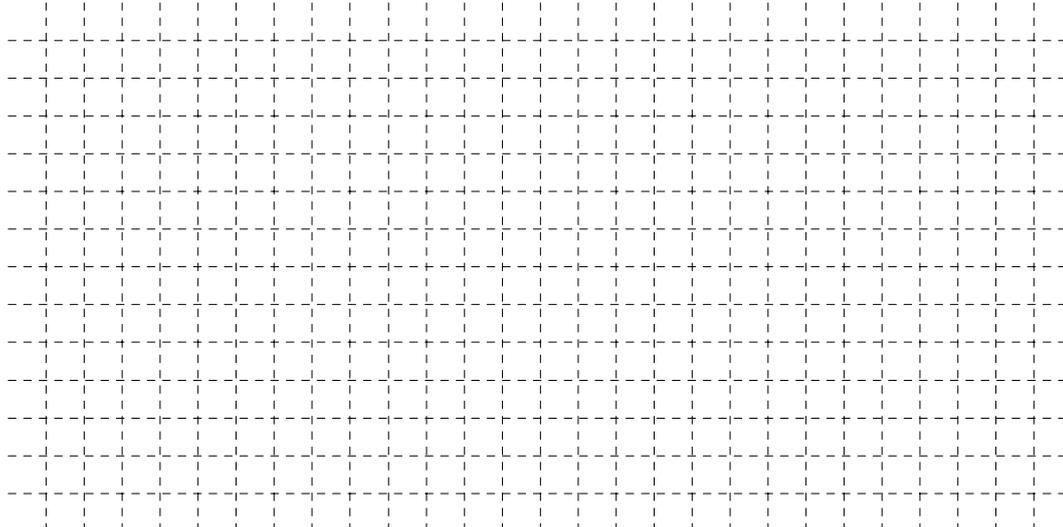
Klasse: _____ Platzziffer: _____ Punkte: _____

P 1.0 Gegeben sind der Punkt $B(0|1)$ und die Funktion f mit der Gleichung $y = 0,25^{x-3} - 2$ mit $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (siehe Zeichnung). Punkte $C_n(x | 0,25^{x-3} - 2)$ liegen auf dem Graphen der Funktion f . Punkte A_n liegen auf der y -Achse und ihre y -Koordinate ist stets um 2,5 größer als die y -Koordinate der Punkte C_n . Die Punkte A_n, B und C_n bilden für $x < 3,5$ die Dreiecke A_nBC_n .

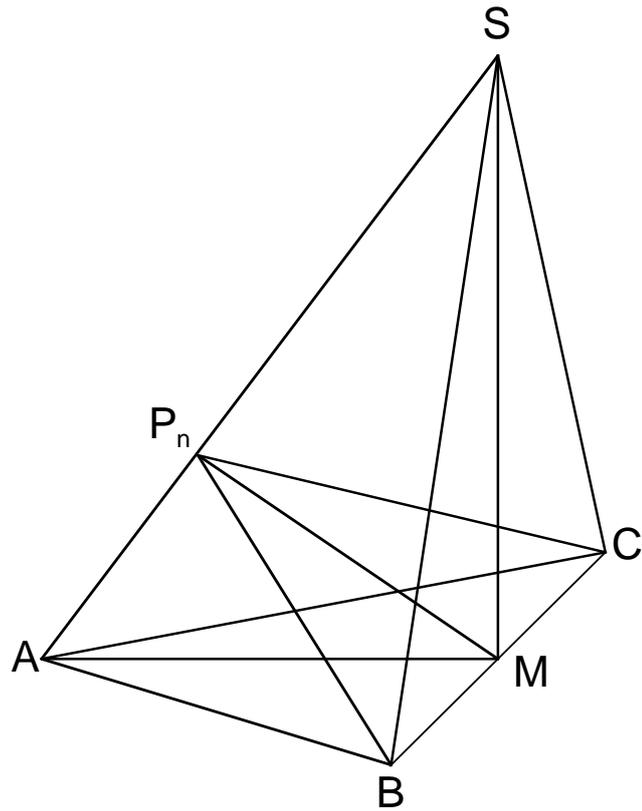


P 1.1 Zeichnen Sie das Dreieck A_1BC_1 für $x = 2,5$ in das Koordinatensystem zu 1.0 ein. 1 P

P 1.2 Unter den Dreiecken A_nBC_n gibt es das rechtwinklige Dreieck A_2BC_2 mit $[A_2C_2]$ als Hypotenuse. Zeichnen Sie das Dreieck A_2BC_2 in das Koordinatensystem zu 1.0 ein und berechnen Sie sodann den Flächeninhalt dieses Dreiecks. 4 P

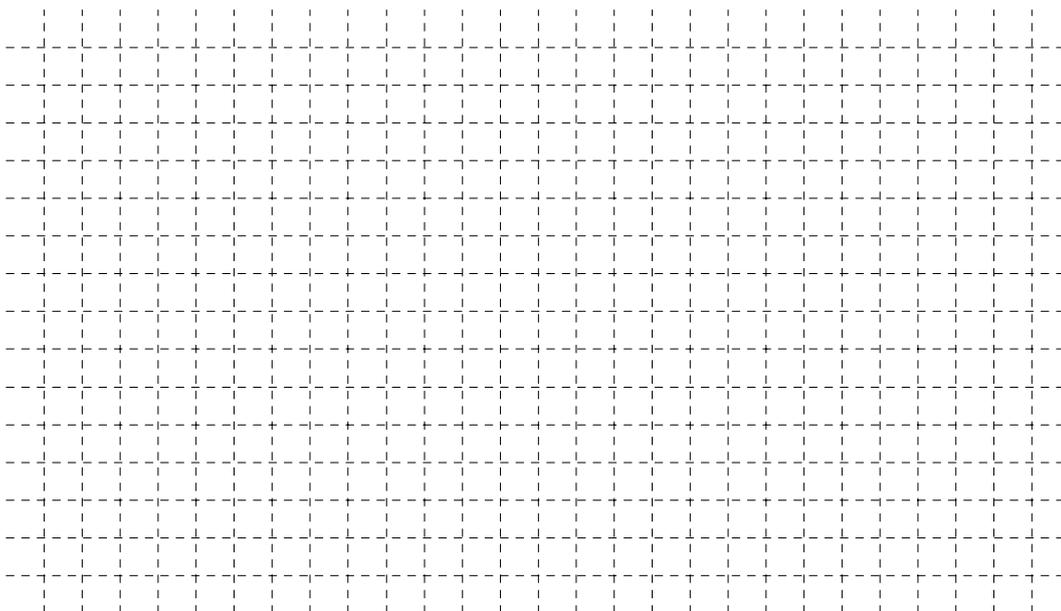


P 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basislänge $\overline{BC} = 8 \text{ cm}$ und der Höhe $\overline{AM} = 6 \text{ cm}$ ist Grundfläche der Pyramide $ABCS$. Die Spitze S ist senkrecht über M und es gilt: $\overline{MS} = 8 \text{ cm}$.



P 2.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels MAS .
 [Ergebnis: $\alpha = 53,13^\circ$]

1 P

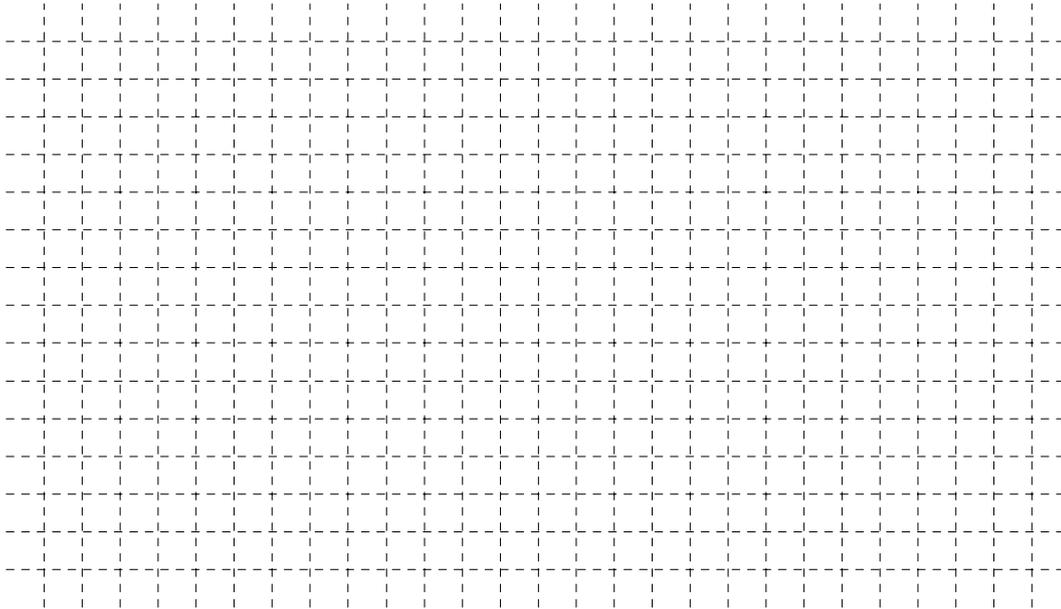


P 2.2 Punkte P_n auf der Kante $[AS]$ sind Spitzen von Pyramiden $ABCP_n$. Der Winkel P_nMA hat das Maß φ .

Zeigen Sie, dass für die Höhe h der Pyramiden $ABCP_n$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$h(\varphi) = \frac{4,80 \cdot \sin \varphi}{\sin(53,13^\circ + \varphi)} \text{ cm.}$$

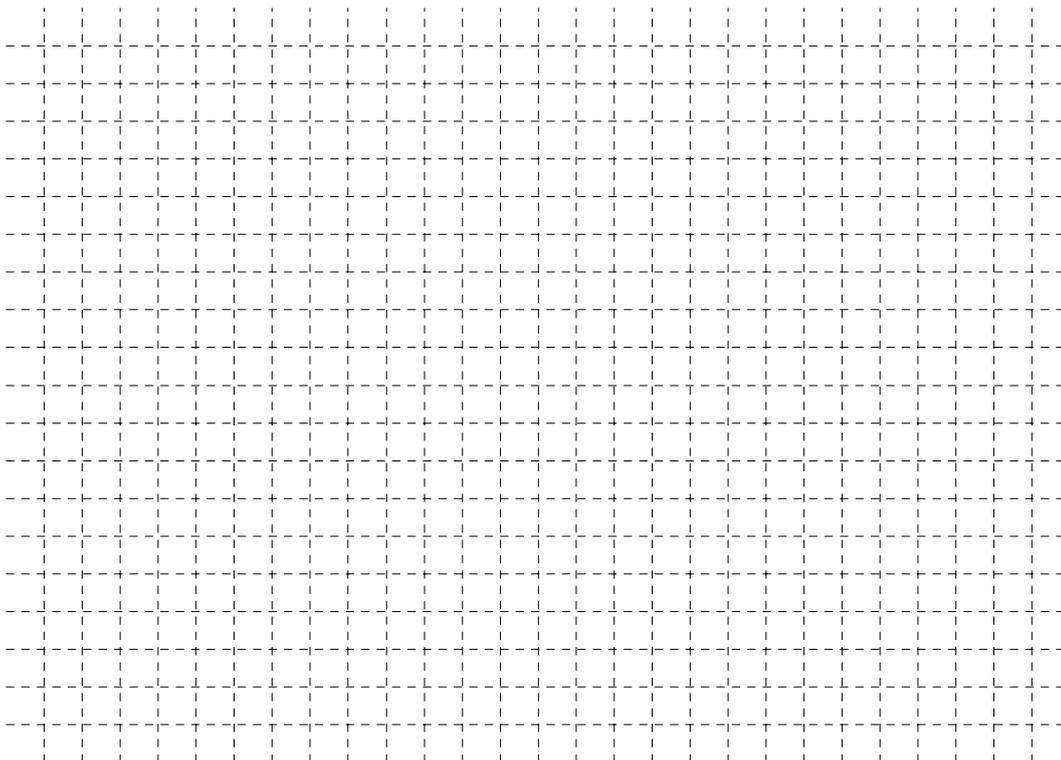
3 P



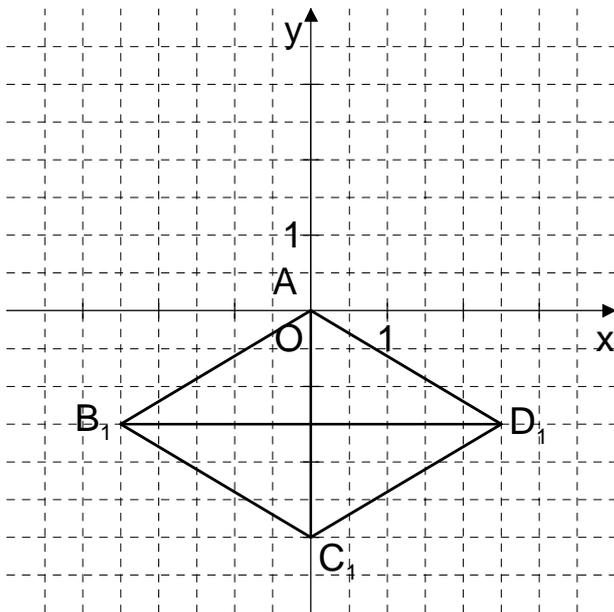
P 2.3 Das Volumen V_1 der Pyramide $ABCP_1$ hat ein Drittel des Volumens V der Pyramide $ABCS$.

Bestimmen Sie das zugehörige Winkelmaß φ .

5 P

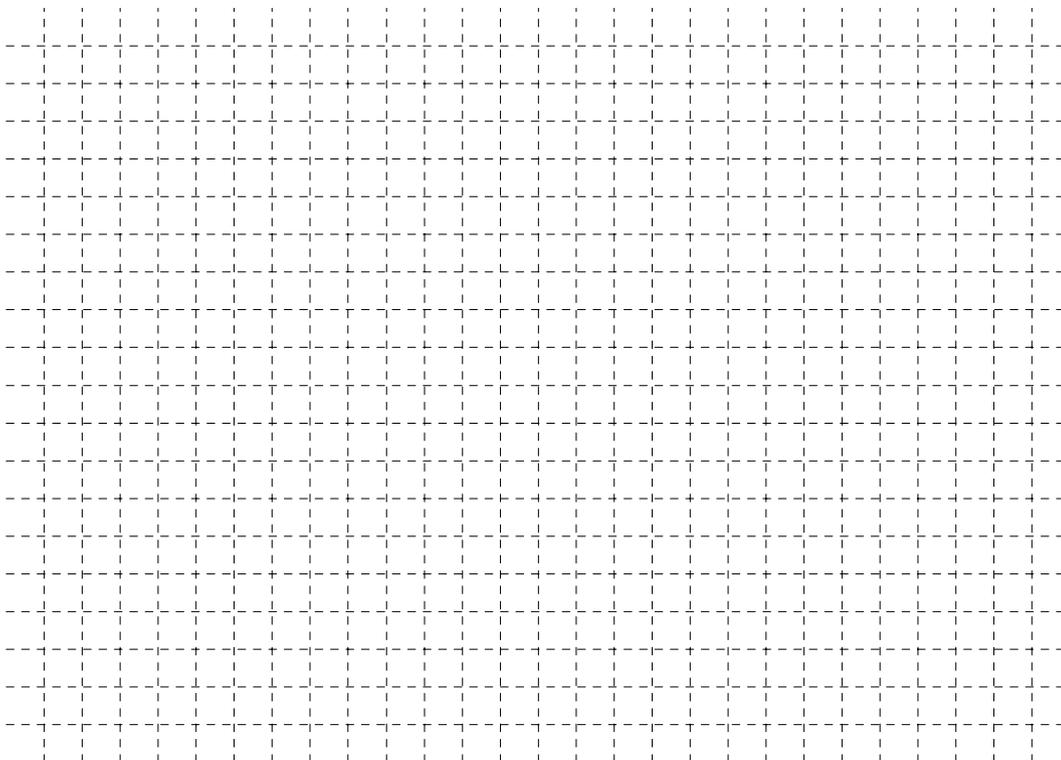


P 3.0 Punkte $A(0|0)$ und $C_n(3\cos\varphi|-3\sin\varphi)$ sind für $\varphi \in [0^\circ; 360^\circ[$ Eckpunkte von Rauten $AB_nC_nD_n$, wobei $\overline{B_nD_n} = 5 \text{ LE}$.



P 3.1 Zeichnen Sie die Raute $AB_2C_2D_2$ für $\varphi = 250^\circ$ in das Koordinatensystem zu 3.0 ein. 1 P

P 3.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass alle Rauten $AB_nC_nD_n$ denselben Flächeninhalt haben. 3 P



P 3.3 Zeichnen Sie den Trägergraphen der Punkte C_n in das Koordinatensystem zu 3.0 ein. 1 P

Mathematik I

Wahlteil – Nachtermin

Aufgabe C 1

C 1.0 Durch die Punkte $A(2|2)$ und $B(5|2,875)$ verläuft der Graph der Funktion f_1 . Die Funktionsgleichung hat die Form $y = -b^{x-2} + c$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$; $c \in \mathbb{R}$).

C 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c , dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = -0,5^{x-2} + 3$ hat.

Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1; 2; 3; 5\}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leq x \leq 6$; $-6 \leq y \leq 6$

4 P

C 1.2 Der Graph zu f_1 wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ auf den

Graphen zu f_2 abgebildet.

Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von f_2 und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

[Teilergebnis: $f_2 : y = -0,5^x + 5$]

3 P

C 1.3 Punkte $Q_n(x | -0,5^{x-2} + 3)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte S_n auf dem Graphen zu f_2 haben die gleiche Abszisse x . Die Strecken $[Q_n S_n]$ sind Diagonalen von Quadraten $P_n Q_n R_n S_n$.

Zeichnen Sie die Quadrate $P_1 Q_1 R_1 S_1$ für $x = -1$ und $P_2 Q_2 R_2 S_2$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

Berechnen Sie sodann die Streckenlänge $\overline{Q_n S_n}$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte Q_n .

[Teilergebnis: $\overline{Q_n S_n}(x) = (3 \cdot 0,5^x + 2)$ LE]

4 P

C 1.4 Berechnen Sie den Umfang u der Quadrate $P_n Q_n R_n S_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte Q_n .

[Ergebnis: $u(x) = 2\sqrt{2} \cdot (3 \cdot 0,5^x + 2)$ LE]

2 P

C 1.5 Unter den Quadraten $P_n Q_n R_n S_n$ gibt es das Quadrat $P_3 Q_3 R_3 S_3$, dessen Umfang 72 LE beträgt.

Berechnen Sie die x -Koordinate des Punktes Q_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2 P

C 1.6 Ermitteln Sie die Gleichung des Trägergraphen der Diagonalschnittpunkte M_n der Quadrate.

2 P

Mathematik I

Wahlteil – Nachtermin

Aufgabe C 2

C 2.0 Die Punkte $A(0|0)$ und C_n legen zusammen mit den Pfeilen $\overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} 2 \cos \alpha + 2 \\ \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \end{pmatrix}$ für $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ] \setminus \{90^\circ\}$ rechtwinklige Dreiecke AB_nC_n mit der Hypotenuse $[B_nC_n]$ fest. Es gilt: $\overline{AB_n} : \overline{B_nC_n} = 1 : 2$.

C 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AB_1}$ für $\alpha = 45^\circ$ und $\overrightarrow{AB_2}$ für $\alpha = 120^\circ$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann die rechtwinkligen Dreiecke AB_1C_1 und AB_2C_2 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leq x \leq 7$; $-6 \leq y \leq 8$ 3 P

C 2.2 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung des Trägergraphen h der Punkte B_n und bestimmen Sie die zugehörige Definitions- und Wertemenge. Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen h in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. 5 P

C 2.3 Der Pfeil $\overrightarrow{AB_3}$ liegt im ersten Quadranten und schließt mit der x -Achse einen Winkel mit dem Maß 35° ein. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_3 . 4 P

C 2.4 Zeigen Sie, dass für alle Dreiecke AB_nC_n gilt: $\overline{AC_n} = \sqrt{3} \cdot \overline{AB_n}$. 1 P

C 2.5 Stellen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von α dar. 4 P

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

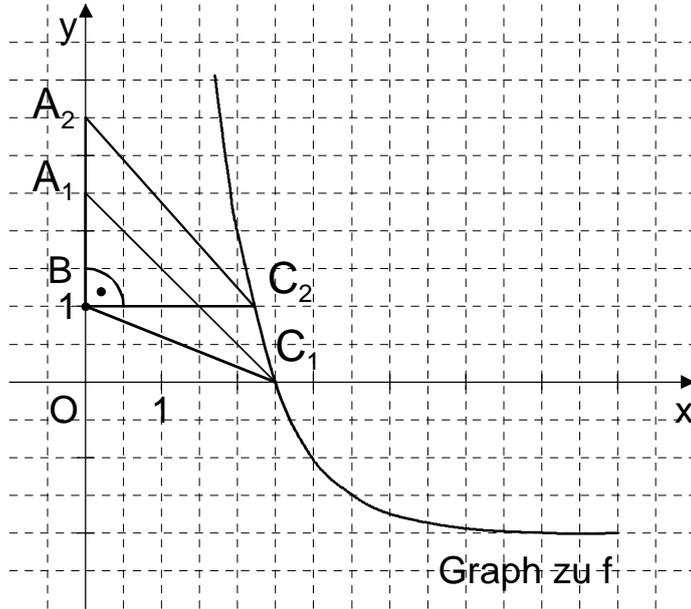
Mathematik I

Pflichtteil – Nachtermin

Aufgaben P 1 – 3

Lösungsmuster und Bewertung

P 1.1



1

P 1.2 Einzeichnen des Dreiecks A_2BC_2

$$1 = 0,25^{x-3} - 2$$

$$x < 3,5; x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 3 = 0,25^{x-3}$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{0,25} 3 + 3$$

$$\Leftrightarrow x = 2,21$$

$$\mathbb{L} = \{2,21\}$$

$$A = 0,5 \cdot 2,21 \cdot 2,5 \text{ FE}$$

$$A = 2,76 \text{ FE}$$

4

P 2.1 $\tan \alpha = \frac{8 \text{ cm}}{6 \text{ cm}}$

$$\alpha = 53,13^\circ$$

$$\alpha \in]0^\circ; 90^\circ[$$

1

P 2.2 $\sin \varphi = \frac{h}{\overline{MP}_n}$ $h = \overline{MP}_n \cdot \sin \varphi$

$$\varphi \in]0^\circ; 90^\circ]$$

$$\frac{\overline{MP}_n}{\sin \alpha} = \frac{\overline{AM}}{\sin \sphericalangle AP_n M}$$

$$\overline{MP}_n(\varphi) = \frac{6 \cdot \sin 53,13^\circ}{\sin[180^\circ - (53,13^\circ + \varphi)]} \text{ cm}$$

$$\overline{MP}_n(\varphi) = \frac{4,80}{\sin(53,13^\circ + \varphi)} \text{ cm}$$

$$h(\varphi) = \frac{4,80 \cdot \sin \varphi}{\sin(53,13^\circ + \varphi)} \text{ cm}$$

3

P 2.3 $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3} \quad V_1 = \frac{1}{3} V$ $h = \frac{1}{3} \cdot \overline{MS}$

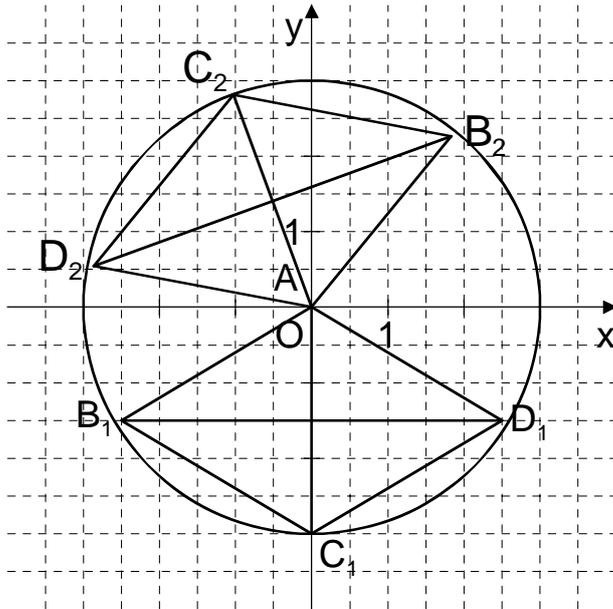
$$\frac{4,80 \cdot \sin \varphi}{\sin(53,13^\circ + \varphi)} = \frac{8}{3}$$

... $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ]$

$\Leftrightarrow \varphi = 33,69^\circ \quad (\vee \varphi = 213,69^\circ)$ $\mathbb{L} = \{33,69^\circ\}$

5

P 3.1 Einzeichnen der Raute $AB_2C_2D_2$



1

P 3.2 $A = 0,5 \cdot \overline{B_n D_n} \cdot \overline{AC_n}$ $\overline{B_n D_n} = 5 \text{ LE}$

$$\overline{AC_n}(\varphi) = \sqrt{(3 \cos \varphi)^2 + (-3 \sin \varphi)^2} \text{ LE} \quad \varphi \in [0^\circ; 360^\circ[$$

$$\overline{AC_n}(\varphi) = \sqrt{9(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)} \text{ LE}$$

$$\overline{AC_n}(\varphi) = 3 \text{ LE}$$

Die Länge der beiden Diagonalen ist konstant, damit ist auch der Flächeninhalt der Rauten $AB_n C_n D_n$ konstant.

3

P 3.3 Einzeichnen des Trägergraphen

1

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu punkten.

<p>C 1.2 Parallelverschiebung:</p> $\begin{cases} x' = x - 2 \\ \wedge y' = -0,5^{x-2} + 3 + 2 \end{cases} \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 2 \\ \wedge y' = -0,5^{x'+2-2} + 5 \end{cases} \quad \Leftrightarrow y' = -0,5^{x'} + 5$ <p>f_2 mit der Gleichung $y = -0,5^x + 5$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) Einzeichnen des Graphen zu f_2</p>	3
<p>C 1.3 Einzeichnen der Quadrate $P_1Q_1R_1S_1$ und $P_2Q_2R_2S_2$</p> $\overline{Q_nS_n}(x) = [-0,5^x + 5 - (-0,5^{x-2} + 3)] \text{ LE} \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\overline{Q_nS_n}(x) = (-0,5^x + 0,5^{-2} \cdot 0,5^x + 2) \text{ LE}$ $\overline{Q_nS_n}(x) = (3 \cdot 0,5^x + 2) \text{ LE}$	4
<p>C 1.4 $\overline{P_nS_n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \overline{Q_nS_n}$</p> $u(x) = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (3 \cdot 0,5^x + 2) \text{ LE} \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $u(x) = 2\sqrt{2} \cdot (3 \cdot 0,5^x + 2) \text{ LE}$	2
<p>C 1.5 $72 = 2\sqrt{2} \cdot (3 \cdot 0,5^x + 2)$</p> $\Leftrightarrow x = -2,97 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\mathbb{L} = \{-2,97\}$	2
<p>C 1.6 $M_n \left(\frac{x+x}{2} \mid \frac{-0,5^{x-2} + 3 + (-0,5^x + 5)}{2} \right)$</p> $M_n(x \mid -2,5 \cdot 0,5^x + 4)$ <p>Gleichung des Trägergraphen: $y = -2,5 \cdot 0,5^x + 4$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$</p>	2
17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

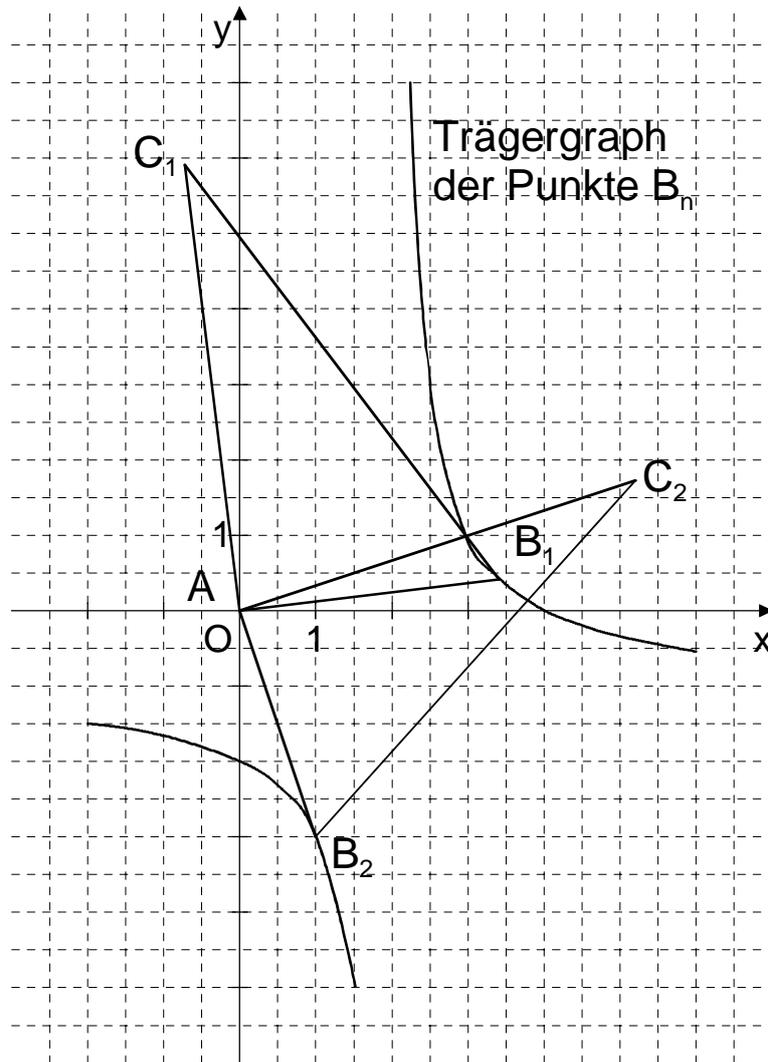
Mathematik I

Wahlteil – Nachtermin

Aufgabe C 2

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1 $\vec{AB}_1 = \begin{pmatrix} 3,41 \\ 0,41 \end{pmatrix}$ $\vec{AB}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$



Einzeichnen der Dreiecke AB_1C_1 und AB_2C_2

C 2.2
$$\begin{cases} x = 2 \cos \alpha + 2 \\ \wedge y = \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \end{cases} \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; \alpha \in [0^\circ; 180^\circ] \setminus \{90^\circ\}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{x-2}{2} \\ \wedge y = \frac{2}{x-2} - 1 \end{cases}$

$h: y = \frac{2}{x-2} - 1 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$ID(x) = \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad \mathbb{W}(y) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Einzeichnen des Trägergraphen der Punkte B_n

5

C 2.3
$$\tan 35^\circ = \frac{1}{\cos \alpha} - 1$$

$\Leftrightarrow 1,4 \cos^2 \alpha + 2,4 \cos \alpha - 1 = 0$

...

$B_3(2,69 | 1,89)$

$\alpha \in [0^\circ; 180^\circ] \setminus \{90^\circ\}$

4

C 2.4
$$\overline{AC_n}^2 = \overline{B_n C_n}^2 - \overline{AB_n}^2$$

$$\overline{AC_n}^2 = (2 \cdot \overline{AB_n})^2 - \overline{AB_n}^2$$

$$\overline{AC_n} = \sqrt{3} \cdot \overline{AB_n}$$

1

C 2.5
$$\overrightarrow{AB_n} \xrightarrow{A;\varphi=90^\circ} \overrightarrow{AB_n^*} \xrightarrow{A;k=\sqrt{3}} \overrightarrow{AC_n}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \sqrt{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \odot \begin{pmatrix} 2 \cos \alpha + 2 \\ \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \end{pmatrix} \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; \alpha \in [0^\circ; 180^\circ] \setminus \{90^\circ\}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = \sqrt{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos \alpha}\right) \\ \wedge y' = \sqrt{3} \cdot (2 \cos \alpha + 2) \end{cases} \quad C_n \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{\cos \alpha} \mid 2\sqrt{3} \cos \alpha + 2\sqrt{3} \right)$

4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.