**Prüfungsdauer:**
**150 Minuten**

# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**R4/R6**

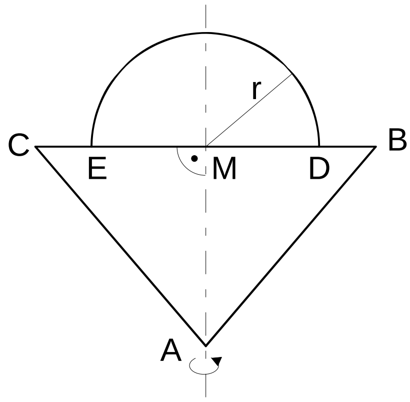
**Mathematik II** **Pflichtteil - Haupttermin** **Aufgabe P 1**

Name:______________________________ Vorname:______________________________

Klasse:____________ Platzziffer:______________ Punkte:______________

P 1 Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers, der entsteht, wenn die Figur um ihre Symmetrieachse AM rotiert.

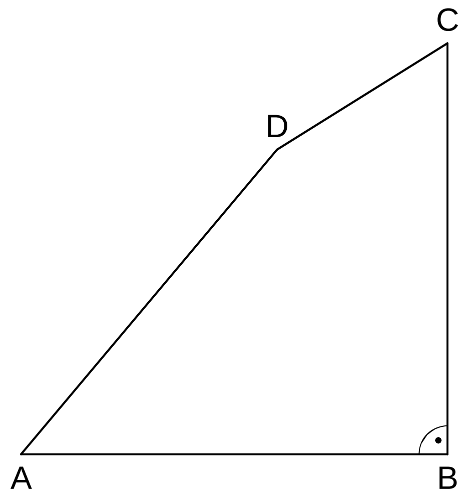
Es gilt: $\overline{AM} = 5{,}2\,\text{cm}$, $\sphericalangle ACM = 40{,}7°$ und $r = \overline{MD} = \overline{ME} = 3{,}4\,\text{cm}$.




Berechnen Sie den Oberflächeninhalt A des Rotationskörpers. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.) 5 P

P 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines viereckigen Sandkastens für den neuen Gemeindekindergarten.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 7{,}50\,\text{m}$; $\overline{AD} = 7{,}00\,\text{m}$; $\sphericalangle BAD = 50°$;
$\sphericalangle CBA = 90°$; $\sphericalangle DCB = 58°$

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².




P 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1 : 100. 2 P

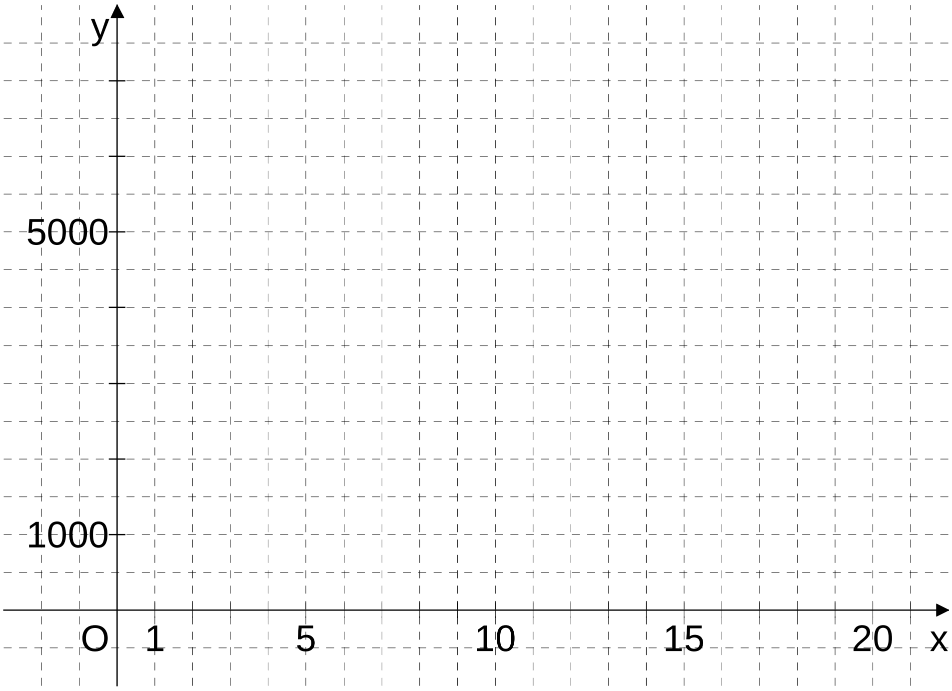
P 2.2 Zeigen Sie, dass für das Maß des Winkels DBA gilt: $\sphericalangle DBA = 60{,}85°$.
[Teilergebnis: $\overline{BD} = 6{,}14\text{ m}$] 2 P

P 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Sandkastens. 5 P

P 3.0 Ludwig ist am 26.06.1988 geboren. Seine in den USA lebende Oma schloss an diesem Tag für ihren Enkel einen Sparvertrag mit 20-jähriger Laufzeit und einer jährlichen Verzinsung von 6,5% ab. Als Anfangskapital zahlte sie 2000,00 $ ein.
Sein Guthaben von y $ nach x Jahren kann durch die Funktion
$f: y = 2000 \cdot 1{,}065^{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ dargestellt werden.

P 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den zugehörigen Graphen in das Koordinatensystem. 3 P

| x | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| $2000 \cdot 1{,}065^{x}$ | | | | | |




P 3.2 Berechnen Sie das Guthaben, das Ludwig heute, an seinem 18. Geburtstag, auf dem Sparkonto hat. 1 P

P 3.3 Entnehmen Sie dem Graphen, wie viele Jahre nach Abschluss des Sparvertrags Ludwigs Guthaben 4500,00 $ betrug. 1 P

# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** | **Pflichtteil – Haupttermin** | **Aufgaben P 1 – 3**

**Lösungsmuster und Bewertung**

P 1

$$A = \frac{1}{2} \cdot A_{Kugel} + A_{Kegelmantel} + A_{Kreisring}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \overline{MD}^2 \cdot \pi + \overline{CM} \cdot \overline{AB} \cdot \pi + \overline{CM}^2 \cdot \pi - \overline{MD}^2 \cdot \pi$$

$$\tan \sphericalangle ACM = \frac{\overline{AM}}{\overline{CM}} \qquad \overline{CM} = \frac{5,2\text{ cm}}{\tan 40,7°} \qquad \overline{CM} = 6,0\text{ cm}$$

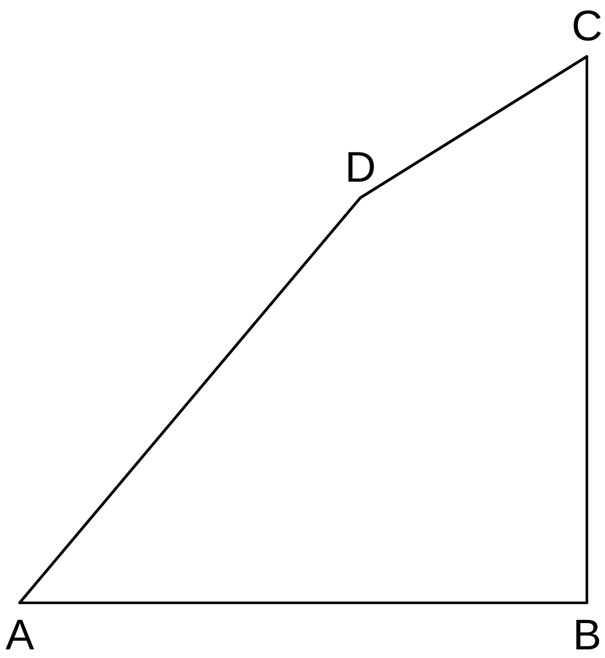
$$\sin \sphericalangle MBA = \frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} \qquad \overline{AB} = \frac{5,2\text{ cm}}{\sin 40,7°} \qquad \overline{AB} = 8,0\text{ cm}$$

$$A = (2 \cdot 3,4^2 \cdot \pi + 6,0 \cdot 8,0 \cdot \pi + 6,0^2 \cdot \pi - 3,4^2 \cdot \pi)\text{ cm}^2 \qquad A = 300,2\text{ cm}^2$$

5

---

P 2.1




2

---

P 2.2

$$\frac{\sin \sphericalangle DBA}{\overline{AD}} = \frac{\sin \sphericalangle BAD}{\overline{BD}}$$

$$\overline{BD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AB} \cdot \cos \sphericalangle BAD$$

$$\overline{BD} = \sqrt{7,00^2 + 7,50^2 - 2 \cdot 7,00 \cdot 7,50 \cdot \cos \sphericalangle 50°}\text{ m}$$

$$\overline{BD} = 6,14\text{ m}$$

$$\sin \sphericalangle DBA = \frac{7,00 \cdot \sin 50°}{6,14} \qquad \sphericalangle DBA \in ]0°; 90°[$$

$$\sphericalangle DBA = 60,85° \qquad (\vee \qquad \sphericalangle DBA = 119,15°)$$

2

P 2.3 $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD} \cdot \sin \sphericalangle BAD + \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{CD} \cdot \sin \sphericalangle BDC$

$$\frac{\overline{CD}}{\sin \sphericalangle CBD} = \frac{\overline{BD}}{\sin \sphericalangle DCB}$$

$$\overline{CD} = \frac{6{,}14 \cdot \sin(90° - 60{,}85°)}{\sin 58°}\ \text{m} \qquad \overline{CD} = 3{,}53\ \text{m}$$

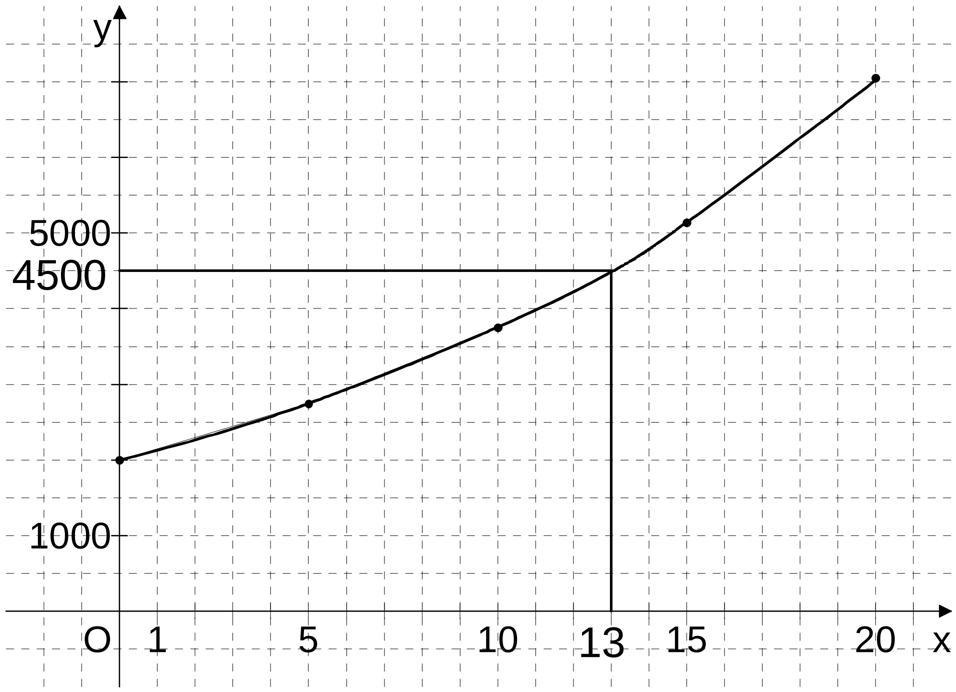
$$\sphericalangle BDC = 180° - (90° - 60{,}85°) - 58° \qquad \sphericalangle BDC = 92{,}85°$$

$$A = \left(0{,}5 \cdot 7{,}50 \cdot 7{,}00 \cdot \sin 50° + 0{,}5 \cdot 6{,}14 \cdot 3{,}53 \cdot \sin 92{,}85°\right)\ \text{m}^2 \qquad A = 30{,}93\ \text{m}^2$$

5

P 3.1

| x | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| $2000 \cdot 1{,}065^x$ | 2000 | 2740 | 3754 | 5144 | 7047 |




3

P 3.2 $x = 18$ $\qquad y = 2000 \cdot 1{,}065^{18}$ $\qquad y = 6213{,}31$

Ludwig hat an seinem 18. Geburtstag 6213,31 $ auf dem Sparkonto.

1

P 3.3 Ludwig hat nach ca. 13 Jahren (im Rahmen der Zeichengenauigkeit) 4500,00 $ auf seinem Sparkonto.

1

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**R4/R6**

**Mathematik II** **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = -0{,}15x^2 + 0{,}3x + 6{,}85$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = -\frac{3}{5}x + 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-2; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-6 \leqq y \leqq 9$ 4 P

A 1.2 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, -0{,}15x^2 + 0{,}3x + 6{,}85\right)$ auf der Parabel p und Punkte $B_n\left(x \,\middle|\, -\frac{3}{5}x + 2\right)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind mit Punkten $C_n$ und $D_n$ Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $x \in ]-3{,}43;\ 9{,}43[$ und $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Seiten $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nB_n}(x) = (-0{,}15x^2 + 0{,}9x + 4{,}85)$ LE.
Bestimmen Sie sodann, für welchen Wert von x die Strecke $[A_nB_n]$ maximal ist. 2 P

A 1.4 Stellen Sie den Flächeninhalt A der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ dar.
[Ergebnis: $A(x) = (-0{,}75x^2 + 4{,}5x + 24{,}25)$ FE ] 2 P

A 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass es unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ kein Parallelogramm mit einem Flächeninhalt von 35 FE gibt. 3 P

A 1.6 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Rauten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte $A_3$ und $A_4$. 4 P

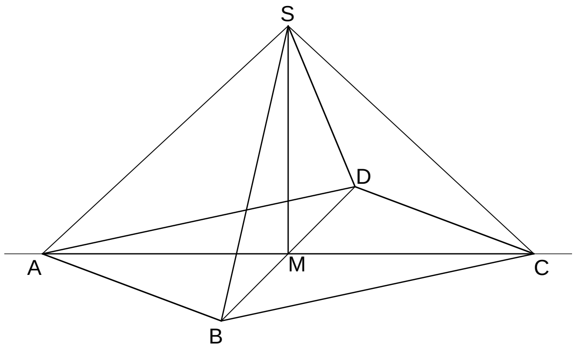
# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**R4/R6**

**Mathematik II** **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche eine Raute mit den Diagonalenlängen $\overline{AC} = 13\,\text{cm}$ und $\overline{BD} = 10\,\text{cm}$ ist. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Grundfläche mit $\overline{MS} = 6\,\text{cm}$.




A 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

A 2.2 Berechnen Sie das Maß $\varepsilon$ des Winkels SCA, die Länge der Strecke [CS] und das Volumen V der Pyramide ABCDS auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.
[Ergebnisse: $\varepsilon = 42{,}7°$; $\overline{CS} = 8{,}8\,\text{cm}$; V = 130 cm³] 3 P

A 2.3 Verlängert man die Kante [CS] über S hinaus um 2x cm, so erhält man Punkte $P_n$. Verkürzt man gleichzeitig die Diagonale [BD] der Grundfläche von beiden Eckpunkten aus jeweils um x cm, so erhält man Punkte $Q_n$ und $R_n$, wobei gilt: $\overline{BQ_n} = \overline{DR_n} = x\,\text{cm}$ mit $x < 5$ und $x \in \mathbb{R}^+$.
Die Punkte A, $Q_n$, C und $R_n$ sind die Eckpunkte der Grundflächen von Pyramiden $AQ_nCR_nP_n$ mit den Spitzen $P_n$.
Zeichnen Sie die Pyramide $AQ_1CR_1P_1$ für x = 2 und die zugehörige Höhe $[F_1P_1]$ mit dem Höhenfußpunkt $F_1$ auf der Diagonalen [AC] in das Schrägbild zu 2.1 ein. 2 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass sich das Volumen V der Pyramiden $AQ_nCR_nP_n$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $V(x) = (-6{,}1x^2 + 4{,}3x + 130)\,\text{cm}^3$.
[Teilergebnis: $\overline{F_nP_n}(x) = (1{,}4x + 6{,}0)\,\text{cm}$] 3 P

A 2.5 Begründen Sie durch Rechnung, dass es unter den Pyramiden $AQ_nCR_nP_n$ keine Pyramide gibt, deren Volumen um 10% größer als das Volumen der Pyramide ABCDS ist. 3 P

A 2.6 Der Winkel $AP_2C$ an der Spitze der Pyramide $AQ_2CR_2P_2$ hat das Maß $\varphi = 60°$.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $[CP_2]$ und den zugehörigen Wert für x. 4 P

| | | |
|---|---|---|
| **Prüfungsdauer:** **150 Minuten** | **Abschlussprüfung 2006** an den Realschulen in Bayern | **R4/R6** |

**Mathematik II** **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 1,5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte $A(-5|6)$ und $B(5|2)$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0,1x^2 - 0,4x + 1,5$ hat.
Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-5; 5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-4 \leqq y \leqq 7$ 4 P

B 1.2 Die Gerade g verläuft durch den Punkt $T(-2|1)$. Die x-Achse schließt mit der Geraden g den Winkel mit dem Maß $\alpha = 143,13°$ ein.
Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden g und zeichnen Sie die Gerade g in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $g: y = -0,75x - 0,50$] 3 P

B 1.3 Punkte $Q_n(x \mid -0,75x - 0,50)$ auf der Geraden g und Punkte $R_n(x \mid 0,1x^2 - 0,4x + 1,5)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten $P_n$ auf der Geraden g Eckpunkte von Dreiecken $P_nQ_nR_n$ mit $x_P < x_Q$. Es gilt: $\overline{P_nQ_n} = 2,5$ LE.
Zeichnen Sie die Dreiecke $P_1Q_1R_1$ für x = –3 und $P_2Q_2R_2$ für x = 1,5 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Seiten $[Q_nR_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $Q_n$ wie folgt darstellen lässt:
$\overline{Q_nR_n}(x) = (0,1x^2 + 0,35x + 2)$ LE. 1 P

B 1.5 Unter den Dreiecken $P_nQ_nR_n$ gibt es zwei gleichschenklige Dreiecke $P_3Q_3R_3$ und $P_4Q_4R_4$ mit der Basis $[P_3R_3]$ bzw. $[P_4R_4]$.
Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die x-Koordinaten der Punkte $Q_3$ und $Q_4$. 3 P

B 1.6 Berechnen Sie den kleinstmöglichen Flächeninhalt $A_{min}$ der Dreiecke $P_nQ_nR_n$. 4 P

| Prüfungsdauer: 150 Minuten |
|---|

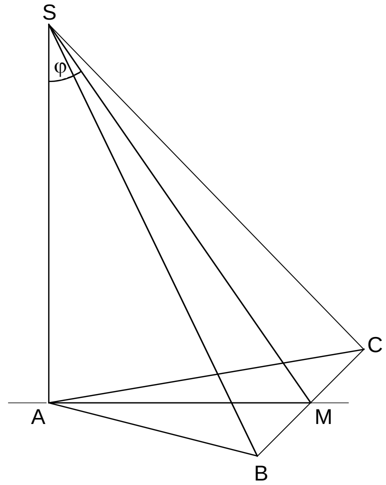
# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**R4/R6**

**Mathematik II** **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit der Dreieckshöhe $\overline{AM} = 4\cdot\sqrt{3}\text{ cm}$ ist. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Punkt A der Grundfläche mit $\overline{AS} = 10\text{ cm}$. Der Winkel ASM hat das Maß φ.




B 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass gilt: $\overline{BC} = 8\text{ cm}$ und $\varphi = 34{,}72°$. 2 P

B 2.2 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

B 2.3 Auf der Strecke [MS] liegt der Punkt Q mit $\overline{MQ} = 6\text{ cm}$. Punkte $P_n$ liegen auf der Seitenkante [AS] und bilden zusammen mit den Punkten Q und S Dreiecke $P_nQS$.
Unter den Dreiecken $P_nQS$ gibt es ein rechtwinkliges Dreieck $P_1QS$ mit der Hypotenuse [QS].
Zeichnen Sie das Dreieck $P_1QS$ in das Schrägbild zu 2.2 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[SP_1]$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{SM} = 12{,}17\text{ cm}$] 4 P

B 2.4 Das Dreieck $P_2QS$ ist gleichschenklig mit der Seite [QS] als Basis.
Zeichnen Sie das Dreieck $P_2QS$ in das Schrägbild zu 2.2 ein und berechnen Sie sodann auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die Länge des Schenkels $[P_2Q]$. 3 P

B 2.5 Für den Punkt $P_3$ hat der Winkel $P_3MA$ das Maß 20°.
Zeichnen Sie das Dreieck $BCP_3$ in das Schrägbild zu 2.2 ein und zeigen Sie sodann dass der Flächeninhalt 29,48 cm² beträgt. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

B 2.6 Das Dreieck $BCP_3$ ist die Grundfläche der Pyramide $BCP_3Q$ mit der Spitze Q.
Zeichnen Sie die Pyramide $BCP_3Q$ und die zugehörige Höhe [FQ] mit dem Höhenfußpunkt F auf der Strecke $[P_3M]$ in das Schrägbild zu 2.2 ein.
Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide $BCP_3Q$. 3 P

| | | |
|---|---|---|
| **Prüfungsdauer: 150 Minuten** | **Abschlussprüfung 2006** an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern | **R4** |

**Mathematik II** | **Wahlteil - Haupttermin** | **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y=-0,25(x-6)^2+4$ und die Gerade g mit der Gleichung $y=-0,25x+8$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

C 1.1 Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g im Bereich von $1\leqq x\leqq 11$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1\leqq x\leqq 12$; $-3\leqq y\leqq 9$ 3 P

C 1.2 Punkte $A_n\left(x\,\middle|\,-0,25(x-6)^2+4\right)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n\left(x\,\middle|\,-0,25x+8\right)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit den Punkten $B_n$ und $D_n$ Eckpunkte von Vierecken $A_nB_nC_nD_n$. Es gilt:
$\overrightarrow{A_nB_n}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{A_nD_n}=\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie die Vierecke $A_1B_1C_1D_1$ für $x=2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x=8$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

C 1.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade $A_2D_2$ eine Tangente an die Parabel p ist.
[Teilergebnis: $A_2D_2: y=-x+11$] 4 P

C 1.4 In allen Vierecken $A_nB_nC_nD_n$ hat der Winkel $B_nA_nD_n$ das gemeinsame Maß $\alpha$.
Berechnen Sie $\alpha$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

C 1.5 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Koordinaten der Punkte $D_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ gilt: $D_n\left(x-2\,\middle|\,-0,25x^2+3x-3\right)$. 1 P

C 1.6 Unter den Vierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ mit $[A_3B_3]\parallel[C_3D_3]$ bzw. $[A_4B_4]\parallel[C_4D_4]$.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte $A_3$ und $A_4$. 4 P

| Prüfungsdauer: 150 Minuten |

# Abschlussprüfung 2006

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

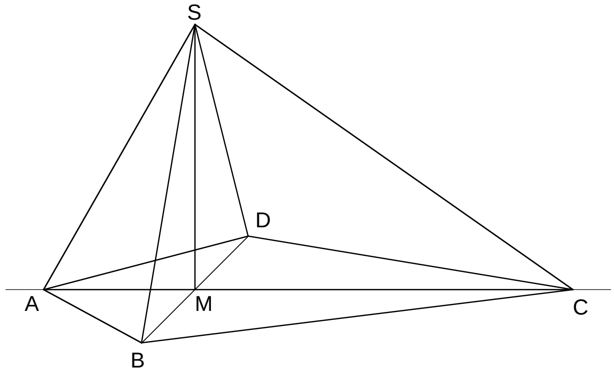
**R4**

**Mathematik II** **Wahlteil - Haupttermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche ein Drachenviereck mit der Geraden AC als Symmetrieachse ist. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD. Es gilt:

$\overline{AC} = 14\text{ cm}$, $\overline{BD} = 8\text{ cm}$,

$\overline{AM} = 4\text{ cm}$ und $\overline{MS} = 7\text{ cm}$.




C 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Maß $\varepsilon$ des Winkels SCA sowie die Länge der Strecke [CS].

[Ergebnisse: $\varepsilon = 34{,}99°$; $\overline{CS} = 12{,}21\text{ cm}$] 4 P

C 2.2 Strecken $[E_nF_n]$ mit $E_n \in [BC]$ und $F_n \in [CD]$ verlaufen parallel zur Strecke [BD]. Die Strecken $[E_nF_n]$ schneiden die Diagonale [AC] im Punkt $Q_n$ mit $\overline{MQ_n} = x\text{ cm}$ und $0 < x < 6{,}11$; $x \in \mathbb{R}$. Punkte $P_n$ auf der Strecke [CS] mit $\overline{CP_n} = 2x\text{ cm}$ bilden zusammen mit den Punkten $E_n$ und $F_n$ die Eckpunkte der Dreiecke $E_nF_nP_n$.

Zeichnen Sie das Dreieck $E_1F_1P_1$ für x = 5 in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

C 2.3 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet den Flächeninhalt des Dreiecks $E_1F_1P_1$.

[Teilergebnis: $\overline{E_1F_1} = 4\text{ cm}$] 4 P

C 2.4 Zeigen Sie, dass sich die Länge der Strecke $[P_nQ_n]$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt:

$\overline{P_nQ_n}(x) = \sqrt{8{,}28x^2 - 52{,}77x + 100}\text{ cm}$

Ermitteln Sie sodann den Wert von x, für den die Länge der Strecke $[P_nQ_n]$ minimal wird. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

C 2.5 Trapeze $BE_nF_nD$ sind die Grundflächen von Pyramiden $BE_nF_nDP_n$ mit der Spitze $P_n$.

Zeichnen Sie die Pyramide $BE_1F_1DP_1$ für x = 5 und die zugehörige Pyramidenhöhe in das Schrägbild zu 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide $BE_1F_1DP_1$. 4 P

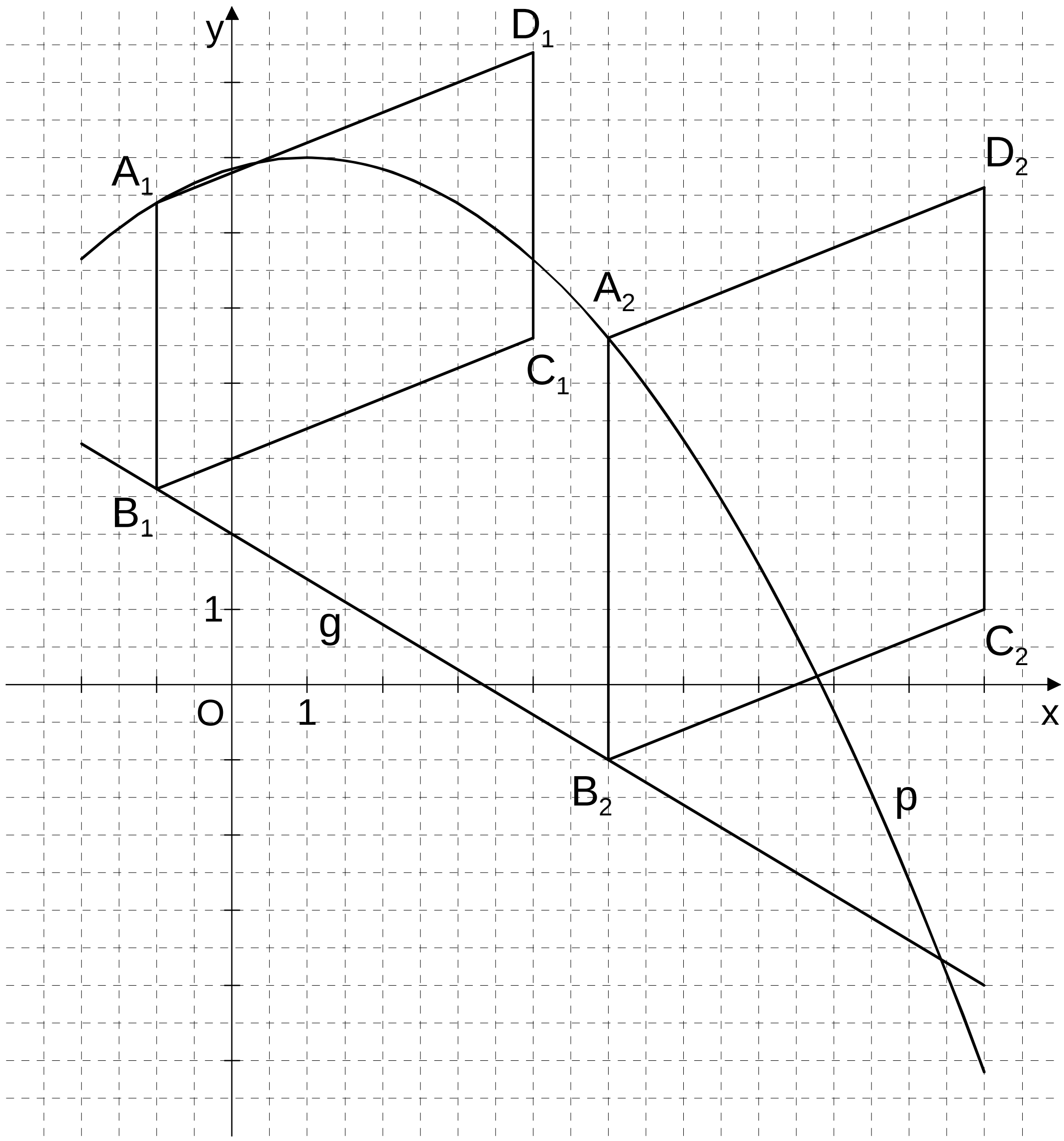
# Abschlussprüfung 2006
an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe A 1**

**Lösungsmuster und Bewertung**

A 1.1

| $x$ | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-0{,}15x^2+0{,}3x+6{,}85$ | 5,65 | 6,4 | 6,85 | 7 | 6,85 | 6,4 | 5,65 | 4,6 | 3,25 | 1,6 | –0,35 | –2,6 | –5,15 |




Einzeichnen der Parabel p und Geraden g

4

| | | |
|---|---|---|
| A 1.2 | Einzeichnen der Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ | 2 |
| A 1.3 | $\overline{A_nB_n}(x) = (-0{,}15x^2 + 0{,}3x + 6{,}85 - (-0{,}6x + 2))$ LE $\quad -3{,}43 < x < 9{,}43;\ x \in \mathbb{R}$<br>$\overline{A_nB_n}(x) = (-0{,}15x^2 + 0{,}9x + 4{,}85)$ LE<br>$\overline{A_nB_n}$ wird maximal für x = 3. | 2 |
| A 1.4 | $A = \overline{A_nB_n} \cdot d(C_n; A_nB_n)$<br>$A(x) = (-0{,}15x^2 + 0{,}9x + 4{,}85) \cdot 5$ FE $\quad -3{,}43 < x < 9{,}43;\ x \in \mathbb{R}$<br>$A(x) = (-0{,}75x^2 + 4{,}5x + 24{,}25)$ FE | 2 |
| A 1.5 | $-0{,}75x^2 + 4{,}5x + 24{,}25 = 35 \quad -3{,}43 < x < 9{,}43;\ x \in \mathbb{R}$<br>$\Leftrightarrow \quad -0{,}75x^2 + 4{,}5x - 10{,}75 = 0$<br>...<br>$D < 0 \quad \Rightarrow$ Es gibt kein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt 35 FE.<br><br>oder<br>$A_{max} = (-0{,}75 \cdot 3^2 + 4{,}5 \cdot 3 + 24{,}25)$ FE $\quad A_{max} = 31$ FE<br>$31\ \text{FE} < 35\ \text{FE} \Rightarrow$ Es gibt kein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt 35 FE. | 3 |
| A 1.6 | $\overline{A_nB_n} = \overline{B_nC_n}$<br>$\overline{B_nC_n} = \sqrt{5^2 + 2^2}$ LE $\quad \overline{B_nC_n} = \sqrt{29}$ LE $\quad \overline{B_nC_n} = 5{,}39$ LE<br>$-0{,}15x^2 + 0{,}9x + 4{,}85 = 5{,}39 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$<br>$\Leftrightarrow \quad x = 0{,}68 \quad \vee \quad x = 5{,}32 \quad \mathbb{L} = \{0{,}68;\ 5{,}32\}$ | 4 |
| | | 17 |

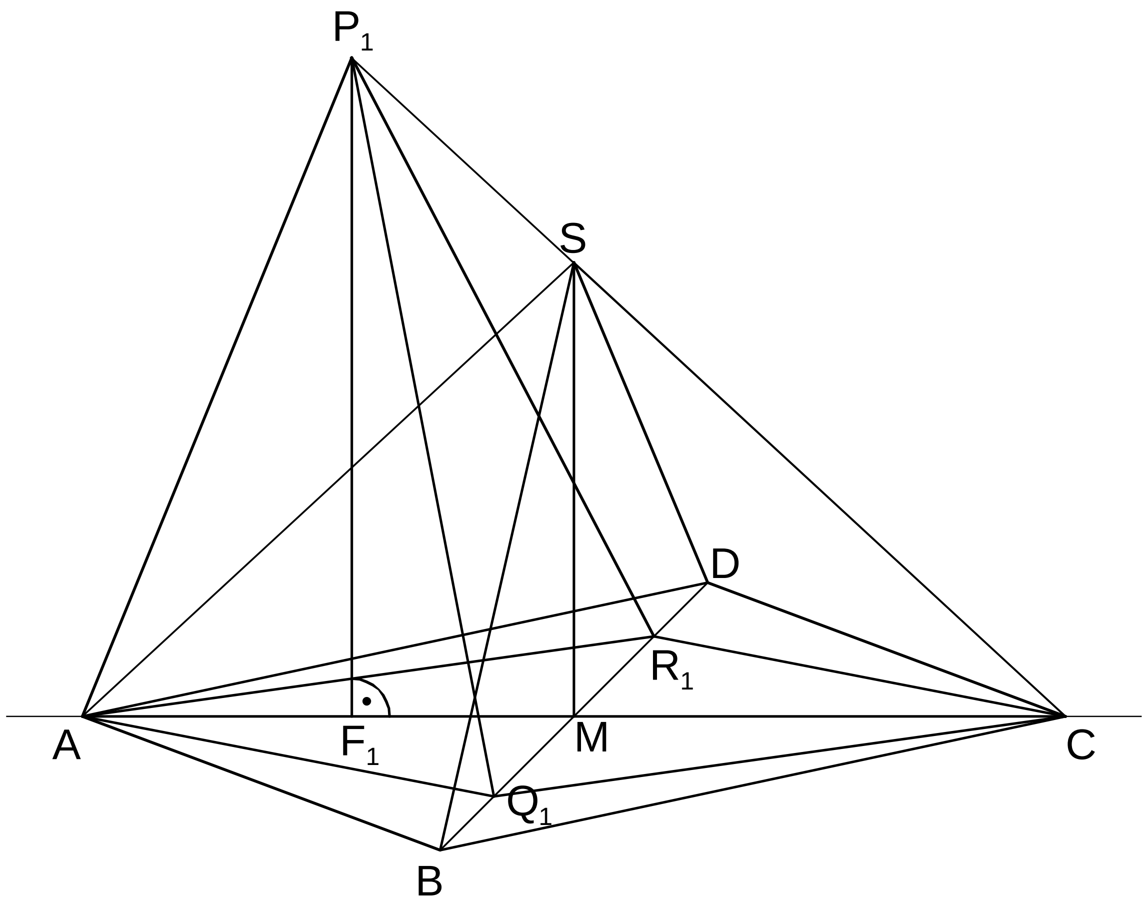
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

# Abschlussprüfung 2006
an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe A 2**

**Lösungsmuster und Bewertung**

A 2.1




Zeichnen der Pyramide ABCDS

2

A 2.2 $\tan\varepsilon = \dfrac{6\text{ cm}}{0,5\cdot 13\text{ cm}}$ $\varepsilon = 42,7°$ $\varepsilon \in ]0°;90°[$

$\overline{CS} = \sqrt{6^2 + 6,5^2}\text{ cm}$ $\overline{CS} = 8,8\text{ cm}$

$V = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 13\cdot 10\cdot 6\text{ cm}^3$ $V = 130\text{ cm}^3$

3

| | |
|---|---|
| A 2.3 Einzeichnen der Pyramide $AQ_1CR_1P_1$ und der Höhe $[F_1P_1]$ | 2 |
| A 2.4 $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{Q_nR_n} \cdot \overline{F_nP_n}$<br>$\frac{\overline{F_nP_n}(x)}{6\text{ cm}} = \frac{(8{,}8+2x)\text{ cm}}{8{,}8\text{ cm}}$ $\quad \overline{F_nP_n}(x) = (1{,}4x+6{,}0)\text{ cm}$ $\quad 0 < x < 5;\ x \in \mathbb{R}^+$<br>$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot (10-2x) \cdot (1{,}4x+6{,}0)\text{ cm}^3$<br>$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot (-2{,}8x^2+2{,}0x+60)\text{ cm}^3$<br>$V(x) = (-6{,}1x^2+4{,}3x+130)\text{ cm}^3$ | 3 |
| A 2.5 $-6{,}1x^2+4{,}3x+130 = 1{,}1 \cdot 130$ $\quad 0 < x < 5;\ x \in \mathbb{R}^+$<br>$\Leftrightarrow \quad -6{,}1x^2+4{,}3x-13 = 0$<br>$D = -298{,}7$ $\quad \Rightarrow$ keine Lösung $\quad \mathbb{L} = \varnothing$ | 3 |
| A 2.6 $\frac{\overline{CP_2}}{\sin(180°-60°-42{,}7°)} = \frac{13\text{ cm}}{\sin 60°}$<br>$\overline{CP_2} = \frac{13 \cdot \sin 77{,}3°}{\sin 60°}\text{ cm}$ $\quad \overline{CP_2} = 14{,}6\text{ cm}$<br>$(8{,}8+2x)\text{ cm} = 14{,}6\text{ cm}$ $\quad x = 2{,}9$ $\quad 0 < x < 5;\ x \in \mathbb{R}^+$<br><br>oder<br>$\frac{(8{,}8+2x)\text{ cm}}{\sin(180°-60°-42{,}7°)} = \frac{13\text{ cm}}{\sin 60°}$<br>... | 4 |
| | 17 |

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

# Abschlussprüfung 2006
an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe B 1**

**Lösungsmuster und Bewertung**

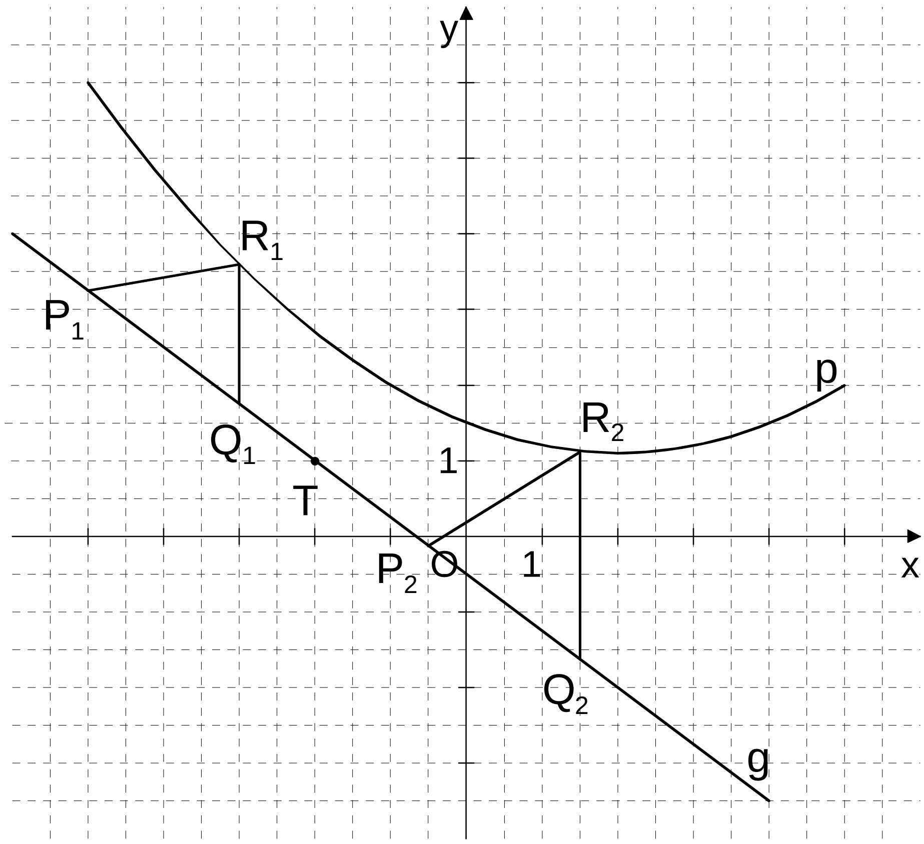
B 1.1 $A(-5\,|\,6) \in p$ $B(5\,|\,2) \in p$

$$\begin{array}{|l} 6 = a \cdot (-5)^2 + (-5) \cdot b + 1{,}5 \\ \wedge \quad 2 = a \cdot 5^2 + 5 \cdot b + 1{,}5 \end{array} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{|l} a = 0{,}1 \\ \wedge\ b = -0{,}4 \end{array} \qquad \mathbb{L} = \{(0{,}1\,|\,-0{,}4)\}$$

$$p: y = 0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5$$

| x | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5$ | 6 | 4,7 | 3,6 | 2,7 | 2 | 1,5 | 1,2 | 1,1 | 1,2 | 1,5 | 2 |




Einzeichnen der Parabel p 4

| | | |
|---|---|---|
| B 1.2 | $m_g = \tan 143{,}13°$<br>$g: y = \tan 143{,}13° \cdot (x-(-2))+1$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$<br>$\Leftrightarrow \quad g: y = -0{,}75x - 0{,}50$<br>Einzeichnen der Geraden g | 3 |
| B 1.3 | Einzeichnen der Dreiecke $P_1Q_1R_1$ und $P_2Q_2R_2$ | 2 |
| B 1.4 | $\overline{Q_nR_n}(x) = [0{,}1x^2 - 0{,}4x + 1{,}5 - (-0{,}75x - 0{,}50)]$ LE $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$<br>$\overline{Q_nR_n}(x) = (0{,}1x^2 + 0{,}35x + 2)$ LE | 1 |
| B 1.5 | $\overline{Q_nR_n} = \overline{P_nQ_n}$<br>$0{,}1x^2 + 0{,}35x + 2 = 2{,}5$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$<br>...<br>$\Leftrightarrow \quad x = -4{,}59 \quad \vee \quad x = 1{,}09$ $\quad \mathbb{L} = \{-4{,}59; 1{,}09\}$ | 3 |
| B 1.6 | $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{Q_nR_n} \cdot \overline{P_nQ_n} \cdot \sin \sphericalangle R_nQ_nP_n$<br>$A(x) = \frac{1}{2} \cdot (0{,}1x^2 + 0{,}35x + 2) \cdot 2{,}5 \cdot \sin(143{,}13° - 90°)$ FE $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$<br>$A(x) = (0{,}1x^2 + 0{,}35x + 2)$ FE<br>$A_{min} = 1{,}69$ FE | 4 |
| | | 17 |

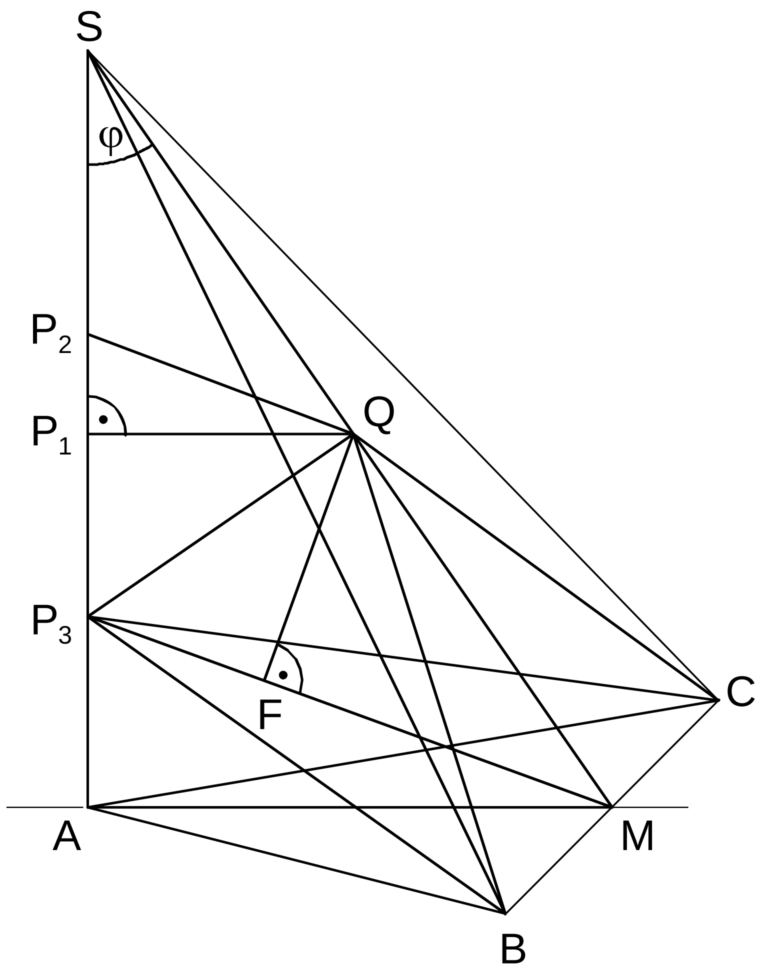
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe B 2**

**Lösungsmuster und Bewertung**

| | |
|---|---|
| B 2.1 $\overline{AM} = \frac{\overline{BC}}{2}\sqrt{3}$ $\quad 4\sqrt{3}\text{ cm} = \frac{\overline{BC}}{2}\sqrt{3}$ $\quad \overline{BC} = 8\text{ cm}$<br>$\tan\varphi = \frac{4\sqrt{3}\text{ cm}}{10\text{ cm}}$ $\quad \varphi = 34,72°$ $\quad \varphi \in ]0°; 90°[$ | 2 |
| B 2.2<br><br>Zeichnen der Pyramide ABCS | 2 |

B 2.3 Einzeichnen des Dreiecks $P_1QS$

$$\frac{\overline{SP_1}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{SQ}}{\overline{SM}} \qquad \overline{SP_1} = \overline{SA} \cdot \frac{\overline{SQ}}{\overline{SM}} \qquad \overline{SP_1} = \overline{SA} \cdot \frac{\overline{SM} - \overline{QM}}{\overline{SM}}$$

$$\overline{SM} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 + 10^2}\ \text{cm} \qquad \overline{SM} = 12{,}17\ \text{cm}$$

$$\overline{SP_1} = 10 \cdot \frac{(12{,}17 - 6)}{12{,}17}\ \text{cm} \qquad \overline{SP_1} = 5{,}07\ \text{cm}$$

oder

$$\cos\varphi = \frac{\overline{SP_1}}{\overline{SQ}} \quad \ldots$$

4

B 2.4 Einzeichnen des Dreiecks $P_2QS$

$$\frac{\overline{P_2Q}}{\sin\sphericalangle ASM} = \frac{\overline{QS}}{\sin\sphericalangle QP_2S}$$

$$\overline{P_2Q} = \frac{6{,}17 \cdot \sin 34{,}72°}{\sin(180° - 2 \cdot 34{,}72°)}\ \text{cm} \qquad \overline{P_2Q} = 3{,}75\ \text{cm}$$

3

B 2.5 Einzeichnen des Dreiecks $BCP_3$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{MP_3}$$

$$\cos 20° = \frac{\overline{AM}}{\overline{MP_3}} \qquad \overline{MP_3} = \frac{4\sqrt{3}}{\cos 20°}\ \text{cm} \qquad \overline{MP_3} = 7{,}37\ \text{cm}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7{,}37\ \text{cm}^2 \qquad A = 29{,}48\ \text{cm}^2$$

3

B 2.6 Einzeichnen der Pyramide $BCP_3Q$ und der Höhe $[FQ]$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot \overline{FQ}$$

$$\sin\sphericalangle SMP_3 = \frac{\overline{FQ}}{\overline{MQ}} \qquad \sin[(180° - 90° - 34{,}72°) - 20°] = \frac{\overline{FQ}}{6\ \text{cm}}$$

$$\overline{FQ} = 6 \cdot \sin 35{,}28°\ \text{cm} \qquad \overline{FQ} = 3{,}47\ \text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 29{,}48 \cdot 3{,}47\ \text{cm}^3 \qquad V = 34{,}10\ \text{cm}^3$$

3

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

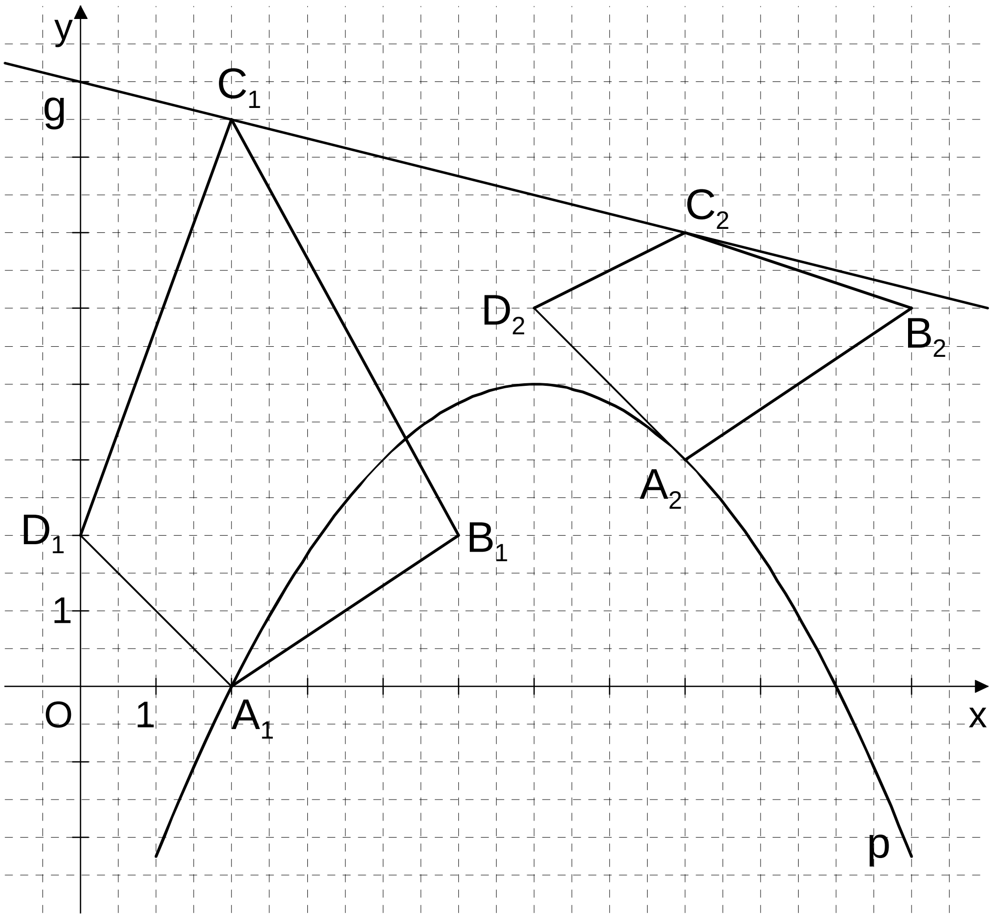
# Abschlussprüfung 2006

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe C 1**

**Lösungsmuster und Bewertung**

C 1.1 S(6 | 4)




Einzeichnen der Parabel p und Geraden g

3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| C 1.2 | Einzeichnen der Vierecke $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ | | | | 2 |
| C 1.3 | $A_2(8\mid 3)$<br>$A_2D_2: y=-(x-8)+3$<br>$\left.\begin{array}{ll} & y=-x+11 \\ \wedge & y=-0,25(x-6)^2+4 \end{array}\right.$<br>$0,25x^2-4x+16=0$<br>$D=0 \quad \Rightarrow \qquad A_2D_2$ ist Tangente an p | $\overrightarrow{A_2D_2}=\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$<br>$A_2D_2: y=-x+11$ | | $m_{A_2D_2}=-1$<br>$\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$<br>$\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$<br>$\mathbb{G}=\mathbb{R}$ | 4 |
| C 1.4 | $m_{A_nB_n}=\frac{2}{3}$<br>$m_{A_nD_n}=-1$<br>$\alpha=\alpha_2-\alpha_1$ | $\tan\alpha_1=\frac{2}{3}$<br>$\tan\alpha_2=-1$<br>$\alpha=135°-33,69°$ | $\alpha_1=33,69°$<br>$\alpha_2=135°$<br>$\alpha=101,31°$ | $\alpha_1\in]0°;180°[$<br>$\alpha_2\in]0°;180°[$ | 3 |
| C 1.5 | $D_n(x-2\mid -0,25x^2+3x-5+2)$<br>$D_n(x-2\mid -0,25x^2+3x-3)$ | | | $\mathbb{G}=\mathbb{R}$ | 1 |
| C 1.6 | $m_{C_nD_n}=m_{A_nB_n}$<br>$\frac{-0,25x+8-(-0,25x^2+3x-3)}{x-(x-2)}=\frac{2}{3}$<br>...<br>$\Leftrightarrow \qquad x=4,61$ | $m_{C_nD_n}=\frac{2}{3}$<br><br><br>$\vee \qquad x=8,39$ | | $\mathbb{G}=\mathbb{R}$<br>$\mathbb{L}=\{4,61;8,39\}$ | 4 |
| | | | | | 17 |

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

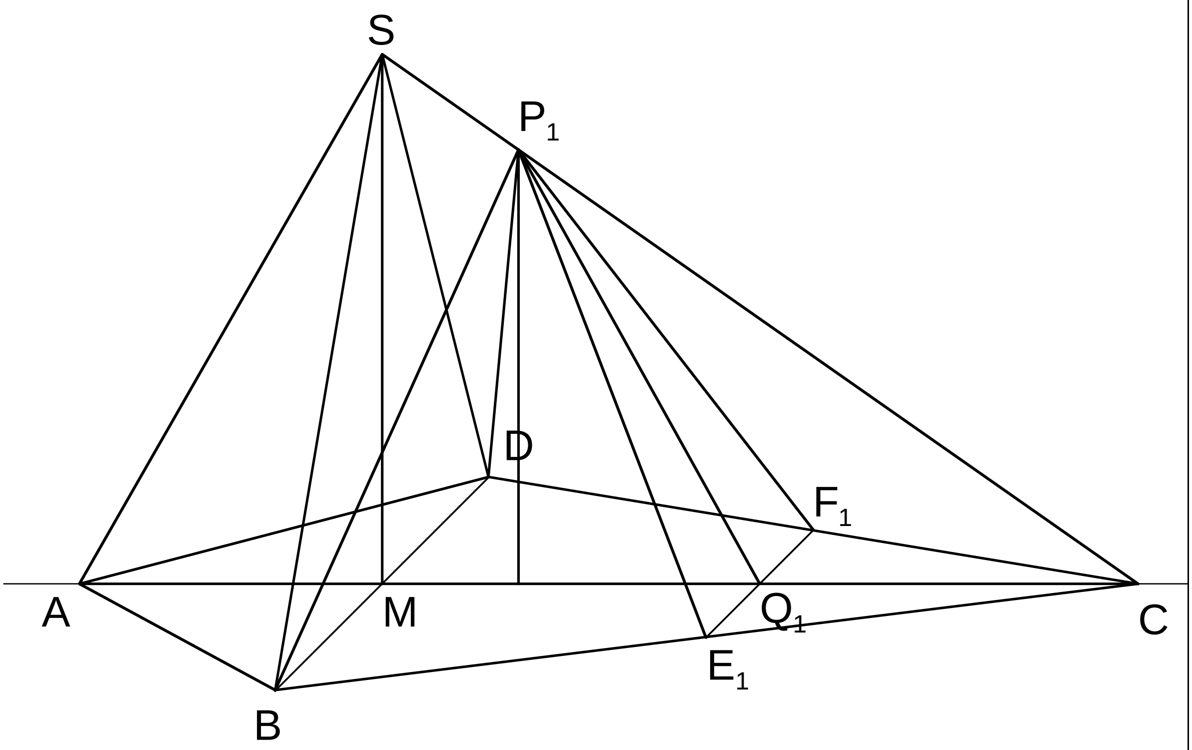
# Abschlussprüfung 2006

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Wahlteil – Haupttermin** **Aufgabe C 2**

**Lösungsmuster und Bewertung**

C 2.1




Zeichnen der Pyramide ABCDS

$\tan\varepsilon = \frac{7\text{ cm}}{10\text{ cm}}$ $\varepsilon = 34{,}99°$ $\varepsilon \in ]0°; 90°[$

$\overline{CS} = \sqrt{7^2 + 10^2}\text{ cm}$ $\overline{CS} = 12{,}21\text{ cm}$

4

C 2.2 Einzeichnen des Dreiecks $E_1F_1P_1$

1

C 2.3 $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{E_1F_1} \cdot \overline{P_1Q_1}$

$\frac{\overline{E_1F_1}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{CQ_1}}{\overline{CM}}$ $\overline{E_1F_1} = \frac{8 \cdot 5}{10}$ cm $\overline{E_1F_1} = 4$ cm

$\overline{P_1Q_1} = \sqrt{\overline{CP_1}^2 + \overline{CQ_1}^2 - 2 \cdot \overline{CP_1} \cdot \overline{CQ_1} \cdot \cos\varepsilon}$

$\overline{P_1Q_1} = \sqrt{10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \cos 34{,}99°}$ cm $\overline{P_1Q_1} = 6{,}56$ cm

$A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6{,}56$ cm² $A = 13{,}12$ cm² **4**

---

C 2.4 $\overline{P_nQ_n} = \sqrt{\overline{CP_n}^2 + \overline{CQ_n}^2 - 2 \cdot \overline{CP_n} \cdot \overline{CQ_n} \cdot \cos\varepsilon}$ $0 < x < 6{,}11;\ x \in \mathbb{R}$

$\overline{P_nQ_n}(x) = \sqrt{(2x)^2 + (10-x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot (10-x) \cdot \cos 34{,}99°}$ cm

...

$\overline{P_nQ_n}(x) = \sqrt{8{,}28x^2 - 52{,}77x + 100}$ cm

Für x = 3,19 ist $\overline{P_nQ_n}$ minimal. **4**

---

C 2.5 Einzeichnen der Pyramide $BE_1F_1DP_1$ und der Pyramidenhöhe

$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot d(P_1; AC)$

$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{BD} + \overline{E_1F_1}\right) \cdot \overline{MQ_1}$

$A = \frac{1}{2} \cdot (8 + 4) \cdot 5$ cm² $A = 30$ cm²

$\sin\varepsilon = \frac{d(P_1; AC)}{\overline{CP_1}}$

$d(P_1; AC) = 2 \cdot 5 \cdot \sin 34{,}99°$ cm $d(P_1; AC) = 5{,}73$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 5{,}73$ cm³ $V = 57{,}3$ cm³ **4**

---

**17**

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

| **Prüfungsdauer:** **150 Minuten** | **Abschlussprüfung 2006** an den Realschulen in Bayern | **R4/R6** |
|---|---|---|

**Mathematik II** | **Pflichtteil – Nachtermin** | **Aufgabe P 1**

Name:________________________________ Vorname:________________________________

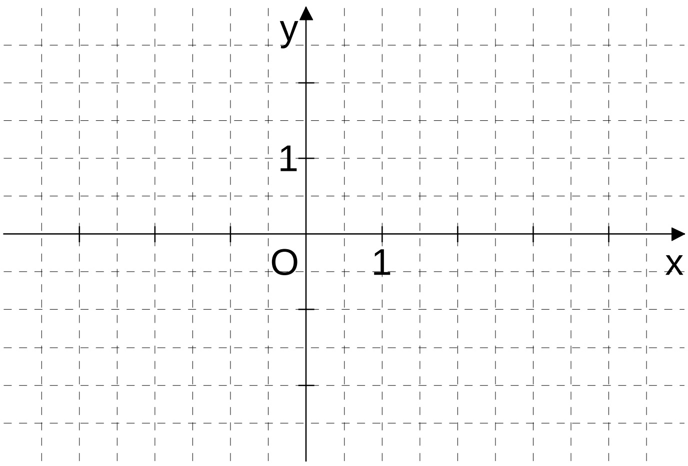
Klasse:______________ Platzziffer:______________ Punkte:______________

P 1.0 Der Punkt $A\left(3\frac{1}{3} \middle| -\frac{3}{4}\right)$ liegt auf dem Graphen zur Funktion f mit der Gleichung $y = \frac{k}{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

P 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f die Gleichung $y = \frac{-2,5}{x}$ hat. 1 P

P 1.2 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den zugehörigen Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

| x | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{-2,5}{x}$ | | | | | | | | |



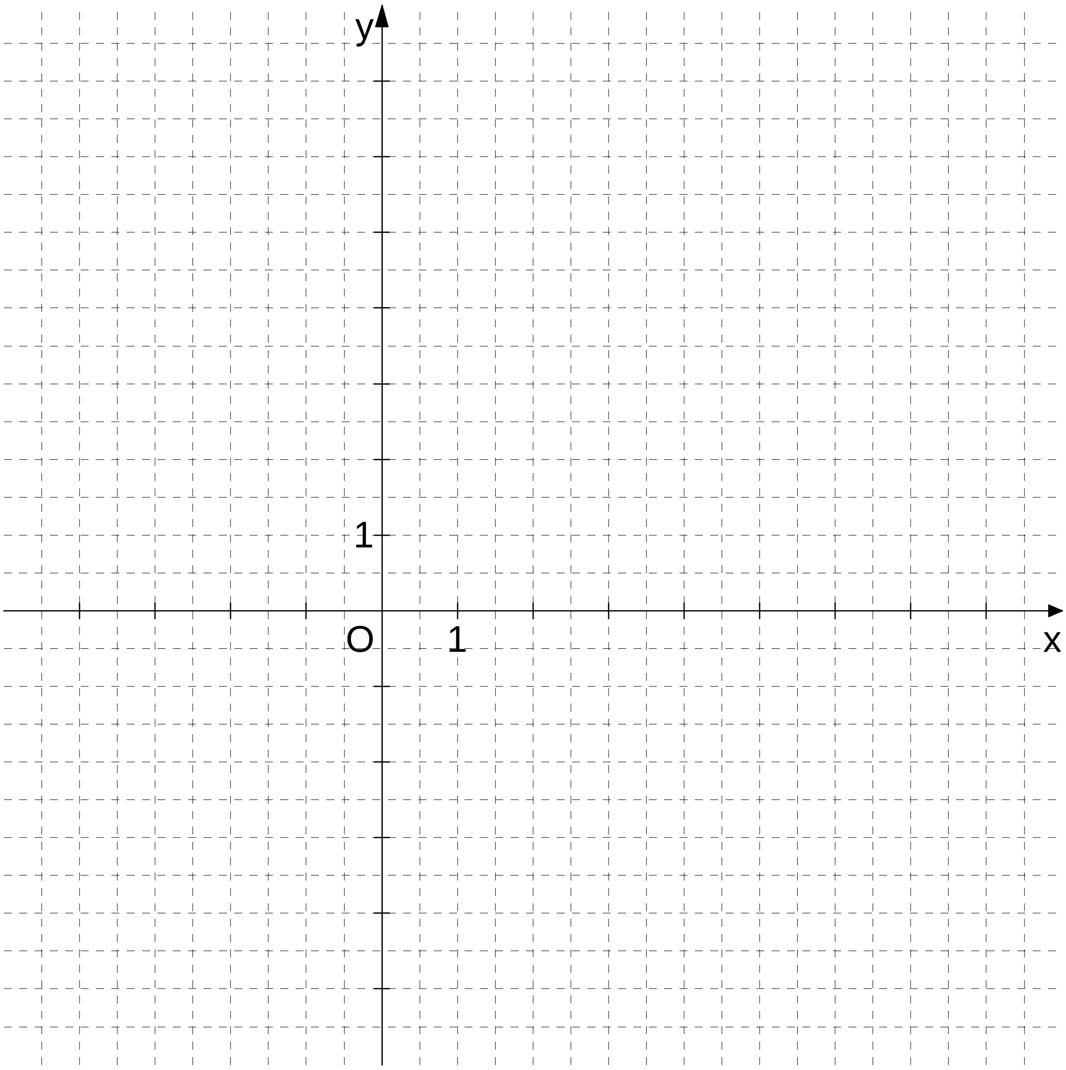

P 1.3 Geben Sie die Gleichung einer Geraden g an, die mit dem Graphen zu f nur den Punkt A gemeinsam hat. 1 P

P 1.4 Welche der drei angegebenen Geraden hat mit dem Graphen zu f keinen Punkt gemeinsam? Kreuzen Sie die richtige Lösung an. 1 P

☐ $g_1: y = 2x + 2$ ☐ $g_2: y = -2x + 2$ ☐ $g_3: y = -x$

P 2.0 Gegeben sind die Eckpunkte $A(-3|1)$, $B(5|-3)$ und $C(6|4)$ des Dreiecks ABC und sein Umkreis $k(M(2|1); r = 5 \text{ LE})$.

P 2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC, den Punkt M und den Umkreis k in das Koordinatensystem ein. 1 P

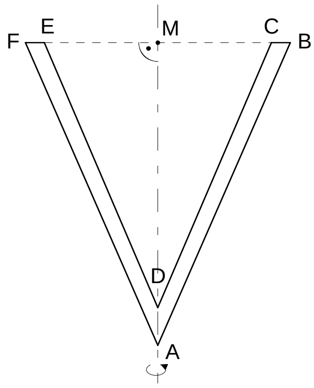


P 2.2 Berechnen Sie das Maß $\varepsilon$ des Winkels CMA auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Ergebnis: $\varepsilon = 143{,}13°$] 3 P

P 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Figur, die von dem Kreisbogen $\overset{\frown}{CA}$ und den Strecken $[AB]$ und $[BC]$ begrenzt wird. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 5 P

P 3 Nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers, der entsteht, wenn die Figur um ihre Symmetrieachse AM rotiert. Die Mantellinien [AB] und [CD] sind parallel.

Es gilt: $\overline{AB} = 26,0\,\text{cm}$, $\overline{BF} = 11,0\,\text{cm}$ und $\overline{CE} = 10,6\,\text{cm}$.




Berechnen Sie den Oberflächeninhalt A des Rotationskörpers. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{CD} = 25{,}1\,\text{cm}$ ] 5 P

| | | |
|---|---|---|
| **Prüfungsdauer: 150 Minuten** | **Abschlussprüfung 2006** an den Realschulen in Bayern | **R4/R6** |

**Mathematik II** | **Wahlteil - Nachtermin** | **Aufgabe D 1**

D 1.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = 0,25(x-2)^2 + 2$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = -\frac{1}{2}x - 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

D 1.1 Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g im Bereich von $-3 \leqq x \leqq 7$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 8$; $-5 \leqq y \leqq 9$ 3 P

D 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| 0,25(x-2)^2 + 2\right)$ und $D_n$ auf der Parabel p sind zusammen mit Punkten $B_n\left(x \middle| -0,5x - 1\right)$ und $C_n$ auf der Geraden g Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ mit $[A_nB_n] \parallel [C_nD_n]$. Die Punkte $A_n$ und $B_n$ haben dieselbe Abszisse x, die Abszisse der Punkte $C_n$ ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte $A_n$ und $B_n$.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -3$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

D 1.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Seiten $[A_nB_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ wie folgt darstellen lässt:
$\overline{A_nB_n}(x) = (0,25x^2 - 0,5x + 4)$ LE. 2 P

D 1.4 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, deren Seiten $[A_nB_n]$ und $[B_nC_n]$ gleich lang sind.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte $A_3$ und $A_4$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

D 1.5 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte $C_n$ und $D_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$.
[Ergebnisse: $C_n\left(x+4 \middle| -0,5x-3\right)$; $D_n\left(x+4 \middle| 0,25x^2 + x + 3\right)$] 2 P

D 1.6 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es das Parallelogramm $A_5B_5C_5D_5$.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes $A_5$. 4 P

| Prüfungsdauer: 150 Minuten |
|---|

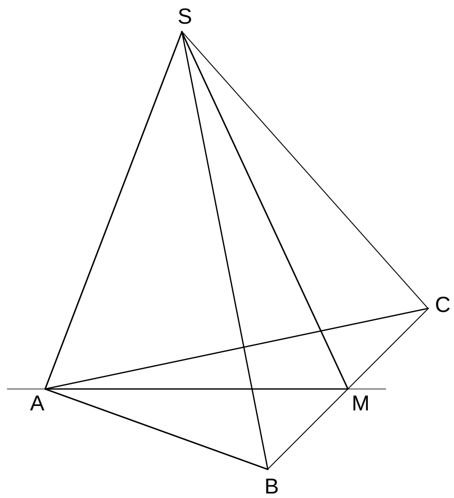
# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**R4/R6**

**Mathematik II** **Wahlteil - Nachtermin** **Aufgabe D 2**

D 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis [BC] ist. M ist der Mittelpunkt der Basis [BC] mit $\overline{BC} = 12\text{ cm}$. Für die Dreieckshöhe [AM] gilt: $\overline{AM} = 8\text{ cm}$. Die Seitenfläche BCS der Pyramide ABCS ist ein gleichseitiges Dreieck. Der Neigungswinkel SMA der Seitenfläche BCS zur Grundfläche ABC der Pyramide hat das Maß 65°.




D 2.1 Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{MS}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

[Teilergebnis: $\overline{MS} = 10{,}39\text{ cm}$] 3 P

D 2.2 Berechnen Sie die Länge der Seitenkante [AS] und das Maß $\alpha$ des Winkels MAS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{AS} = 10{,}08\text{ cm}$] 2 P

D 2.3 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramide ABCS und den Flächeninhalt der Seitenfläche ABS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $V = 150{,}72\text{ cm}^3$] 5 P

D 2.4 Der Punkt F ist der Fußpunkt des Lotes von A auf die Strecke [MS]. Außerdem ist F der Mittelpunkt der Strecke [PQ] mit $P \in [BS]$ und $Q \in [CS]$ und $[PQ] \parallel [BC]$. Das Dreieck PQS ist die Grundfläche der Pyramide PQSA mit der Spitze A.

Zeichnen Sie die Pyramide PQSA in das Schrägbild zu 2.1 ein.

Berechnen Sie die Streckenlängen $\overline{AF}$, $\overline{SF}$ und $\overline{PQ}$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnisse: $\overline{SF} = 7{,}00\text{ cm}$; $\overline{PQ} = 8{,}08\text{ cm}$] 4 P

D 2.5 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide PQSA am Volumen der Pyramide ABCS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

# Abschlussprüfung 2006
an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Pflichtteil – Nachtermin** **Aufgaben P 1 – 3**

**Lösungsmuster und Bewertung**

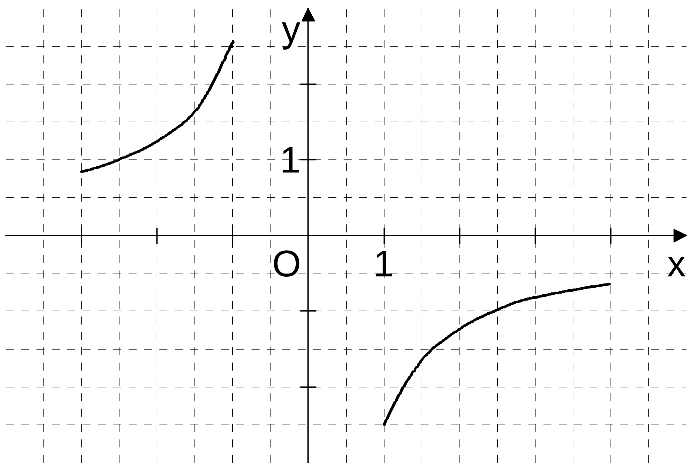
P 1.1 $-0,75 = \frac{k}{3\frac{1}{3}}$ $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\Leftrightarrow$ $k = -2,5$ $\mathbb{L} = \{-2,5\}$ $y = \frac{-2,5}{x}$

1

P 1.2

| x | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{-2,5}{x}$ | 0,83 | 1,25 | 2,5 | n.d. | –2,5 | –1,25 | –0,83 | –0,63 |




2

P 1.3 z. B. $g: y = -0,75$

1

P 1.4 $g_1: y = 2x + 2$

1

P 2.3 $A = A_{Sektor} + A_{\Delta ABC} - A_{\Delta AMC}$

$A_{Sektor} = \frac{143,13°}{360°} \cdot \pi \cdot 5^2$ FE $\qquad A_{Sektor} = 31,23$ FE

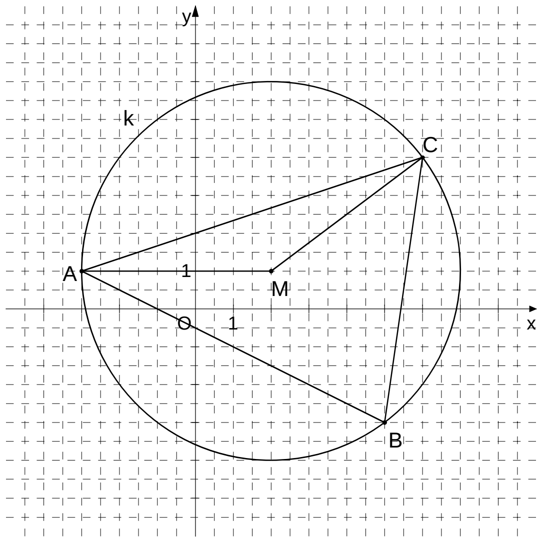
$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5-(-3) & 6-(-3) \\ -3-1 & 4-1 \end{vmatrix}$ FE $\qquad A_{\Delta ABC} = 30,00$ FE

$A_{\Delta AMC} = \frac{1}{2} \cdot 5^2 \cdot \sin 143,13°$ FE $\qquad A_{\Delta AMC} = 7,50$ FE

$A = 31,23\text{ FE} + 30,00\text{ FE} - 7,50\text{ FE}$ $\qquad A = 53,73$ FE

5

P 2.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2




1

---

P 2.2 $\overline{AC}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{CM}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{CM} \cdot \cos\varepsilon$ $\qquad$ $\cos\varepsilon = \dfrac{\overline{AM}^2 + \overline{CM}^2 - \overline{AC}^2}{2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{CM}}$

$\overline{AC} = \sqrt{(6+3)^2 + (4-1)^2}$ LE $\qquad$ $\overline{AC} = \sqrt{90}$ LE

$\cos\varepsilon = \dfrac{5^2 + 5^2 - 90}{2 \cdot 5 \cdot 5}$ $\qquad$ $\varepsilon = 143{,}13°$ $\qquad$ $\varepsilon \in ]0°; 180°[$

3

---

P 3 $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{BF} \cdot \overline{AB} \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot \overline{CE} \cdot \overline{CD} \cdot \pi + \overline{MB}^2 \cdot \pi - \overline{MC}^2 \cdot \pi$

$\dfrac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{MC}}{\overline{MB}}$ $\qquad$ $\overline{CD} = \dfrac{26{,}0 \cdot 5{,}3}{5{,}5}$ cm $\qquad$ $\overline{CD} = 25{,}1$ cm

$A = \left( \frac{1}{2} \cdot 11{,}0 \cdot 26{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 10{,}6 \cdot 25{,}1 + 5{,}5^2 - 5{,}3^2 \right) \cdot \pi$ cm$^2$ $\qquad$ $A = 874{,}0$ cm$^2$

5

---

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

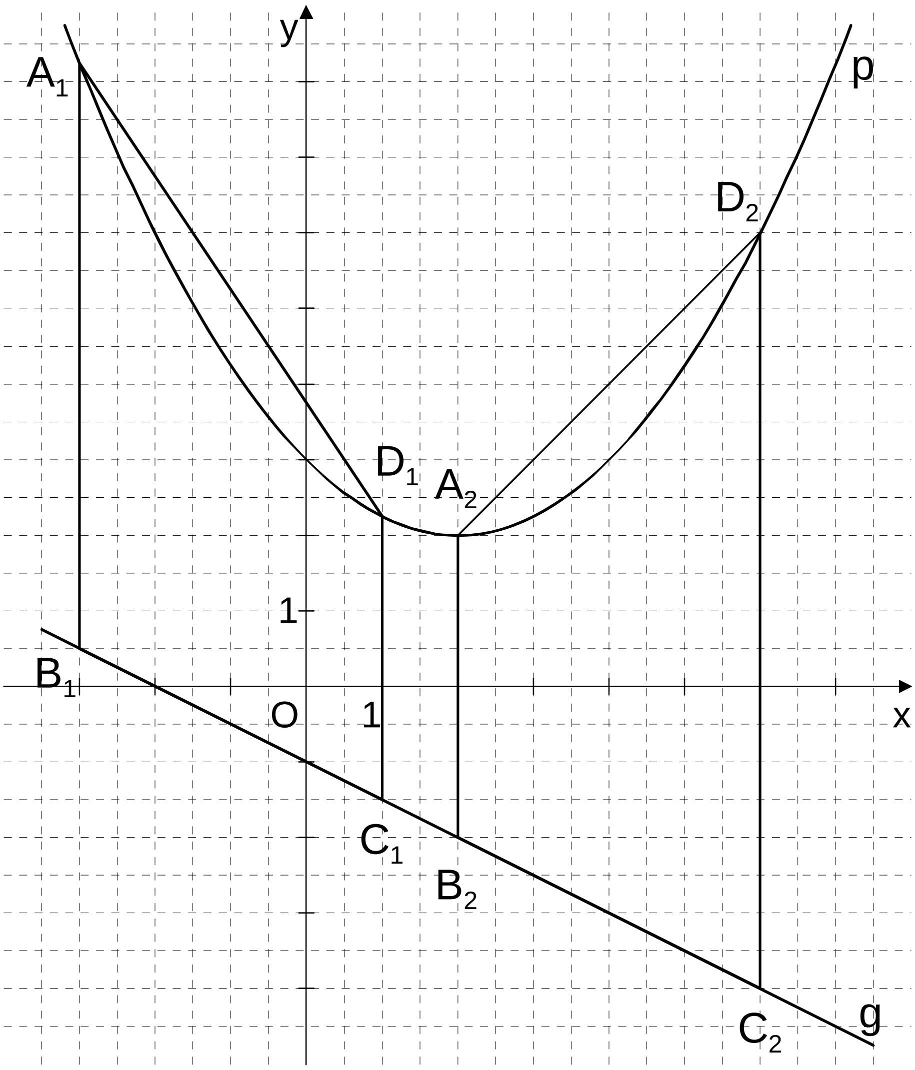
# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Wahlteil – Nachtermin** **Aufgabe D 1**

**Lösungsmuster und Bewertung**

D 1.1 S(2|2)




Einzeichnen der Parabel p und Geraden g

3

D 1.2 Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

2

D 1.3 $\overline{A_nB_n}(x) = [0{,}25(x-2)^2 + 2 - (-0{,}5x-1)]\ \text{LE}$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\overline{A_nB_n}(x) = [0{,}25(x^2-4x+4) + 2 + 0{,}5x+1)]\ \text{LE}$

$\overline{A_nB_n}(x) = (0{,}25x^2 - 0{,}5x + 4)\ \text{LE}$

2

D 1.4 $\overline{A_nB_n} = \overline{B_nC_n}$

In allen Steigungsdreiecken mit der Hypotenuse $[B_nC_n]$ gilt:

$\overline{B_nC_n} = \sqrt{4^2+2^2}\ \text{LE}$ $\qquad \overline{B_nC_n} = \sqrt{20}\ \text{LE}$ $\qquad \overline{B_nC_n} = 4{,}47\ \text{LE}$

$0{,}25x^2 - 0{,}5x + 4 = 4{,}47$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = -0{,}70 \quad \vee \quad x = 2{,}70$ $\qquad \mathbb{L} = \{-0{,}70;\ 2{,}70\}$

4

D 1.5 $C_n(x+4 \mid -0{,}5(x+4)-1)$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$C_n(x+4 \mid -0{,}5x-3)$

$D_n(x+4 \mid 0{,}25(x+4-2)^2+2)$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$D_n(x+4 \mid 0{,}25x^2+x+3)$

2

D 1.6 $m_{A_nD_n} = m_g$ $\qquad m_{A_nD_n} = -0{,}5$

$$\frac{0{,}25(x-2)^2 + 2 - (0{,}25x^2+x+3)}{x-(x+4)} = -0{,}5 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$$

...

$\Leftrightarrow \quad x = -1$ $\qquad \mathbb{L} = \{-1\}$ $\qquad A_5\left(-1 \middle| 4{,}25\right)$

oder

$\overline{A_nB_n} = \overline{C_nD_n}$

...

4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

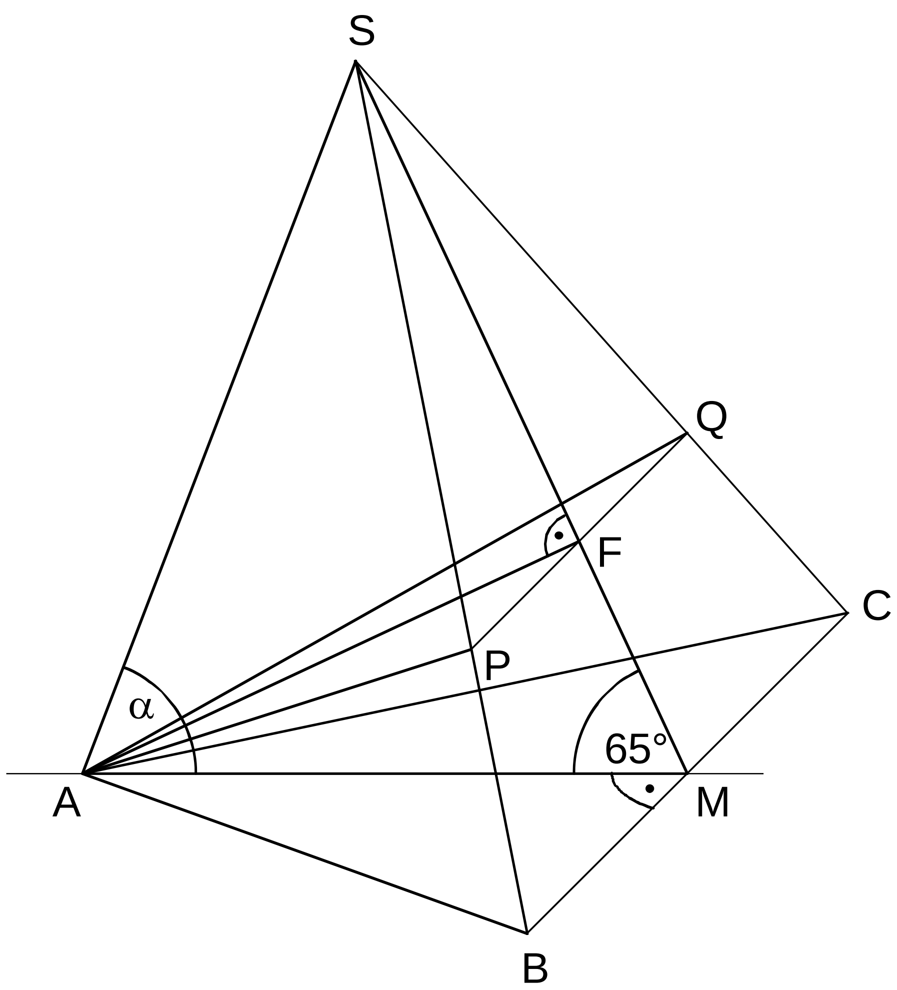
# Abschlussprüfung 2006

an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Wahlteil – Nachtermin** **Aufgabe D 2**

**Lösungsmuster und Bewertung**

D 2.1 $\overline{MS} = \frac{12}{2}\sqrt{3}\text{ cm}$ $\overline{MS} = 10,39\text{ cm}$




Zeichnen des Schrägbildes der Pyramide ABCS

3

D 2.2 $\overline{AS} = \sqrt{8^2 + 10,39^2 - 2\cdot 8\cdot 10,39\cdot\cos 65°}\text{ cm}$ $\overline{AS} = 10,08\text{ cm}$

$\cos\alpha = \dfrac{8^2 + 10,08^2 - 10,39^2}{2\cdot 8\cdot 10,08}$ $\alpha = 69,05°$ $\alpha \in ]0°;180°[$

2

| | | | Punkte |
|---|---|---|---|
| D 2.3 | $h = 10{,}39\text{ cm} \cdot \sin 65°$ | $h = 9{,}42\text{ cm}$ | |
| | $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} \cdot 9{,}42\text{ cm}$ | $V = 150{,}72\text{ cm}^3$ | |
| | $\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2}\text{ cm}$ | $\overline{AB} = 10\text{ cm}$ | |
| | $\cos\sphericalangle SBA = \frac{12^2 + 10^2 - 10{,}08^2}{2 \cdot 12 \cdot 10}$ | $\sphericalangle SBA = 53{,}61°$ | |
| | $A_{\Delta ABS} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot \sin 53{,}61°\text{ cm}^2$ | $A_{\Delta ABS} = 48{,}30\text{ cm}^2$ | 5 |
| D 2.4 | Einzeichnen der Pyramide PQSA | | |
| | $\overline{AF} = 8\text{ cm} \cdot \sin 65°$ | $\overline{AF} = 7{,}25\text{ cm}$ | |
| | $\overline{SF} = \sqrt{10{,}08^2 - 7{,}25^2}\text{ cm}$ | $\overline{SF} = 7{,}00\text{ cm}$ | |
| | $\frac{\overline{PQ}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{SF}}{\overline{SM}}$ | | |
| | $\overline{PQ} = \frac{7{,}00\text{ cm} \cdot 12\text{ cm}}{10{,}39\text{ cm}}$ | $\overline{PQ} = 8{,}08\text{ cm}$ | 4 |
| D 2.5 | $V_{PQSA} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8{,}08\text{ cm} \cdot 7{,}00\text{ cm} \cdot 7{,}25\text{ cm}$ | $V_{PQSA} = 68{,}34\text{ cm}^3$ | |
| | $\frac{68{,}34\text{ cm}^3}{150{,}72\text{ cm}^3} \cdot 100\% = 45{,}34\%$ | | 3 |
| | | | 17 |

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.