Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Nach der Verabreichung eines Medikaments wird dieses im menschlichen Körper abgebaut. Nach x h (Stunden) beträgt die Masse des Medikaments im Körper y mg. Messungen zeigen, dass der Abbau von Medikamenten im Körper durch die Funktion f mit der Gleichung $y = y_0 \cdot 10^{n \cdot x}$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $n \in \mathbb{R}$) dargestellt werden kann. Dabei bedeutet y_0 mg die Anfangsmasse des verabreichten Medikaments und n die Abklingrate der Konzentration des Medikaments im Körper. Um 8:00 Uhr werden einem Patienten 5,0 mg eines Medikaments verabreicht. Für dieses Medikament gilt: n = –0,07572

A 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion $f: y = 5{,}0 \cdot 10^{-0{,}07572 \cdot x}$ für $x \in [0; 8]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 h; $0 \leqq x \leqq 9$
Auf der y-Achse: 1 cm für 0,5 mg; $0 \leqq y \leqq 5{,}5$ 2 P

A 1.2 Berechnen Sie, wie viel Prozent des Medikaments der Körper stündlich abbaut. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

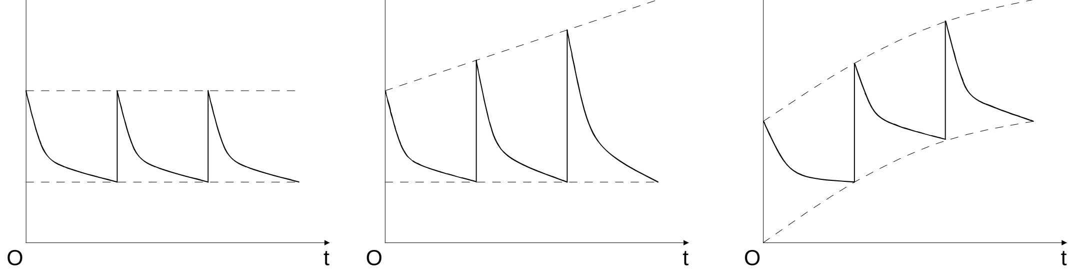
A 1.3 Um die optimale Wirksamkeit des Medikaments zu erreichen, darf die Masse des Medikaments im Körper 1,5 mg nicht unterschreiten und 8 mg nicht überschreiten. Berechnen Sie die Uhrzeiten auf Minuten genau, zu denen die nächste Verabreichung von ebenfalls 5,0 mg frühestens oder spätestens erfolgen muss. 4 P

A 1.4 Die zweite Verabreichung von 5,0 mg des Medikaments erfolgt um 12:30 Uhr. Berechnen Sie die um 16:00 Uhr im Körper befindliche Masse. (Auf zwei Stellen nach dem Komma.) 3 P

A 1.5 Ein anderes Medikament wird vom Körper nach 4 Stunden zur Hälfte abgebaut. Berechnen Sie für dieses Medikament den Wert für n auf fünf Stellen nach dem Komma gerundet. 2 P

A 1.6 Ein Patient nimmt dreimal hintereinander die gleiche Masse des Medikaments aus 1.5 im Abstand von 6 Stunden ein. Einer der Graphen in den unten stehenden Diagrammen a, b und c stellt die Masse des Medikaments im Körper des Patienten qualitativ in Abhängigkeit von der Zeit dar.
Geben Sie das zugehörige Diagramm an und begründen Sie ihre Auswahl.

Diagramm a Diagramm b Diagramm c



2 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Strecke [AD] mit $A(5\,|\,2,5)$ und $D(-1\,|\,-5,5)$ ist die gemeinsame Grundseite von gleichschenkligen Trapezen AB_nC_nD mit den Schenkeln $[AB_n]$ und $[DC_n]$. Die Eckpunkte $B_n(x\,|\,\frac{1}{2}x+5)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x+5$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. Dabei gilt: $x\in]-4;11[$

A 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g, die Trapeze AB_1C_1D für $x = -0{,}5$ und AB_2C_2D für $x = 3$ und die Symmetrieachse s der Trapeze in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-7 \leqq x \leqq 6$; $-7 \leqq y \leqq 8$ 2 P

A 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $C_n(-0{,}20x-4{,}80\,|\,-1{,}10x-1{,}40)$] 5 P

A 2.3 Ermitteln Sie die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte C_n. 2 P

A 2.4 Man erhält nur für $x\in]-4;11[$ Trapeze AB_nC_nD.
Bestätigen Sie durch Rechnung die obere Intervallgrenze. 2 P

A 2.5 Unter den Trapezen AB_nC_nD gibt es das Trapez AB_3C_3D, dessen Schenkel $[DC_3]$ parallel zur x-Achse liegt.
Bestimmen Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punktes C_3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

A 2.6 Konstruieren Sie in das Koordinatensystem zu 2.1 das Trapez AB_0C_0D, dessen Diagonalen senkrecht aufeinander stehen.
Berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes B_0 des Trapezes AB_0C_0D. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$ und der Höhe $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Mittelpunkt D der Strecke [BC] mit $\overline{DS} = 8\,\text{cm}$.

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS. Dabei soll die Strecke [AD] auf der Schrägbildachse liegen.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels DAS auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\varepsilon = 41{,}63°$] 3 P

A 3.2 Die Strecken $[P_nQ_n]$ mit $P_n \in [BS]$ und $Q_n \in [CS]$ verlaufen parallel zur Strecke [BC]. Der Punkt R liegt auf der Strecke [AS] mit $\overline{AR} = 4\,\text{cm}$. Die Punkte P_n, Q_n und R sind die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken P_nQ_nR mit der Basis $[P_nQ_n]$ und dem Mittelpunkt M_n der Seite $[P_nQ_n]$. Die Dreiecke P_nQ_nR schließen mit der Seitenfläche BCS die Winkel SM_nR mit dem Maß φ ein.
Zeichnen Sie das Dreieck P_1Q_1R für $\varphi = 105°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein. 1 P

A 3.3 Zeigen Sie, dass für die Streckenlängen $\overline{M_nS}$ und $\overline{P_nQ_n}$ in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt:
$\overline{M_nS}(\varphi) = \frac{8{,}04 \cdot \sin(48{,}37° + \varphi)}{\sin\varphi}\,\text{cm}$ und $\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \frac{12{,}06 \cdot \sin(48{,}37° + \varphi)}{\sin\varphi}\,\text{cm}$. 4 P

A 3.4 Das Dreieck P_1Q_1S ist die Grundfläche der Pyramide P_1Q_1SR mit der Spitze R und der Pyramidenhöhe h.
Zeichnen Sie die Pyramidenhöhe h in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Pyramide P_1Q_1SR. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $h = 6{,}01\,\text{cm}$] 3 P

A 3.5 Zeigen Sie, dass für die Dreieckshöhe $\overline{M_nR}$ der Dreiecke P_nQ_nR in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{M_nR}(\varphi) = \frac{6{,}01}{\sin\varphi}\,\text{cm}$.
Berechnen Sie den Wert für φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, so dass das Dreieck P_2Q_2R gleichseitig ist. 4 P

Abschlussprüfung 2005

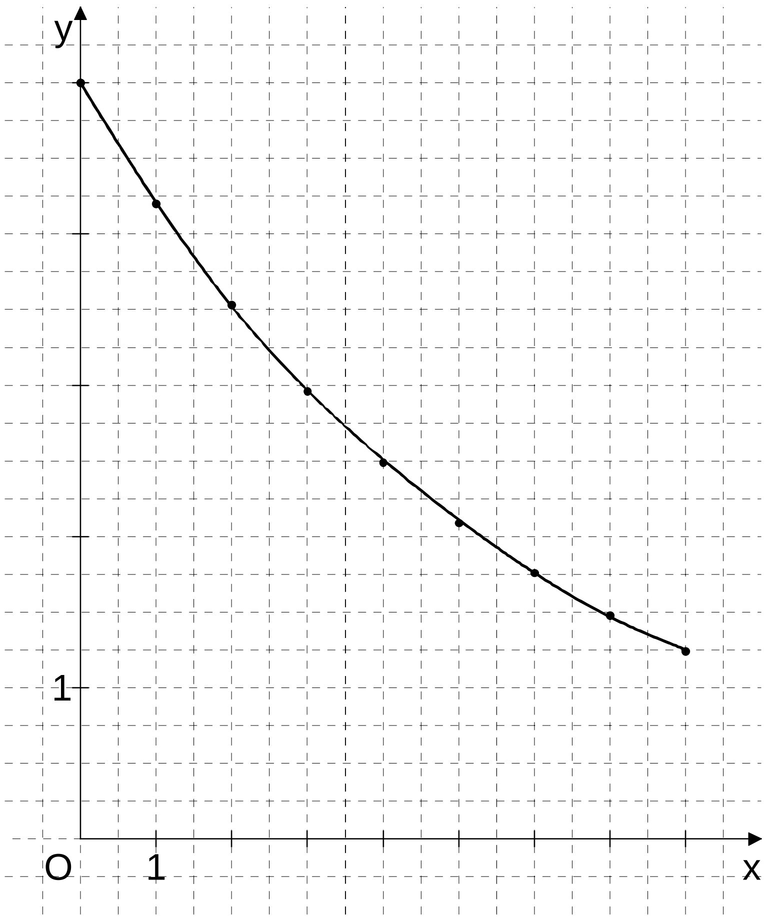
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

A 1.1 f : $y = 5{,}0 \cdot 10^{-0{,}07572 \cdot x}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$5{,}0 \cdot 10^{-0{,}07572 \cdot x}$	5,00	4,20	3,53	2,96	2,49	2,09	1,76	1,48	1,24



Einzeichnen des Graphen zu f

2

A 1.2 $1 - 10^{-0{,}07572 \cdot 1} = 0{,}16$

Stündlich baut der Körper 16% des Medikaments ab.

2

A 1.3	$8-5=5{,}0\cdot 10^{-0{,}07572\cdot x}$ $\qquad x\in \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow \quad 0{,}6=10^{-0{,}07572\cdot x}$ $\Leftrightarrow \quad -0{,}07572\cdot x=\lg 0{,}6$ $\Leftrightarrow \quad x=2{,}93$ $\qquad \mathbb{L}=\{2{,}93\}$ früheste Uhrzeit: 10:56 Uhr $1{,}5=5{,}0\cdot 10^{-0{,}07572\cdot x}$ $\qquad x\in \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow \quad 0{,}3=10^{-0{,}07572\cdot x}$ $\Leftrightarrow \quad -0{,}07572\cdot x=\lg 0{,}3$ $\Leftrightarrow \quad x=6{,}91$ $\qquad \mathbb{L}=\{6{,}91\}$ späteste Uhrzeit: 14:54 Uhr Die nächste Verabreichung muss zwischen 10:56 Uhr und 14:54 Uhr erfolgen.	4
A 1.4	$y=5{,}0\cdot 10^{-0{,}07572\cdot 4{,}5}$ $\qquad y\in \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow \quad y=2{,}28$ $\qquad \mathbb{L}=\{2{,}28\}$ $y=(2{,}28+5{,}0)\cdot 10^{-0{,}07572\cdot 3{,}5}$ $\qquad y\in \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow \quad y=3{,}95$ $\qquad \mathbb{L}=\{3{,}95\}$ Um 16:00 Uhr befinden sich 3,95 mg Wirkstoff im Körper.	3
A 1.5	$0{,}5\cdot y_0=y_0\cdot 10^{n\cdot 4}$ $\qquad n\in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad 0{,}5=10^{n\cdot 4}$ $\Leftrightarrow \quad n=\frac{\lg 0{,}5}{4}$ $\Leftrightarrow \quad n=-0{,}07526$	2
A 1.6	Es ist das Diagramm c. Begründung entsprechend dem Unterricht, z. B.: Der Abbau des Medikaments findet so statt, dass die niedrigsten Werte von Verabreichung zu Verabreichung ansteigen, ebenso die höchsten Werte nach den Verabreichungen.	2
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

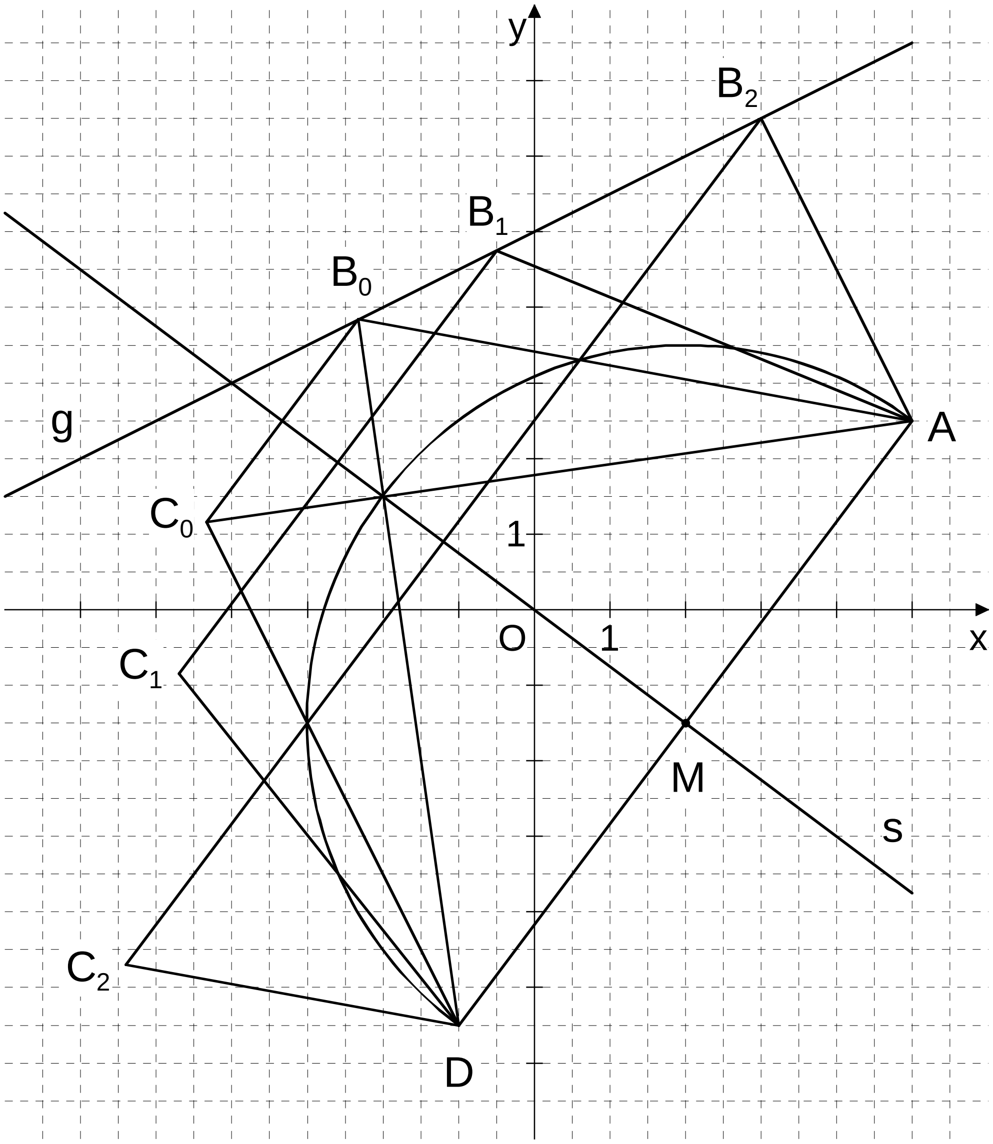
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I | **Aufgabengruppe A** | **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

A 2.1 $B_1(-0,5\,|\,4,75)$ $\quad B_2(3\,|\,6,5)$



Einzeichnen der Geraden g sowie der Trapeze AB_1C_1D und AB_2C_2D 2

A 2.2 $M\left(\frac{5-1}{2}\,\middle|\,\frac{2,5-5,5}{2}\right) = M(2\,|\,-1,5)$

$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -1-5 \\ -5,5-2,5 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$ $\quad m_{AD} = \frac{4}{3}$ $\quad m_s = -\frac{3}{4}$

$\overrightarrow{OB_n} \xrightarrow{s} \overrightarrow{OC_n}$ $\quad \tan\varphi = -\frac{3}{4}$ $\quad 2\varphi = -73,74°$ $\quad \varphi \in]-90°;90°[$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-73{,}74°) & \sin(-73{,}74°) \\ \sin(-73{,}74°) & -\cos(-73{,}74°) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 0{,}5x+5 \end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in]-4;11[;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x' = -0{,}20x - 4{,}80 \\ \wedge\ y' = -1{,}10x - 1{,}40 \end{array} \right. \qquad C_n\left(-0{,}20x - 4{,}80 \middle| -1{,}10x - 1{,}40\right)$$

oder

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 286{,}26° & \sin 286{,}26° \\ \sin 286{,}26° & -\cos 286{,}26° \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 0{,}5x+5 \end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in]-4;11[;\ x \in \mathbb{R}$$

...

5

A 2.3

$$\left| \begin{array}{l} x' = -0{,}20x - 4{,}80 \\ \wedge\ y' = -1{,}10x - 1{,}40 \end{array} \right. \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in]-4;11[$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = -5x' - 24 \\ \wedge\ y' = -1{,}10x - 1{,}40 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \quad y' = 5{,}5x' + 25 \qquad t: y = 5{,}5x + 25$$

2

A 2.4 $AD: y = \frac{4}{3}(x-5) + 2{,}5$ $\qquad AD: y = \frac{4}{3}x - \frac{25}{6}$

$AD \cap g:$ $\quad \frac{4}{3}x - \frac{25}{6} = 0{,}5x + 5 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = 11 \qquad \mathbb{L} = \{11\}$

2

A 2.5

$-1{,}10x - 1{,}40 = -5{,}5 \qquad x \in]-4;11[;\ x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = 3{,}73 \qquad \mathbb{L} = \{3{,}73\}$

$x_{C_3} = -0{,}20 \cdot 3{,}73 - 4{,}80 \qquad x_{C_3} = -5{,}55$

2

A 2.6 Konstruktion des Trapezes AB_0C_0D mit Hilfe des Thaleskreises über [AD]

$\overrightarrow{AC_n} \odot \overrightarrow{DB_n} = 0$

$$\begin{pmatrix} -0{,}20x - 4{,}80 - 5 \\ -1{,}10x - 1{,}40 - 2{,}5 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x+1 \\ 0{,}5x + 5 + 5{,}5 \end{pmatrix} = 0 \qquad x \in]-4;11[;\ x \in \mathbb{R}$$

$\Leftrightarrow \quad -0{,}75x^2 - 23{,}50x - 50{,}75 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = -2{,}33 \quad (\vee \quad x = -29) \qquad \mathbb{L} = \{-2{,}33\}$

4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

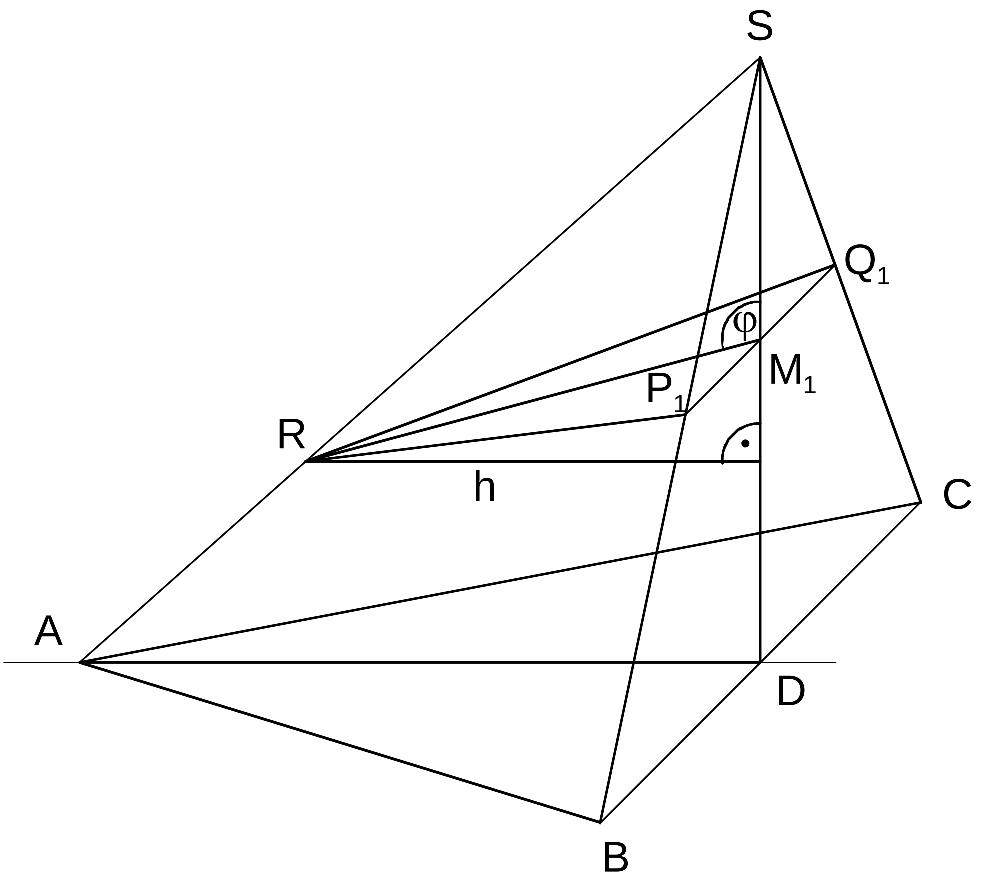
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

Lösungsmuster und Bewertung

A 3.1



$\tan\varepsilon = \frac{8}{9}$ $\quad\varepsilon = 41{,}63°\quad$ $\varepsilon \in]0°; 90°[$

3

A 3.2 Einzeichnen des Dreiecks P_1Q_1R

1

A 3.3 $$\frac{\overline{M_nS}(\varphi)}{\sin[180° - (\varphi + 48{,}37°)]} = \frac{\sqrt{8^2 + 9^2}\ \text{cm} - 4\ \text{cm}}{\sin\varphi} \qquad \varphi \in [66{,}13°; 131{,}63°[$$

$$\overline{M_nS}(\varphi) = \frac{8{,}04 \cdot \sin(48{,}37° + \varphi)}{\sin\varphi}\ \text{cm}$$

$$\frac{\overline{P_nQ_n}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{M_nS}}{\overline{DS}}$$

$$\frac{\overline{P_nQ_n}(\varphi)}{12\text{ cm}} = \frac{\frac{8{,}04\cdot\sin(48{,}37°+\varphi)}{\sin\varphi}\text{ cm}}{8\text{ cm}} \qquad \varphi\in[66{,}13°;131{,}63°[$$

$$\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \frac{12{,}06\cdot\sin(48{,}37°+\varphi)}{\sin\varphi}\text{ cm}$$

4

A 3.4 Einzeichnen der Höhe h der Pyramide P_1Q_1SR

$$V_{P_1Q_1RS} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{M_1S}\cdot\overline{P_1Q_1}\cdot h$$

$$\cos\varepsilon = \frac{h}{\overline{RS}}$$

$$h = (\sqrt{8^2+9^2}-4)\cdot\cos 41{,}63°\text{ cm} \qquad h = 6{,}01\text{ cm}$$

$$\overline{M_1S} = \frac{8{,}04\cdot\sin(48{,}37°+105°)}{\sin 105°}\text{ cm} \qquad \overline{M_1S} = 3{,}73\text{ cm}$$

$$\overline{P_1Q_1} = \frac{12{,}06\cdot\sin(48{,}37°+105°)}{\sin 105°}\text{ cm} \qquad \overline{P_1Q_1} = 5{,}60\text{ cm}$$

$$V_{P_1Q_1RS} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3{,}73\cdot 5{,}60\cdot 6{,}01\text{ cm}^3 \qquad V_{P_1Q_1RS} = 20{,}92\text{ cm}^3$$

3

A 3.5 $\sin(180°-\varphi) = \frac{h}{\overline{M_nR}(\varphi)}$ $\qquad \varphi\in[66{,}13°;131{,}63°[$

$$\overline{M_nR}(\varphi) = \frac{6{,}01}{\sin\varphi}\text{ cm}$$

$$\overline{M_nR}(\varphi) = 0{,}5\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{12{,}06\cdot\sin(48{,}37°+\varphi)}{\sin\varphi}\text{ cm} \qquad \varphi\in[66{,}13°;131{,}63°[$$

$$\frac{6{,}01}{\sin\varphi} = 0{,}5\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{12{,}06\cdot\sin(48{,}37°+\varphi)}{\sin\varphi} \qquad \varphi\in[66{,}13°;131{,}63°[$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin(48{,}37°+\varphi) = \frac{2\cdot 6{,}01}{12{,}06\cdot\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 48{,}37°+\varphi = 35{,}13° \quad \vee \quad 180°-(48{,}37°+\varphi) = 35{,}13°$$

$$\Leftrightarrow \quad (\varphi = -13{,}24° \quad \vee) \quad \varphi = 96{,}50° \qquad \mathbb{L} = \{96{,}50°\}$$

4

15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Der Computerwissenschaftler Gordon Moore sagte voraus, dass sich die Speicherdichte (Einheit: Kilobyte pro cm²) von Festplatten und anderen Speichermedien alle 1,5 Jahre verdoppeln wird. Anfang des Jahres 1970 betrug die Speicherdichte $\frac{1}{8}\frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}$. Das sogenannte Moore'sche Gesetz kann durch die Funktion f mit der Gleichung $y=\frac{1}{8}\cdot 2^{\frac{x}{1{,}5}}$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ dargestellt werden. Dabei steht x für die Anzahl der seit Anfang 1970 vergangenen Jahre und y für die erreichte Speicherdichte in der Einheit $\frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}$.

B 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [0; 30]$ in Schritten von $\Delta x = 5$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 2 cm für 5 Jahre; $0 \leqq x \leqq 35$

Auf der y-Achse: 1 cm für $10000\,\frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}$; $0 \leqq y \leqq 140000$ 2 P

B 1.2 Auf einer 3,5-Zoll Diskette kann eine Datenmenge von 1440 kB gespeichert werden. Die Diskette enthält einen Kreisring mit dem Außendurchmesser 8,6 cm und dem Innendurchmesser 3 cm, auf dem die Daten beidseitig gespeichert werden.

Berechnen Sie die Speicherdichte y_{Diskette} der Diskette in der Einheit $\frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

Ermitteln Sie sodann, welches Jahr Moore für die Entwicklung einer solchen Diskette vorausgesagt hatte.

[Teilergebnis: $y_{\text{Diskette}} = 14{,}11$] 4 P

B 1.3 Eine Weiterentwicklung von Disketten ermöglichte eine Speicherdichte von $20000\,\frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}$.

Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen zu 1.1, in welchem Jahr ein Speichermedium mit dieser Speicherdichte verwirklicht werden konnte. 2 P

B 1.4 Im Vergleich mit einer CD kann auf einer handelsüblichen und flächengleichen DVD die 6,7fache Datenmenge gespeichert werden.

Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, wie viele Jahre gemäß dem Moore'schen Gesetz zwischen der Einführung der CD und der DVD lagen. 4 P

B 1.5 Im Jahr 1999 konnte eine Speicherdichte von $1\cdot 10^6\,\frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}$ verwirklicht werden.

Berechnen Sie auf Ganze gerundet, um welchen Faktor diese Speicherdichte über dem von Moore vorausgesagten Wert liegt. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die Punkte $A(0|0)$ und $B(5|-1)$ sind zusammen mit den Punkten $C_n(6\cos\alpha + 4{,}5 \,|\, -3\cos\alpha + 6)$ mit $\alpha \in [0°; 180°]$ Eckpunkte von Vierecken ABC_nD_n. Die Winkel D_nC_nB haben stets das Maß 90° und für die Strecken $[C_nD_n]$ gilt: $\overline{C_nD_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC_n}$

B 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte C_1 für $\alpha = 45°$ und C_2 für $\alpha = 100°$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann die Vierecke ABC_1D_1 und ABC_2D_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 10$; $-2 \leqq y \leqq 8$ 3 P

B 2.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte D_n in Abhängigkeit von α und geben Sie die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n an.
[Teilergebnis: $D_n(7{,}5\cos\alpha + 1 \,|\, 5{,}75)$] 4 P

B 2.3 Bei den Vierecken ABC_3D_3 und ABC_4D_4 sind die Seiten $[AD_3]$ bzw. $[AD_4]$ um 50% länger als die Seite [AB].
Berechnen Sie die zugehörigen Werte für α. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

B 2.4 Das Viereck ABC_5D_5 ist ein Trapez, wobei die Seite $[AD_5]$ parallel zur Seite $[BC_5]$ ist.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für α auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 4 P

B 2.5 Im Viereck ABC_6D_6 stehen die Seiten [AB] und $[BC_6]$ aufeinander senkrecht.
Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet den zugehörigen Wert für α. 2 P

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 9\text{ cm}$ und $\overline{AD} = 10\text{ cm}$ ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Grundkante [AD] und der Punkt F der Mittelpunkt der Grundkante [BC]. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt $P \in [EF]$ mit $\overline{EP} = 3\text{ cm}$, wobei $\overline{FS} = 12\text{ cm}$ beträgt.

B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [EF] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

B 3.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [ES] sowie das Maß γ des Winkels ESF. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $\overline{ES} = 10{,}82\text{ cm}$; $\gamma = 46{,}10°$] 3 P

B 3.3 Die Punkte $G_n \in [AS]$ und $H_n \in [DS]$ legen mit den Punkten B und C gleichschenklige Trapeze BCH_nG_n fest. Der Mittelpunkt M_n der Trapezseite $[G_nH_n]$ befindet sich auf der Strecke [SE].
Zeichnen Sie das Trapez BCH_1G_1 für $\overline{SM_1} = 7\text{ cm}$ in das Schrägbild zu 3.1 ein. 1 P

B 3.4 Die Winkel FM_nS haben das Maß ε und es gilt: $\varepsilon \in [73{,}90°; 133{,}90°[$.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $[M_nS]$ in Abhängigkeit vom Maß ε der Winkel FM_nS und ermitteln Sie sodann das Maß ε für $\overline{M_1S} = 7\text{ cm}$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{M_nS}(\varepsilon) = \frac{12 \cdot \sin(\varepsilon + 46{,}10°)}{\sin \varepsilon}\text{ cm}$] 4 P

B 3.5 Zeichnen Sie das Trapez BCH_2G_2 für $\varepsilon = 115°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Das Trapez BCH_2G_2 ist die Grundfläche der Pyramide BCH_2G_2S mit der Spitze S und der Pyramidenhöhe h.
Zeichnen Sie die Pyramidenhöhe h in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen der Pyramide BCH_2G_2S. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 5 P

Abschlussprüfung 2005

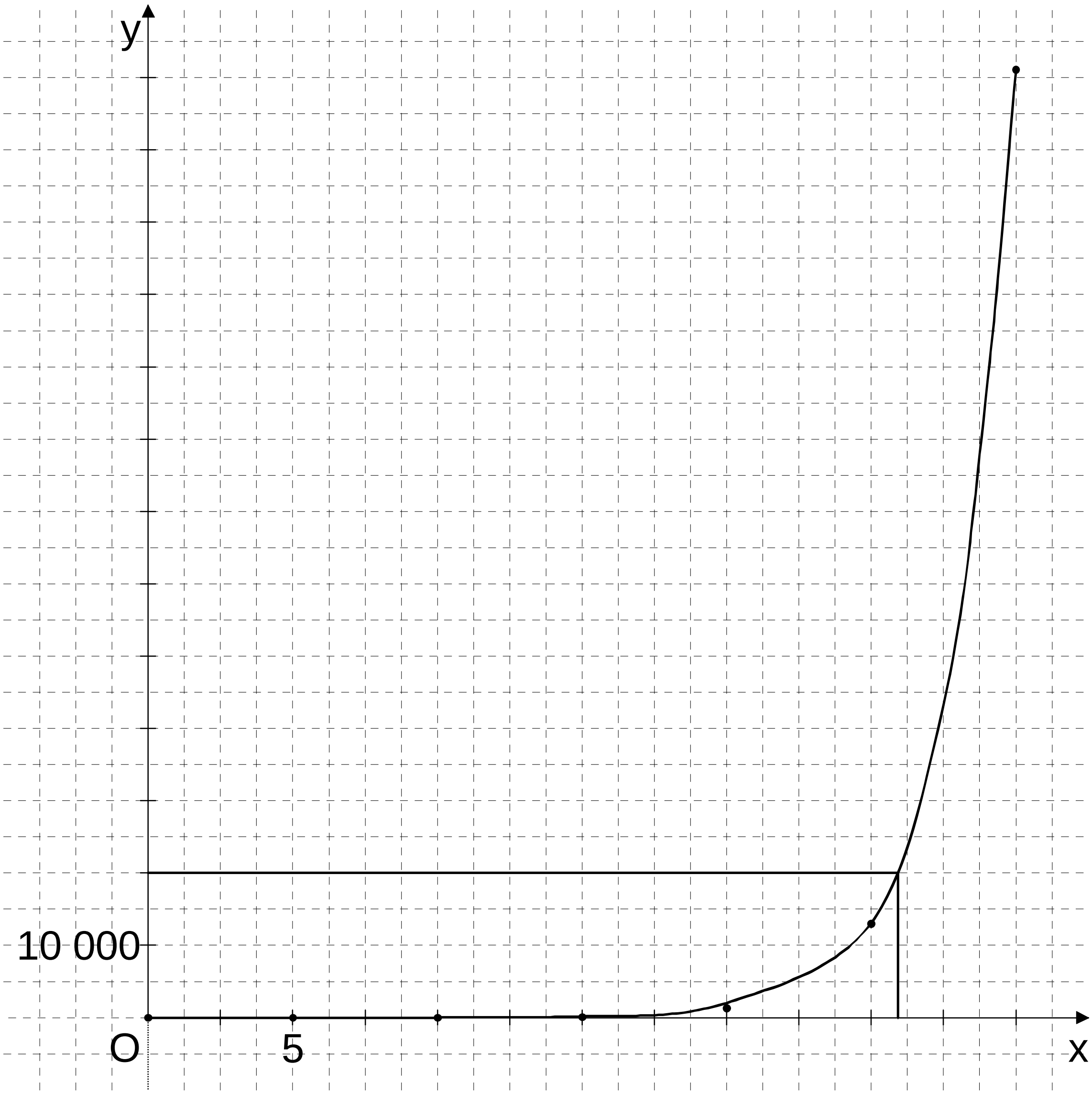
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

B 1.1 f : $y = \frac{1}{8} \cdot 2^{\frac{x}{1,5}}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

x	0	5	10	15	20	25	30
$\frac{1}{8} \cdot 2^{\frac{x}{1,5}}$	0,13	1,26	12,70	128,00	1290,16	13003,99	131072,00



Einzeichnen des Graphen zu f

2

B 1.2	$A = 2 \cdot (4{,}3^2 \cdot \pi - 1{,}5^2 \cdot \pi)\ \text{cm}^2$ $A = 102{,}04\ \text{cm}^2$ $y_{\text{Diskette}} = \frac{1440}{102{,}04}$ $y \in IR$ $\Leftrightarrow\ y_{\text{Diskette}} = 14{,}11$ $\mathbb{L} = \{14{,}11\}$ $\frac{1}{8} \cdot 2^{\frac{x}{1{,}5}} = 14{,}11$ $x \in IR$ $\Leftrightarrow\ 2^{\frac{x}{1{,}5}} = 112{,}88$ $\Leftrightarrow\ x = 1{,}5 \cdot \log_2 112{,}88$ $\Leftrightarrow\ x = 10{,}23$ $\mathbb{L} = \{10{,}23\}$ Moore hat das Jahr 1980 für die Entwicklung einer solchen Diskette vorausgesagt.	4
B 1.3	Ein Speichermedium mit dieser Speicherdichte konnte im Jahr 1995 (entsprechend der Zeichengenauigkeit) verwirklicht werden.	2
B 1.4	$\frac{1}{8} \cdot 2^{\frac{x_{DVD}}{1{,}5}} = 6{,}7 \cdot \frac{1}{8} \cdot 2^{\frac{x_{CD}}{1{,}5}}$ $\mathbb{G} = IR$ $\Leftrightarrow\ \frac{2^{\frac{x_{DVD}}{1{,}5}}}{2^{\frac{x_{CD}}{1{,}5}}} = 6{,}7$ $\Leftrightarrow\ 2^{\frac{x_{DVD} - x_{CD}}{1{,}5}} = 6{,}7$ $\Leftrightarrow\ x_{DVD} - x_{CD} = 1{,}5 \cdot \log_2 6{,}7$ $\Leftrightarrow\ x_{DVD} - x_{CD} = 4{,}12$ $\mathbb{L} = \{4{,}12\}$ Es lagen etwas über 4 Jahre zwischen der Entwicklung von CD und DVD.	4
B 1.5	$y = \frac{1}{8} \cdot 2^{\frac{29}{1{,}5}}$ $y \in IR$ $\Leftrightarrow\ y = 82570{,}19$ $\mathbb{L} = \{82570{,}19\}$ $\frac{1 \cdot 10^6\ \frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}}{82570{,}19\ \frac{\text{kB}}{\text{cm}^2}} = 12$ Diese Speicherdichte ist 12-mal so groß als der von Moore vorausgesagte Wert.	3
		15

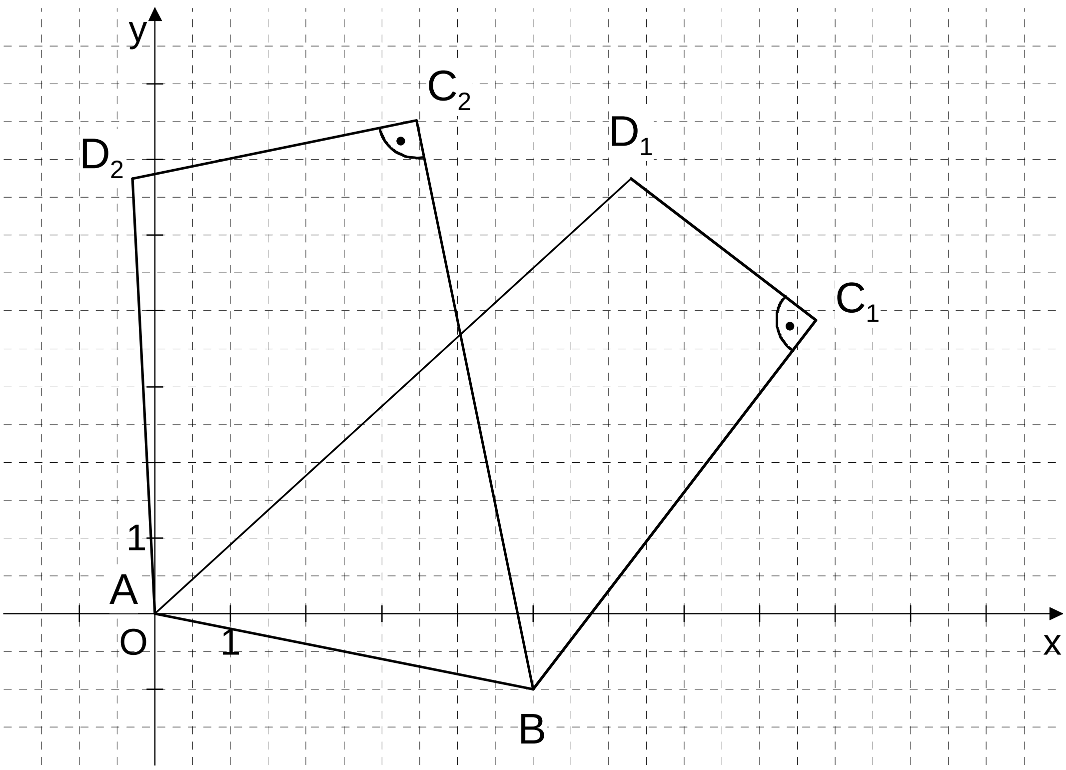
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1 $C_1(8{,}74\,|\,3{,}88)$ $C_2(3{,}46\,|\,6{,}52)$



Einzeichnen der Vierecke ABC_1D_1 und ABC_2D_2

3

B 2.2 $\overrightarrow{C_nB} \xmapsto{O;\,\varphi=-90°} \overrightarrow{C_nB^*} \xmapsto{O;\,k=\frac{1}{2}} \overrightarrow{C_nD_n}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ \alpha \in [0°;180°]$

$$\begin{pmatrix} x-6\cos\alpha-4{,}5 \\ y+3\cos\alpha-6 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\cdot\left[\begin{pmatrix} \cos(-90°) & -\sin(-90°) \\ \sin(-90°) & \cos(-90°) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 5-6\cos\alpha-4{,}5 \\ -1+3\cos\alpha-6 \end{pmatrix}\right]$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = 7{,}5\cos\alpha+1 \\ \wedge\ y = 5{,}75 \end{array} \right.$$

$D_n\left(7{,}5\cos\alpha+1\,|\,5{,}75\right)$ $t: y = 5{,}75$

4

B 2.3	$\overline{AD_3} = \overline{AD_4}$	
	$\overline{AD_3} = 1{,}5 \cdot \overline{AB}$ $\quad \overline{AD_3} = 1{,}5 \cdot \sqrt{5^2 + (-1)^2}$ LE $\quad \overline{AD_3} = 7{,}65$ LE	
	$\overline{AD_n}(\alpha) = \sqrt{(7{,}5\cos\alpha + 1)^2 + 5{,}75^2}$ LE $\quad \alpha \in [0°; 180°]$	
	$\sqrt{(7{,}5\cos\alpha + 1)^2 + 5{,}75^2} = 7{,}65$ $\quad \alpha \in [0°; 180°]$	
	$\Leftrightarrow \quad (7{,}5\cos\alpha + 1)^2 + 5{,}75^2 = 7{,}65^2$	
	...	
	$\Leftrightarrow \quad \alpha = 57{,}35° \quad \vee \quad \alpha = 143{,}72°$ $\quad \mathbb{L} = \{57{,}35°; 143{,}72°\}$	4
B 2.4	$m_{AD_n} = m_{BC_n}$ $\quad m_{AD_n} = \frac{5{,}75}{7{,}5\cos\alpha + 1}$ $\quad m_{BC_n} = \frac{-3\cos\alpha + 7}{6\cos\alpha - 0{,}5}$	
	$5{,}75 \cdot (6\cos\alpha - 0{,}5) = (-3\cos\alpha + 7) \cdot (7{,}5\cos\alpha + 1)$ $\quad \alpha \in [0°; 180°]$	
	$\Leftrightarrow \quad 22{,}5\cos^2\alpha - 15\cos\alpha - 9{,}875 = 0$	
	...	
	$\Leftrightarrow \quad \alpha = 114{,}10°$ $\quad \mathbb{L} = \{114{,}10°\}$	4
B 2.5	$[AB] \perp [BC_6]$	
	$\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 6\cos\alpha - 0{,}5 \\ -3\cos\alpha + 7 \end{pmatrix} = 0$ $\quad \alpha \in [0°; 180°]$	
	$\Leftrightarrow \quad 30\cos\alpha - 2{,}5 + 3\cos\alpha - 7 = 0$	
	...	
	$\Leftrightarrow \quad \alpha = 73{,}27°$ $\quad \mathbb{L} = \{73{,}27°\}$	2
		17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

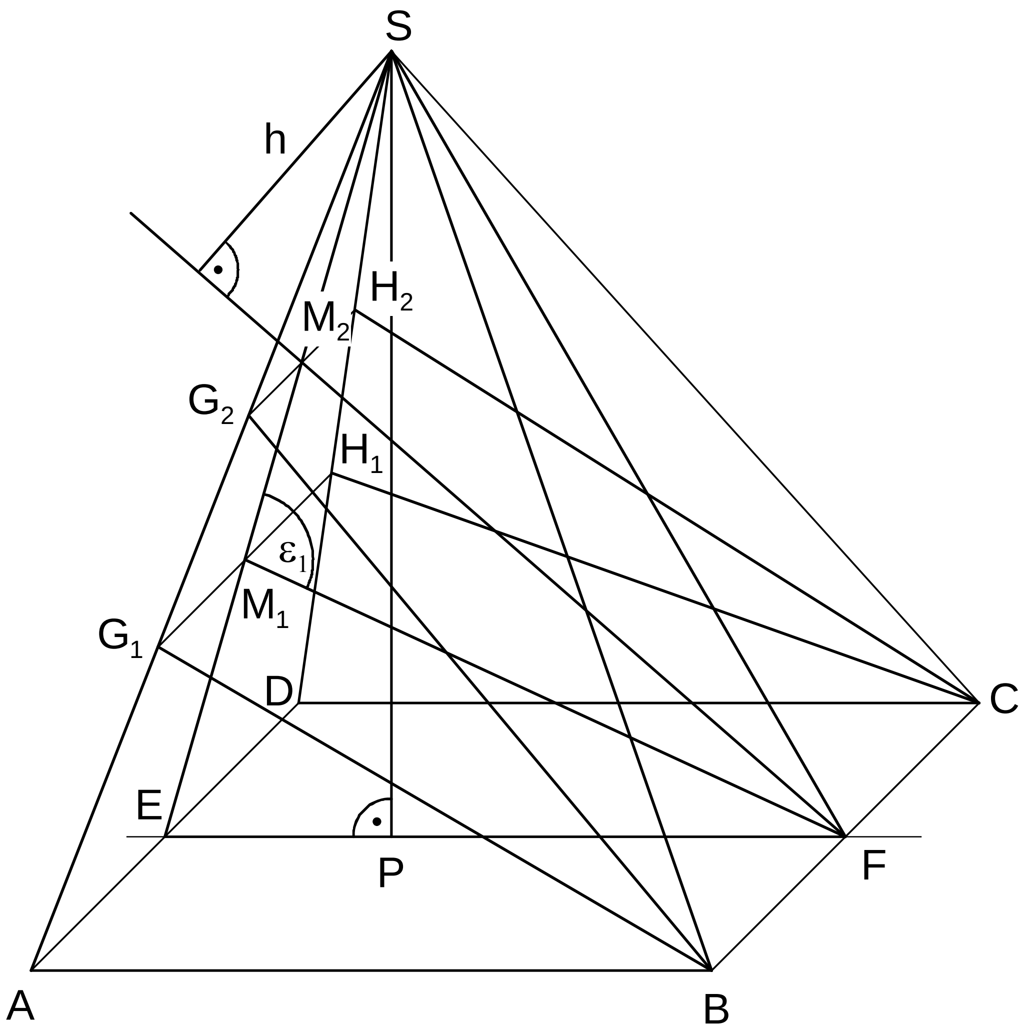
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

Lösungsmuster und Bewertung

B 3.1



2

B 3.2 $\cos\sphericalangle SFE = \frac{6}{12}$ $\sphericalangle SFE = 60°$ $\sphericalangle SFE \in]0°; 180°[$

$\overline{ES} = \sqrt{9^2 + 12^2 - 2\cdot 9\cdot 12\cdot\cos 60°}$ cm $\overline{ES} = 10,82$ cm

$\cos\gamma = \frac{10,82^2 + 12^2 - 9^2}{2\cdot 10,82\cdot 12}$ $\gamma = 46,10°$ $\gamma \in]0°; 120°[$

3

B 3.3 Einzeichnen des Trapezes BCH_1G_1

1

B 3.4 $\dfrac{\overline{M_nS}(\varepsilon)}{\sin[180° - (\varepsilon + 46{,}10°)]} = \dfrac{12 \text{ cm}}{\sin \varepsilon}$ $\qquad \varepsilon \in [73{,}90°; 133{,}90°[$

$\overline{M_nS}(\varepsilon) = \dfrac{12 \cdot \sin(\varepsilon + 46{,}10°)}{\sin \varepsilon} \text{ cm}$

$\dfrac{12 \cdot \sin(\varepsilon + 46{,}10°)}{\sin \varepsilon} = 7$ $\qquad \varepsilon \in [73{,}90°; 133{,}90°[$

...

$\Leftrightarrow \quad \varepsilon = 98{,}69° \quad (\vee \quad \varepsilon = 278{,}69°)$ $\qquad \mathbb{L} = \{98{,}69°\}$

4

B 3.5 Einzeichnen des Trapezes BCH_2G_2 und der Pyramidenhöhe h

$V_{BCH_2G_2S} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \left(\overline{BC} + \overline{G_2H_2}\right) \cdot \overline{FM_2} \cdot h$

$\overline{FM_2} = \dfrac{12 \cdot \sin 46{,}10°}{\sin 115°} \text{ cm}$ $\qquad \overline{FM_2} = 9{,}54 \text{ cm}$

$\dfrac{\overline{G_2H_2}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{M_2S}}{\overline{ES}}$

$\overline{M_2S} = \dfrac{12 \cdot \sin(115° + 46{,}10°)}{\sin 115°} \text{ cm}$ $\qquad \overline{M_2S} = 4{,}29 \text{ cm}$

$\overline{G_2H_2} = \dfrac{10 \cdot 4{,}29}{10{,}82} \text{ cm}$ $\qquad \overline{G_2H_2} = 3{,}96 \text{ cm}$

$\sin[180° - (115° + 46{,}10°)] = \dfrac{h}{12 \text{ cm}}$

$h = 12 \cdot \sin 18{,}90° \text{ cm}$ $\qquad h = 3{,}89 \text{ cm}$

$V_{BCH_2G_2S} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \left(10 + 3{,}96\right) \cdot 9{,}54 \cdot 3{,}89 \text{ cm}^3$ $\qquad V_{BCH_2G_2S} = 86{,}34 \text{ cm}^3$

5

15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 In den Sommermonaten haben sich die Blaualgen an einem Küstenabschnitt rasant vermehrt.
Um das Algenwachstum zu erforschen, setzte ein Team von Biologen 5,0 g Blaualgen in ein den natürlichen Gegebenheiten ähnliches Wasserbad und beobachtete deren Entwicklung. Im Beobachtungszeitraum ergab der Versuch, dass die Masse y g der Blaualgen in Abhängigkeit von der Zeit x Tage durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 5{,}0 \cdot 2^{\frac{x}{3}}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ beschrieben werden kann.

C 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0;12]$ mit $\Delta x = 1$ auf eine Stelle nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 Tag; $0 \leqq x \leqq 13$
Auf der y-Achse: 1 cm für 10 g; $0 \leqq y \leqq 90$
Entnehmen Sie sodann der Tabelle, nach wie viel Tagen die tägliche Zunahme der Masse erstmals mehr als 5,7 g beträgt. 3 P

C 1.2 Berechnen Sie die Zeit, nach der sich die Masse der Blaualgen verdreißigfacht hat. Geben Sie an, im Laufe des wievielten Tages nach dem Versuchsbeginn dies der Fall war. 3 P

C 1.3 Sechs Tage nach Beginn des ersten Versuches startet man die Durchführung eines zweiten Versuchs mit einer höheren Wassertemperatur. Das Wachstum der Blaualgen lässt sich mit der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 5{,}0 \cdot k^{\frac{x-6}{3}}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}^+$ beschreiben. Dabei steht x für die Anzahl der Tage, die seit dem Beginn des ersten Versuchs vergangen sind.
15 Tage nach dem Beginn des ersten Versuchs beträgt die Masse der Blaualgen beim zweiten Versuch 135,0 g.
Berechnen Sie den Wert für k.
[Ergebnis: k = 3] 2 P

C 1.4 Neun Tage nach Beginn des ersten Versuchs werden die Massen der Blaualgen beider Versuche miteinander verglichen.
Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Masse der Blaualgen im zweiten Versuch kleiner ist als im ersten Versuch. 3 P

C 1.5 Berechnen Sie den Wert für x, für den die Masse der Blaualgen im ersten Versuch doppelt so groß ist wie die im zweiten Versuch.
Geben Sie an, im Laufe des wievielten Tages nach Beginn des ersten Versuchs dies der Fall ist. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die Punkte $A(-1|5)$ und $B(-3|2,5)$ legen zusammen mit den Pfeilen $\overrightarrow{BC_n} = \begin{pmatrix} 2\sqrt{3}\cos\varphi + 3 \\ -3\sin^2\varphi - 2,5 \end{pmatrix}$ für $\varphi \in]0°;180°[$ Dreiecke ABC_n fest.

C 2.1 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{BC_1}$ für $\varphi = 106,78°$ und $\overrightarrow{BC_2}$ für $\varphi = 54,74°$.
Zeichnen Sie sodann die Dreiecke ABC_1 und ABC_2 in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 4$; $-4 \leqq y \leqq 6$ 2 P

C 2.2 Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von φ.
Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass sich die Gleichung des Trägergraphen p der Punkte C_n in der Form $y = \frac{1}{4}x^2 - 3$ darstellen lässt und zeichnen Sie den Trägergraphen p in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
[Teilergebnis: $C_n(2\sqrt{3}\cos\varphi \,|\, -3\sin^2\varphi)$] 5 P

C 2.3 Unter den Dreiecken ABC_n gibt es ein gleichschenkliges Dreieck ABC_3 mit der Basis [AB].
Zeichnen Sie das Dreieck ABC_3 in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den zugehörigen Wert von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Geben Sie, auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, die Koordinaten des Punktes C_3 an. 4 P

C 2.4 Zeigen Sie, dass sich der Flächeninhalt A der Dreiecke ABC_n in Abhängigkeit von φ wie folgt darstellen lässt:
$A(\varphi) = (-3\cos^2\varphi + 2,5\sqrt{3}\cos\varphi + 9,25)$ FE 3 P

C 2.5 Unter den Dreiecken ABC_n besitzt das Dreieck ABC_0 den größten Flächeninhalt A_{max}.
Berechnen Sie diesen Flächeninhalt A_{max} und den zugehörigen Wert von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

Prüfungsdauer: **150 Minuten**	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 3**

C 3.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEF mit der Höhe 8 cm. M ist der Mittelpunkt von [BC] und N der Mittelpunkt von [EF].

Es gilt: $\overline{AM} = 6\text{ cm}$, $\overline{BC} = 12\text{ cm}$ und $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF} = 8\text{ cm}$

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels MDN auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\varepsilon = 53{,}13°$] 3 P

C 3.2 Die Seitenfläche BCFE ist die Grundfläche von Pyramiden $BCFES_n$. Die Punkte S_n auf der Strecke [DM] sind die Spitzen dieser Pyramiden. Die Winkel S_nNM haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°[$.

Zeichnen Sie die Pyramide $BCFES_1$ für $\varphi = 75°$ und deren Höhe $[S_1H_1]$ mit $H_1 \in [MN]$ in das Schrägbild zu 3.1 ein. 1 P

C 3.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Streckenlängen $\overline{NS_n}$ in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt: $\overline{NS_n}(\varphi) = \frac{4{,}80}{\sin(36{,}87° + \varphi)}\text{ cm}$.

Geben Sie das Intervall für alle möglichen Streckenlängen $\overline{NS_n}$ an. 4 P

C 3.4 Ermitteln Sie durch Rechnung das Volumen V der Pyramiden $BCFES_n$ in Abhängigkeit von φ.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{153{,}60 \sin\varphi}{\sin(36{,}87° + \varphi)}\text{ cm}^3$] 2 P

C 3.5 Das Volumen des Prismas ABCDEF wird in das Volumen V_2 der Pyramide $BCFES_2$ und das Volumen V_R des Restkörpers zerlegt.

Berechnen Sie den Wert für φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, sodass gilt: $V_2 : V_R = 1 : 4$. 5 P

Abschlussprüfung 2005

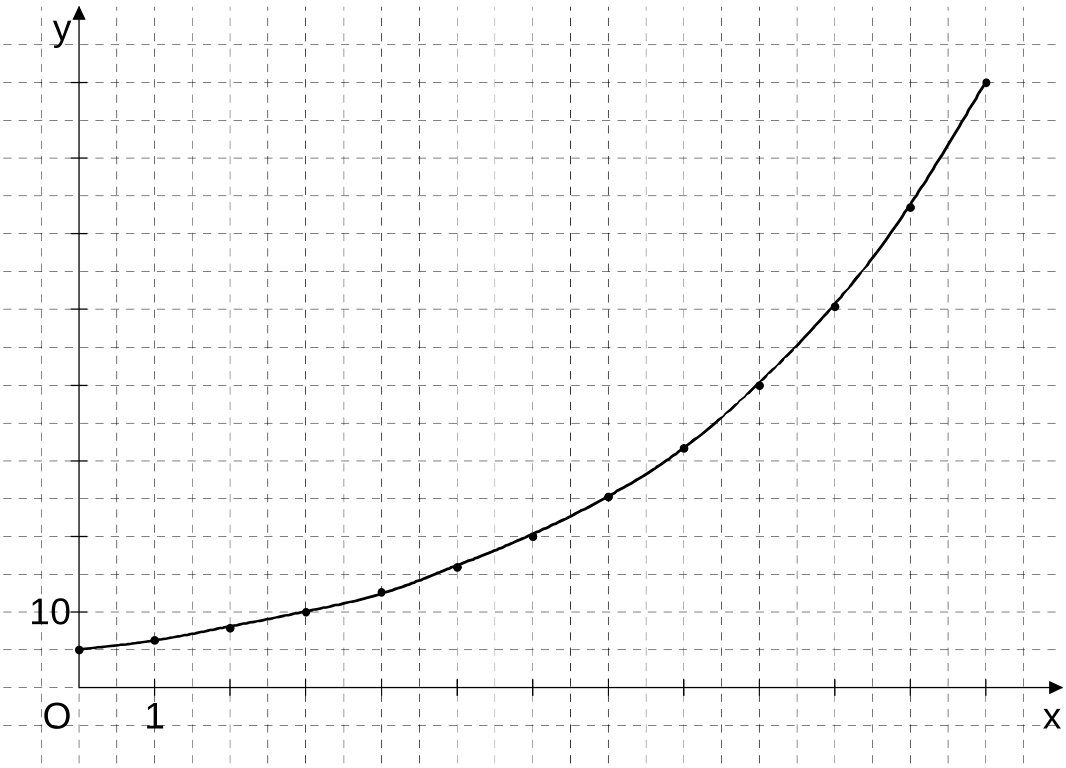
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

Lösungsmuster und Bewertung

C 1.1 $f_1:\ y = 5{,}0 \cdot 2^{\frac{x}{3}}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$y = 5{,}0 \cdot 2^{\frac{x}{3}}$	5,0	6,3	7,9	10,0	12,6	15,9	20,0	25,2	31,7	40,0	50,4	63,5	80,0



Einzeichnen des Graphen zu f_1

Nach 7 Tagen beträgt die Zunahme der Masse erstmals mehr als 5,7 g. 3

C 1.2 $150 = 5{,}0 \cdot 2^{\frac{x}{3}}$ $x \in \mathbb{R}^+$

$\Leftrightarrow\quad 30 = 2^{\frac{x}{3}}$

$\Leftrightarrow\quad x = 3 \cdot \log_2 30$

$\Leftrightarrow\quad x = 14{,}7$ $\mathbb{L} = \{14{,}7\}$

Die Masse der Blaualgen hat sich im Laufe des fünfzehnten Tages verdreißigfacht. 3

C 1.3 $\quad 135 = 5{,}0 \cdot k^{\frac{15-6}{3}}$ $\Leftrightarrow \quad 27 = k^3$ $\Leftrightarrow \quad k = 3$	$x \in \mathbb{R}^+$ $\mathbb{L} = \{3\}$	2
C 1.4 $\quad y = 5{,}0 \cdot 3^{\frac{9-6}{3}}$ $\Leftrightarrow \quad y = 15$ $p = \frac{40\text{ g} - 15\text{ g}}{40\text{ g}} \cdot 100$ Nach dem 9. Tag war die Masse der Blaualgen im zweiten Versuch um 62,5% kleiner als im ersten Versuch.	$x \in \mathbb{R}^+$ $\mathbb{L} = \{15\}$ $p = 62{,}5$	3
C 1.5 $\quad 5{,}0 \cdot 2^{\frac{x}{3}} = 2 \cdot 5{,}0 \cdot 3^{\frac{x-6}{3}}$ $\Leftrightarrow \quad 2^{\frac{x}{3}} = 2 \cdot 3^{\frac{x}{3}} \cdot 3^{-2}$ $\Leftrightarrow \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{x}{3}} = \frac{2}{9}$ $\Leftrightarrow \quad x = 3 \cdot \log_{\frac{2}{3}} \frac{2}{9}$ $\Leftrightarrow \quad x = 11{,}13$ Im Laufe des 12. Tages nach Beginn des ersten Versuchs waren die Massen der Blaualgen im ersten Versuch doppelt so groß wie im zweiten Versuch.	$x \in \mathbb{R}^+$ $\mathbb{L} = \{11{,}13\}$	4
		15

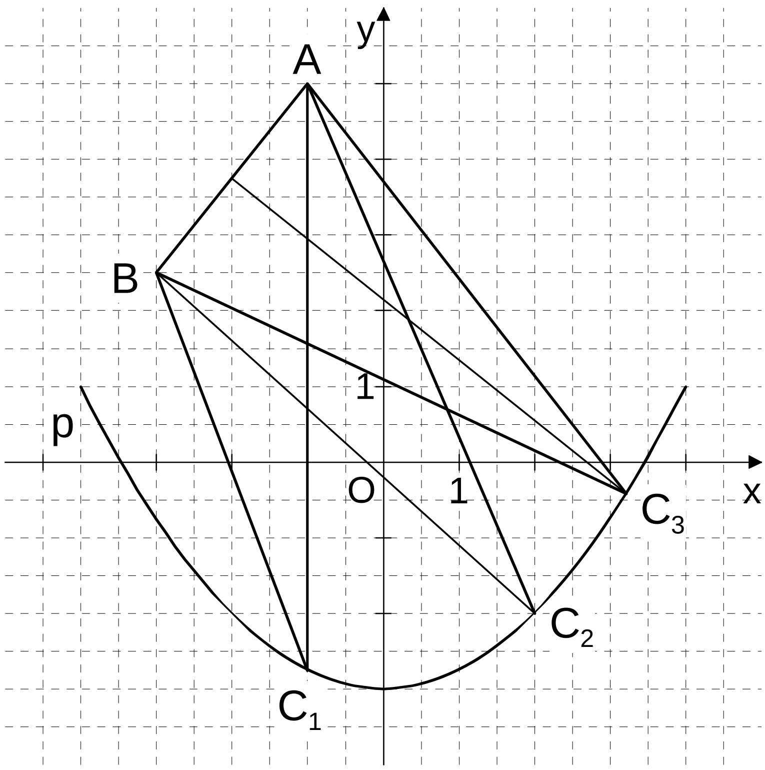
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1 $\overrightarrow{BC_1} = \begin{pmatrix} 2,00 \\ -5,25 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC_2} = \begin{pmatrix} 5,00 \\ -4,50 \end{pmatrix}$



Einzeichnen der Dreiecke ABC_1 und ABC_2 2

C 2.2 $\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OB} \oplus \overrightarrow{BC_n}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2,5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2\sqrt{3}\cos\varphi + 3 \\ -3\sin^2\varphi - 2,5 \end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ \varphi \in]0°;180°[$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{vmatrix} x = 2\sqrt{3}\cos\varphi \\ \wedge \quad y = -3\sin^2\varphi \end{vmatrix} \qquad C_n(2\sqrt{3}\cos\varphi \mid -3\sin^2\varphi)$$

$$\begin{vmatrix} \cos\varphi = \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ \wedge \quad y = -3(1-\cos^2\varphi) \end{vmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ \varphi \in]0°;180°[$$

$$\Leftrightarrow \quad y = -3 \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{2\sqrt{3}}\right)^2\right] \qquad \Leftrightarrow \quad y = -3 \cdot \left(1 - \frac{x^2}{12}\right)$$

	Gleichung des Trägergraphen: $p: \quad y = \frac{1}{4}x^2 - 3$ Einzeichnen des Trägergraphen p	5
C 2.3	Einzeichnen des Dreiecks ABC_3 Gleichschenkliges Dreieck: $\overrightarrow{BA} \odot \overrightarrow{MC_n} = 0 \qquad M\left(\frac{-1-3}{2} \middle\vert \frac{5+2,5}{2}\right) = M(-2 \mid 3,75)$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 2,5 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 2\sqrt{3}\cos\varphi + 2 \\ -3\sin^2\varphi - 3,75 \end{pmatrix} = 0 \qquad \varphi \in]0°;180°[$ $\Leftrightarrow \quad 4\sqrt{3}\cos\varphi + 4 - 7,5\sin^2\varphi - 9,375 = 0$ $\Leftrightarrow \quad 7,5\cos^2\varphi + 4\sqrt{3}\cos\varphi - 12,875 = 0$ ... $\Leftrightarrow \quad \varphi = 21,97° \quad (\vee \quad \varphi = 338,03°) \qquad \mathbb{L} = \{21,97°\}$ $C_3(2\sqrt{3}\cos 21,97° \mid -3\sin^2 21,97°) = C_3(3,21 \mid -0,42)$	4
C 2.4	$A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 2\sqrt{3}\cos\varphi + 3 & 2 \\ -3\sin^2\varphi - 2,5 & 2,5 \end{vmatrix} \text{FE} \qquad \varphi \in]0°;180°[$ $A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \left[5\sqrt{3}\cos\varphi + 7,5 + 6\sin^2\varphi + 5\right] \text{FE}$ $A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \left[5\sqrt{3}\cos\varphi + 7,5 + 6 - 6\cos^2\varphi + 5\right] \text{FE}$ $A(\varphi) = (-3\cos^2\varphi + 2,5\sqrt{3}\cos\varphi + 9,25) \text{ FE}$	3
C 2.5	$A(\varphi) = -3(\cos^2\varphi - \frac{5}{6}\sqrt{3}\cos\varphi - \frac{37}{12}) \text{ FE} \qquad \varphi \in]0°;180°[$ $A(\varphi) = [-3(\cos\varphi - \frac{5}{12}\sqrt{3})^2 + \frac{173}{16}] \text{FE}$ $\cos\varphi = \frac{5}{12}\sqrt{3} \qquad \varphi = 43,81° \quad (\vee \quad \varphi = 316,19°) \qquad A_{max} = 10,81 \text{ FE}$	3
		17

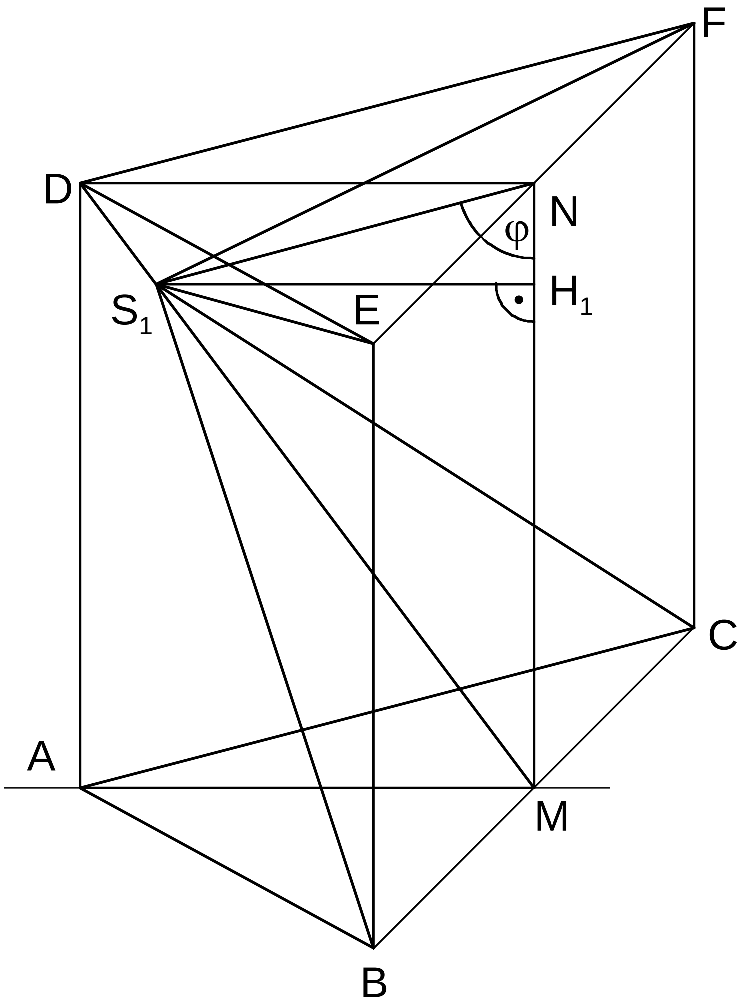
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 3**

Lösungsmuster und Bewertung

C 3.1



Zeichnen des Schrägbildes des Prismas ABCDEF

$\tan\varepsilon = \frac{8}{6}$ $\varepsilon = 53{,}13°$ $\varepsilon \in]0°; 180°[$

3

C 3.2 Einzeichnen der Pyramide $BCFES_1$ mit der Höhe $[H_1S_1]$

1

			Punkte
C 3.3	$\dfrac{\overline{NS_n}(\varphi)}{\sin 53{,}13°} = \dfrac{6\text{ cm}}{\sin(180° - 53{,}13° - 90° + \varphi)}$ $\overline{NS_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}80}{\sin(36{,}87° + \varphi)}\text{ cm}$ $4{,}80\text{ cm} \leqq \overline{NS_n} < 8\text{ cm}$	$\varphi \in]0°; 90°[$	4
C 3.4	$V = \dfrac{1}{3} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BE} \cdot \overline{S_nH_n}$ $\sin\varphi = \dfrac{\overline{S_nH_n}(\varphi)}{NS_n(\varphi)}$ $\overline{S_nH_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}80 \cdot \sin\varphi}{\sin(36{,}87° + \varphi)}\text{ cm}$ $V(\varphi) = \dfrac{1}{3} \cdot 12 \cdot 8 \cdot \dfrac{4{,}80 \cdot \sin\varphi}{\sin(36{,}87° + \varphi)}\text{ cm}^3$ $V(\varphi) = \dfrac{153{,}60 \sin\varphi}{\sin(36{,}87° + \varphi)}\text{ cm}^3$	 $\varphi \in]0°; 90°[$ $\varphi \in]0°; 90°[$	2
C 3.5	$\dfrac{V_2}{V_R} = \dfrac{1}{4}$ $\quad\quad \dfrac{V_2}{V_{Prisma} - V_2} = \dfrac{1}{4}$ $V_{Prisma} = \dfrac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 \cdot 8\text{ cm}^3$ $\dfrac{153{,}60 \sin\varphi}{\sin(36{,}87° + \varphi)} = \dfrac{1}{5} \cdot 288$ ... $\Leftrightarrow \quad \varphi = 17{,}82°$	$V_2 = \dfrac{1}{5} \cdot V_{Prisma}$ $V_{Prisma} = 288\text{ cm}^3$ $\varphi \in]0°; 90°[$ $\mathbb{L} = \{17{,}82°\}$	5
			15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.