Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Die Gerade g hat die Gleichung $y = \frac{1}{2}x - 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Punkte $P(0|-1)$ und $Q(5,5|1,75)$ sind die Schnittpunkte der Geraden g mit einer nach unten geöffneten Normalparabel p.

A 1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p sowie die Koordinaten des Scheitelpunktes S.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 7$; $-3 \leqq y \leqq 11$
[Teilergebnis: p: $y = -x^2 + 6x - 1$] 5 P

A 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| \frac{1}{2}x - 1\right)$ auf der Geraden g und Punkte $B_n\left(x \middle| -x^2 + 6x - 1\right)$ auf der Parabel p mit $0 < x < 5,5\,(x \in \mathbb{R})$ haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$. Die Winkel $C_nB_nA_n$ besitzen stets das Maß $\beta = 120°$ und für die Seiten $[B_nC_n]$ gilt: $\overline{B_nC_n} = 6$ LE.
Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = 0,5$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für alle Vektoren $\overrightarrow{B_nC_n}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt: $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -5,20 \\ 3 \end{pmatrix}$.
Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Punktes C_3 des Dreiecks $A_3B_3C_3$ für $x = 1,5$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

A 1.4 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet den Flächeninhalt A der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
Überprüfen Sie sodann, ob es unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ ein Dreieck mit einem Flächeninhalt von 22 FE gibt.
[Teilergebnis: $A(x) = 2,60 \cdot (-x^2 + 5,5x)$ FE] 4 P

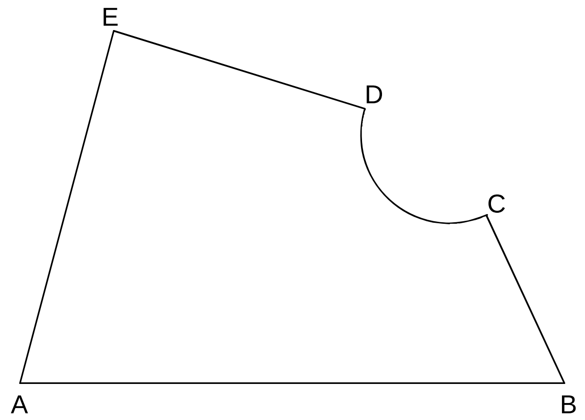
A 1.5 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ gibt es die Dreiecke $A_4B_4C_4$ und $A_5B_5C_5$, in denen die Winkel $A_4C_4B_4$ und $A_5C_5B_5$ jeweils das Maß $\gamma = 25°$ haben.
Berechnen Sie die Länge der Seiten $[A_4B_4]$ bzw. $[A_5B_5]$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 2 P

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines neu vermessenen Parkgrundstücks ABCDE. Das Parkgrundstück wird durch die Strecken [CB], [BA], [AE] und [ED] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ begrenzt. Der Mittelpunkt M des Kreisbogens $\overset{\frown}{DC}$ ist der Schnittpunkt der Geraden BC und ED.



Folgende Maße wurden vom Vermessungsteam ermittelt:
$\overline{AB} = 120{,}00\text{ m}$; $\overline{AE} = 80{,}00\text{ m}$; $\overline{MB} = 60{,}00\text{ m}$; $\overline{ED} = 58{,}00\text{ m}$;
$\sphericalangle BAE = 75{,}00°$; $\sphericalangle MBA = 65{,}00°$.

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

A 2.1 Zeichnen Sie das Parkgrundstück ABCDE im Maßstab 1 : 1000. 2 P

A 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [EB] sowie das Maß des Winkels EBA.
[Ergebnisse: $\overline{EB} = 125{,}82\text{ m}$; $\sphericalangle EBA = 37{,}89°$] 2 P

A 2.3 Ermitteln Sie durch Rechnung den Radius r des Kreisbogens $\overset{\frown}{DC}$.
[Ergebnis: $r = 19{,}40\text{ m}$] 3 P

A 2.4 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A des Parkgrundstücks ABCDE.
[Zwischenergebnis: $\sphericalangle EMB = 132{,}21°$] 4 P

A 2.5 Der Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ ist die Grundstücksgrenze zu einem stark befahrenen Kreisverkehr. Zum Schutz gegen den Lärm wird ein an den Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ angrenzender Grüngürtel mit Bäumen und Sträuchern bepflanzt. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ mit $G \in [ED]$ und $H \in [BC]$ begrenzt diesen Grüngürtel zum Grundstücksinneren hin. Er berührt die Strecke [EB] im Punkt K und hat mit dem Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ den Mittelpunkt M gemeinsam.
Zeichen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Grüngürtels. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basislänge $\overline{AB} = 3\,\text{cm}$ und dem Winkel ACB mit dem Maß 40°.

A 3.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC und seinen Inkreis mit dem Mittelpunkt M im Maßstab 3 : 1. 2 P

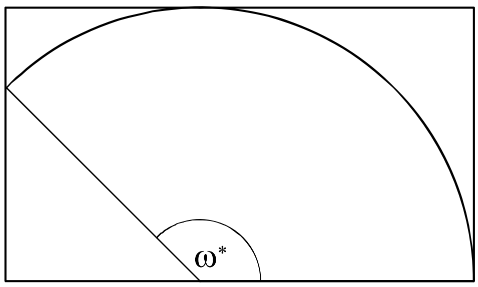
A 3.2 Der Punkt D ist der Mittelpunkt der Basis [AB].
Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die Höhe [DC], die Länge der Seite [AC] und den Inkreisradius r_i.
[Ergebnisse: $\overline{DC} = 4{,}12\,\text{cm}$; $\overline{AC} = 4{,}39\,\text{cm}$; $r_i = 1{,}05\,\text{cm}$] 3 P

A 3.3 Das gleichschenklige Dreieck ABC ist der Axialschnitt eines Kegels, der die Grundform einer neuen Pralinensorte beschreibt. Im Inneren der Praline befindet sich eine Knusperkugel. Im Axialschnitt fällt der Mittelpunkt der Knusperkugel mit dem Inkreismittelpunkt M des Dreiecks ABC zusammen.
Der Radius r_K der Knusperkugel ist um 1,5 mm kleiner als der Inkreisradius r_i.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Knusperkugel am Gesamtvolumen der Praline. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

A 3.4 Die Punkte $P \in [AC]$ und $Q \in [BC]$ sind jeweils 1,5 cm von der Pralinenspitze C entfernt.
Ergänzen Sie die Zeichnung in 3.1 durch das Dreieck PQC und berechnen Sie die Länge der Strecke [PQ] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{PQ} = 1{,}03\,\text{cm}$] 2 P

A 3.5 Der obere Teil der Praline mit dem Axialschnitt PQC soll mit einer kreissektorförmigen Goldfolie vollständig bedeckt werden.
Berechnen Sie das Mindestmaß ω des Mittelpunktswinkels dieses Kreissektors auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 1 P

A 3.6 Zum Einwickeln des oberen Teils der Praline aus 3.5 wird aus einem rechteckigen Folienstück mit einer Breite von 1,5 cm ein Kreissektor herausgeschnitten (siehe Skizze). Aus praktischen Gründen wird dafür ein Mittelpunktswinkel mit dem Maß $\omega^* = 135°$ gewählt.



Zeichnen Sie den Kreissektor und das zugehörige rechteckige Folienstück im Maßstab 3 : 1.
Berechnen Sie sodann die Länge ℓ dieses Folienstücks auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 4 P

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

A 1.1 $P(0|-1) \in p$, $Q(5{,}5|1{,}75) \in p$

$$\begin{vmatrix} -1 = -1 \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ \wedge\ 1{,}75 = -1 \cdot 5{,}5^2 + b \cdot 5{,}5 + c \end{vmatrix}$$

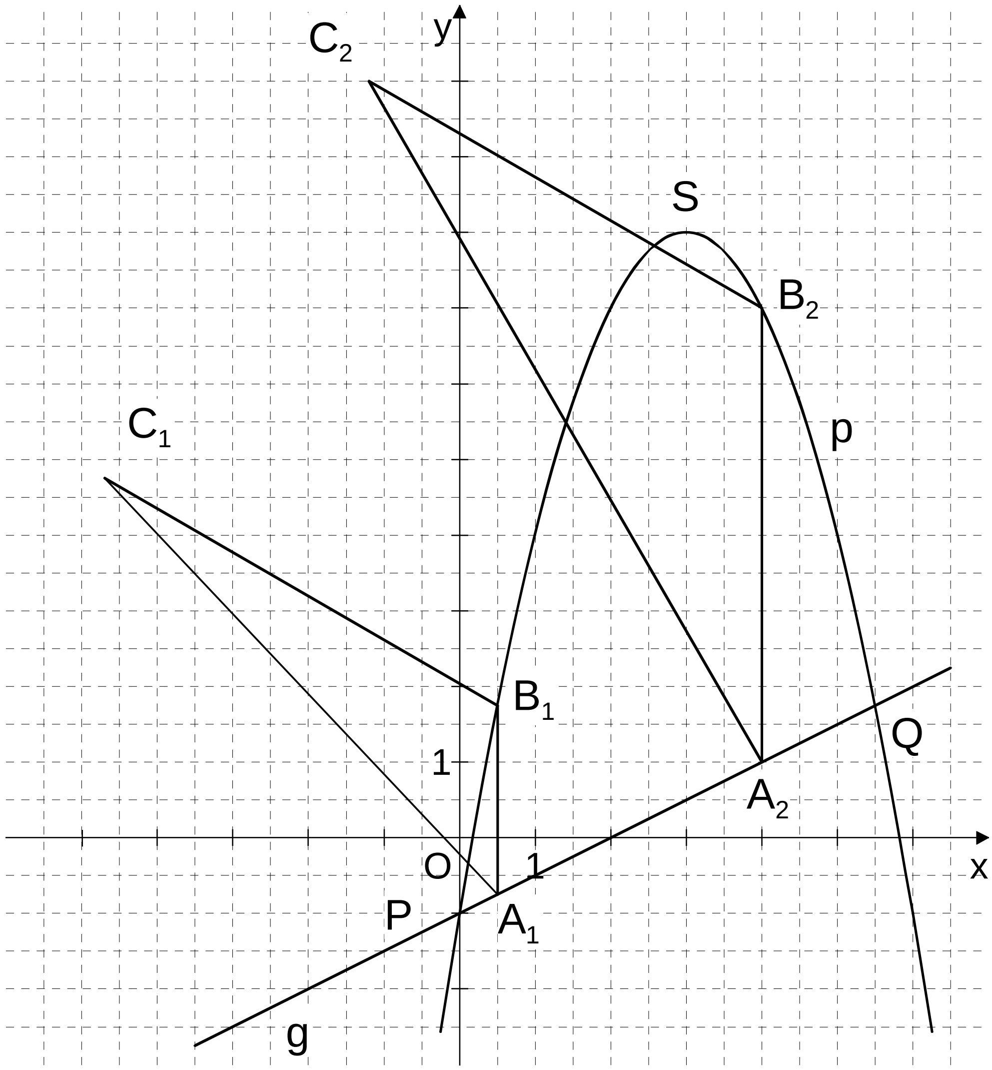
$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} c = -1 \\ \wedge\ b = 6 \end{vmatrix}$$

$\mathbb{L} = \{(6|-1)\}$

$p: y = -x^2 + 6x - 1$

$S(3|8)$



Einzeichnen der Parabel p und Geraden g

5

A 1.2	Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$	2
A 1.3	$\cos 30° = \frac{x_B - x_C}{6}$ $x_B - x_C = 5{,}20$ $x_C - x_B = -5{,}20$ $\sin 30° = \frac{y_C - y_B}{6}$ $y_C - y_B = 3$ $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -5{,}20 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OC_3} = \overrightarrow{OB_3} \oplus \overrightarrow{B_3C_3}$ $\overrightarrow{OC_3} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 5{,}75 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -5{,}20 \\ 3 \end{pmatrix}$ $C_3(-3{,}70 \mid 8{,}75)$	3
A 1.4	$\overline{A_nB_n}(x) = [-x^2 + 6x - 1 - (0{,}5x - 1)]$ LE $0 < x < 5{,}5;\ x \in \mathbb{R}$ $\overline{A_nB_n}(x) = (-x^2 + 5{,}5x)$ LE $A(x) = 0{,}5 \cdot (-x^2 + 5{,}5x) \cdot 6 \cdot \sin 120°$ FE $0 < x < 5{,}5;\ x \in \mathbb{R}$ $A(x) = 2{,}60 \cdot (-x^2 + 5{,}5x)$ FE $2{,}60 \cdot (-x^2 + 5{,}5x) = 22$ $0 < x < 5{,}5;\ x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x^2 - 5{,}5x + 8{,}46 = 0$ $\mathbb{L} = \varnothing$ Es gibt kein Dreieck mit einem Flächeninhalt von 22 FE.	4
A 1.5	$\frac{\overline{A_nB_n}}{\sin 25°} = \frac{6\text{ LE}}{\sin(180° - 120° - 25°)}$ $\overline{A_4B_4} = 4{,}42$ LE bzw. $\overline{A_5B_5} = 4{,}42$ LE	2
		16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

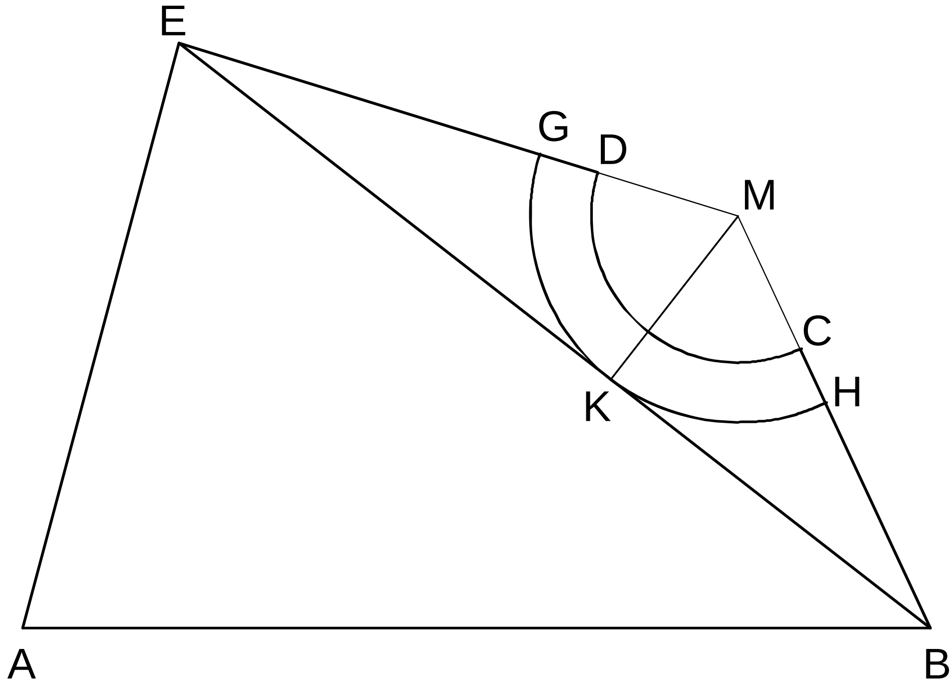
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

A 2.1



Zeichnen des Parkgrundstücks ABCDE im Maßstab 1 : 1000

2

A 2.2 $\overline{EB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AE} \cdot \cos \sphericalangle BAE$

$\overline{EB} = \sqrt{120{,}00^2 + 80{,}00^2 - 2 \cdot 120{,}00 \cdot 80{,}00 \cdot \cos 75{,}00°}$ m $\qquad \overline{EB} = 125{,}82$ m

$$\frac{\sin \sphericalangle EBA}{\overline{AE}} = \frac{\sin \sphericalangle BAE}{\overline{EB}}$$

$$\sin \sphericalangle EBA = \frac{80{,}00 \cdot \sin 75°}{125{,}82} \qquad \sphericalangle EBA \in]0°; 105{,}00°[$$

$\sphericalangle EBA = 37{,}89° \qquad (\vee \qquad \sphericalangle EBA = 142{,}11°)$

2

A 2.3 $r = \overline{EM} - \overline{ED}$

$\overline{EM} = \sqrt{60{,}00^2 + 125{,}82^2 - 2 \cdot 60{,}00 \cdot 125{,}82 \cdot \cos(65{,}00° - 37{,}89°)}$ m

$\overline{EM} = 77{,}40$ m

$r = 77{,}40 \text{ m} - 58{,}00 \text{ m} \qquad r = 19{,}40$ m

3

A 2.4

$$\cos\sphericalangle EMB = \frac{\overline{EM}^2 + \overline{MB}^2 - \overline{EB}^2}{2 \cdot \overline{EM} \cdot \overline{MB}}$$

$$\cos\sphericalangle EMB = \frac{77{,}40^2 + 60{,}00^2 - 125{,}82^2}{2 \cdot 77{,}40 \cdot 60{,}00} \qquad \sphericalangle EMB = 132{,}21°$$

$$A = A_{\Delta ABE} + A_{\Delta BME} - A_{\text{Kreissektor MDC}}$$

$$A = \left[\frac{120{,}00 \cdot 80{,}00 \cdot \sin 75°}{2} + \frac{125{,}82 \cdot 60{,}00 \cdot \sin 27{,}11°}{2} - \frac{19{,}40^2 \cdot \pi \cdot 132{,}21°}{360°}\right] \text{m}^2$$

$$A = 5922{,}30 \text{ m}^2$$

4

A 2.5 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{GH}$

$$\sin 27{,}11° = \frac{\overline{KM}}{\overline{MB}} \qquad \overline{KM} = 60{,}00 \cdot \sin 27{,}11° \text{ m} \qquad \overline{KM} = 27{,}34 \text{ m}$$

$$A_{\text{Grüngürtel}} = A_{\text{Kreissektor MGH}} - A_{\text{Kreissektor MDC}}$$

$$A_{\text{Grüngürtel}} = \frac{(27{,}34^2 - 19{,}40^2) \cdot \pi \cdot 132{,}21°}{360°} \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Grüngürtel}} = 428{,}17 \text{ m}^2$$

4

15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

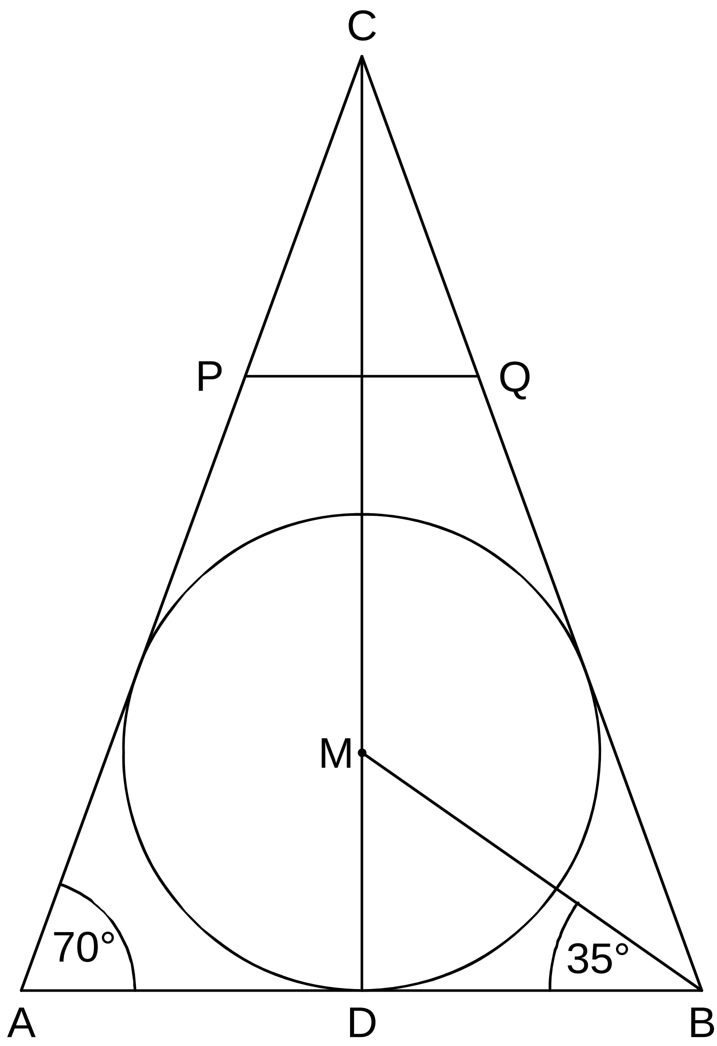
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

Lösungsmuster und Bewertung

A 3.1



Zeichnen des Dreiecks ABC mit dem Inkreis im Maßstab 3 : 1

2

A 3.2

$\tan\sphericalangle BAC = \dfrac{\overline{DC}}{\overline{AD}}$	$\overline{DC} = 1{,}5 \cdot \tan 70^\circ$ cm	$\overline{DC} = 4{,}12$ cm
$\cos\sphericalangle BAC = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$	$\overline{AC} = \dfrac{1{,}5}{\cos 70^\circ}$ cm	$\overline{AC} = 4{,}39$ cm
$\tan\sphericalangle MBD = \dfrac{r_i}{\overline{BD}}$	$r_i = 1{,}5 \cdot \tan 35^\circ$ cm	$r_i = 1{,}05$ cm

3

A 3.3 $r_K = (1,05 - 0,15)\text{ cm}$ $\quad$ $r_K = 0,90\text{ cm}$

$V_{\text{Knusperkugel}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0,90^3\text{ cm}^3$ $\quad$ $V_{\text{Knusperkugel}} = 3,05\text{ cm}^3$

$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot 1,5^2 \cdot \pi \cdot 4,12\text{ cm}^3$ $\quad$ $V_{\text{Kegel}} = 9,71\text{ cm}^3$

$p = \frac{3,05\text{ cm}^3}{9,71\text{ cm}^3} \cdot 100$ $\quad$ $p = 31,41$

Der Anteil des Volumen der Knusperkugel am Gesamtvolumen beträgt 31,41%.

4

A 3.4 Einzeichnen des Dreiecks PQC

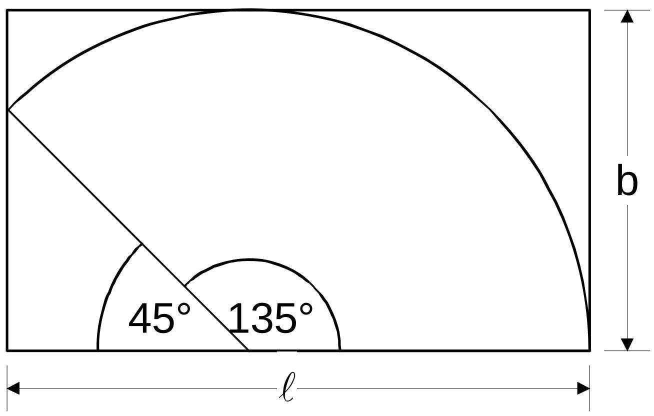
$\cos \sphericalangle QPC = \frac{0,5 \cdot \overline{PQ}}{\overline{CP}}$ $\quad$ $\overline{PQ} = 2 \cdot 1,5 \cdot \cos 70°\text{ cm}$ $\quad$ $\overline{PQ} = 1,03\text{ cm}$

2

A 3.5 $\omega = \frac{0,5 \cdot \overline{PQ} \cdot 360°}{\overline{CP}}$ $\quad$ $\omega = \frac{0,5 \cdot 1,03 \cdot 360°}{1,5}$ $\quad$ $\omega = 123,60°$

1

A 3.6



Zeichnen des Kreissektors und des rechteckigen Folienstücks im Maßstab 3 : 1

$\cos(180° - \omega^*) = \frac{\ell - b}{b}$ $\quad$ $\ell = (1,5 \cdot \cos 45° + 1,5)\text{ cm}$ $\quad$ $\ell = 2,56\text{ cm}$

4

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p_0 hat die Gleichung $y = 0,5x^2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Sie wird durch Parallelverschiebung mit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf die Parabel p abgebildet.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Gleichung der Parabel p wie folgt darstellen lässt: p: $y = 0,5x^2 - 3x + 2,5$.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p im Bereich von $-2 \leqq x \leqq 8$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 9$; $-3 \leqq y \leqq 12$ 3 P

B 1.2 Punkte $B_n\left(x \middle| 0,5x^2 - 3x + 2,5\right)$ mit $x < 3$ und Punkte D_n liegen auf der Parabel p und sind zusammen mit den Punkten $A(3|10)$ und $C(3|-2)$ Eckpunkte von Drachenvierecken AB_nCD_n mit der gemeinsamen Symmetrieachse AC.
Zeichnen Sie die Drachenvierecke AB_1CD_1 für $x = -1$ und AB_2CD_2 für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Bestimmen Sie durch Rechnung den Wert für die Abszisse x des Punktes B_0, für den man kein Drachenviereck, sondern das gleichschenklige Dreieck B_0CD_0 erhält. (Auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.) 2 P

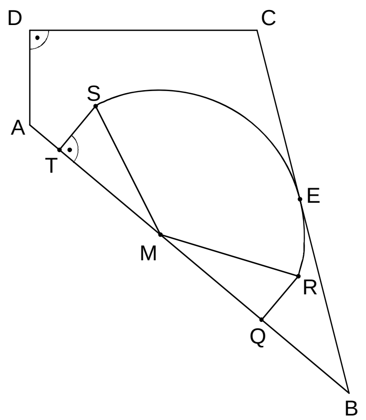
B 1.4 Geben Sie die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n an. 2 P

B 1.5 Unter den Drachenvierecken AB_nCD_n gibt es eine Raute AB_3CD_3.
Zeichnen Sie diese Raute in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes B_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $x_{B_3} = -0,46$] 4 P

B 1.6 Berechnen Sie die Seitenlänge der Raute AB_3CD_3 sowie das Maß β_3 des Winkels CB_3A. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan der Trittfläche einer Wendeltreppenstufe. Die Trittfläche ABCD hat die Form eines Vierecks.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 110{,}0\,\text{cm}$; $\overline{CD} = 60{,}0\,\text{cm}$; $\overline{AD} = 25{,}0\,\text{cm}$;
$\sphericalangle BAD = 130{,}0°$; $\sphericalangle ADC = 90{,}0°$.



Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in cm und Flächeninhalte in cm².

B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1 : 10 und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [AC].
[Teilergebnis: $\overline{AC} = 65{,}0\,\text{cm}$] 2 P

B 2.2 Ermitteln Sie rechnerisch den Flächeninhalt A_T der Trittfläche ABCD.
[Zwischenergebnis: $\sphericalangle BAC = 62{,}6°$; Ergebnis: $A_T = 3923{,}9\,\text{cm}^2$] 3 P

B 2.3 Aus Sicherheitsgründen wird die Trittfläche ABCD mit einer rutschfesten Auflage belegt. Die Seite [QT] der Auflage mit dem Mittelpunkt M liegt auf der Treppenkante [AB] und es gilt: $\overline{AM} = 45{,}0\,\text{cm}$.
Die Auflageform setzt sich aus zwei kongruenten, rechtwinkligen Dreiecken MQR und MST mit $\overline{QR} = \overline{ST} = 15{,}0\,\text{cm}$ und dem Kreissektor MRS zusammen. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{RS}$ berührt die Treppenkante [BC] im Punkt E.
Zeichnen Sie die Teildreiecke und den Kreissektor in die Zeichnung zu 2.1 ein. 2 P

B 2.4 Berechnen Sie den Radius r des Kreissektors MRS.
[Ergebnis: $r = 38{,}0\,\text{cm}$] 3 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A der rutschfesten Auflage und berechnen Sie sodann, wie viel Prozent der Trittfläche von der Auflage bedeckt wird. 5 P

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEF mit der Höhe 10 cm. M ist der Mittelpunkt von [BC] und N der Mittelpunkt von [EF].
Es gilt: $\overline{AM} = 9\text{ cm}$, $\overline{BC} = 10\text{ cm}$ und $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF} = 10\text{ cm}$

B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 60°$ 2 P

B 3.2 Berechnen Sie das Maß α des Winkels MAN und die Länge der Strecke [AN] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\alpha = 48{,}01°$] 2 P

B 3.3 Punkte $P_n \in [CF]$, $Q_n \in [BE]$ und $S_n \in [AN]$ sind zusammen mit den Punkten B und C Eckpunkte von Pyramiden $BCP_nQ_nS_n$ mit den Spitzen S_n.
Es gilt: $d(S_n; AM) = \overline{FP_n} = \overline{EQ_n} = x\text{ cm}$ $(0 < x < 10;\ x \in \mathbb{R})$
Zeichnen Sie die Pyramide $BCP_1Q_1S_1$ für x = 3 in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie sodann die Längen der Strecken $[AS_1]$ und $[MS_1]$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{AS_1} = 4{,}04\text{ cm}$] 4 P

B 3.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der Pyramiden $BCP_nQ_nS_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (3x^2 - 60x + 300)\text{ cm}^3$. 4 P

B 3.5 Das Volumen der Pyramide $BCP_2Q_2S_2$ ist um 75% kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 4 P

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

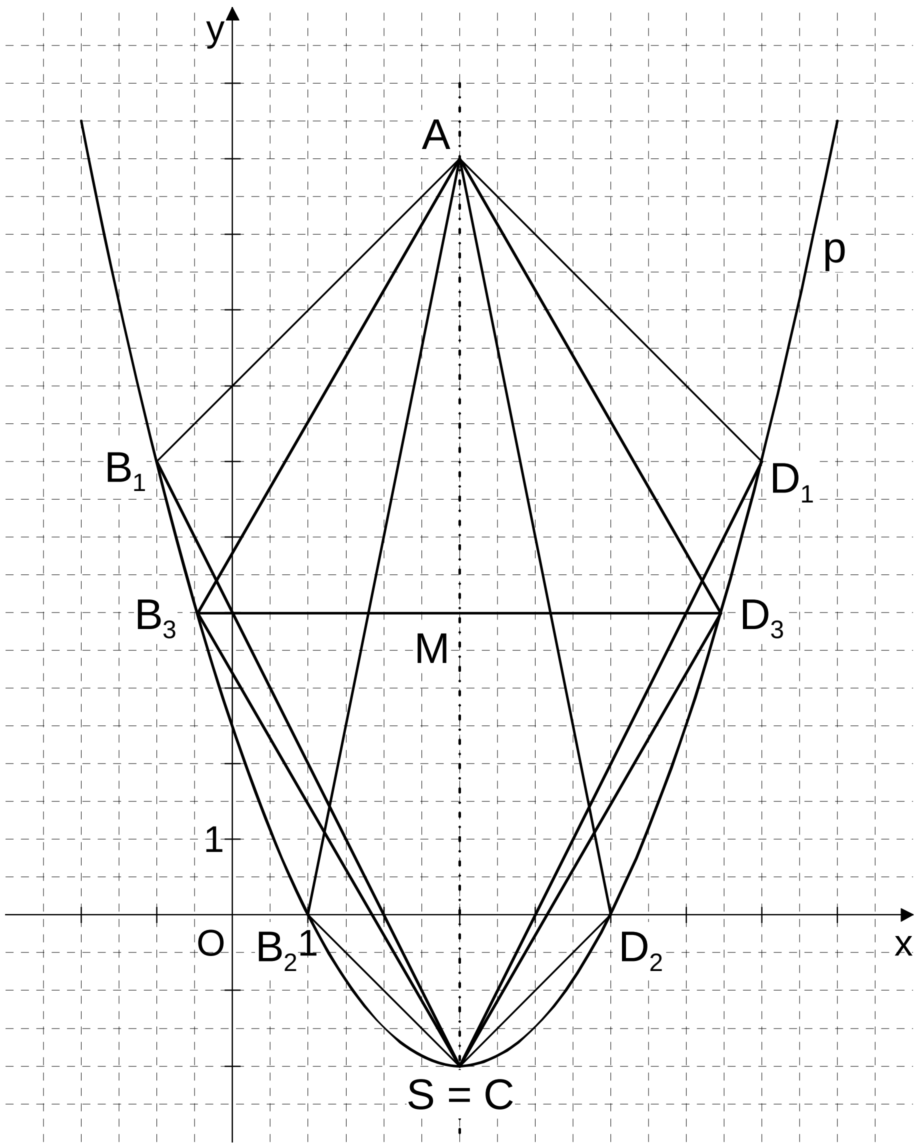
Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

B 1.1 $S(3|-2)$

$p: y = 0{,}5(x-3)^2 - 2$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$p: y = 0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5$



Einzeichnen der Parabel p 3

B 1.2 Einzeichnen der Drachenvierecke AB_1CD_1 und AB_2CD_2 2

B 1.3 $y_{B_0} = y_A$

$0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5 = 10$ $\qquad x < 3;\ x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = -1{,}90 \quad (\vee \quad x = 7{,}90)$ $\qquad \mathbb{L} = \{-1{,}90\}$

2

B 1.4 Aus Symmetriegründen gilt: $y_D = y_B$

$x_D = 3 + (3 - x)$ $\qquad x < 3;\ x \in \mathbb{R}$

$D_n(6 - x \mid 0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5)$

2

B 1.5 Einzeichnen der Raute AB_3CD_3

$M_{[AC]}\left(3 \mid \frac{10 + (-2)}{2}\right) = M_{[AC]}(3 \mid 4)$

$0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5 = 4$ $\qquad x < 3;\ x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = -0{,}46 \quad (\vee \quad x = 6{,}46)$ $\qquad \mathbb{L} = \{-0{,}46\}$

oder

$\overline{AB_n} = \overline{B_nC}$

...

4

B 1.6 $\overline{AB_3} = \sqrt{(-0{,}46 - 3)^2 + (4 - 10)^2}\ \text{LE}$

$\overline{AB_3} = 6{,}93\ \text{LE}$

oder

$\overline{AB_3}^2 = (0{,}5 \cdot \overline{AC})^2 + \overline{B_3M}^2$

...

$\sin\frac{\beta_3}{2} = \frac{0{,}5 \cdot \overline{AC}}{\overline{AB_3}}$

$\sin\frac{\beta_3}{2} = \frac{0{,}5 \cdot 12\ \text{LE}}{6{,}93\ \text{LE}}$ $\qquad \frac{\beta_3}{2} < 90°$

$\Leftrightarrow \quad \frac{\beta_3}{2} = 59{,}97°$

$\Leftrightarrow \quad \beta_3 = 119{,}95°$

3

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

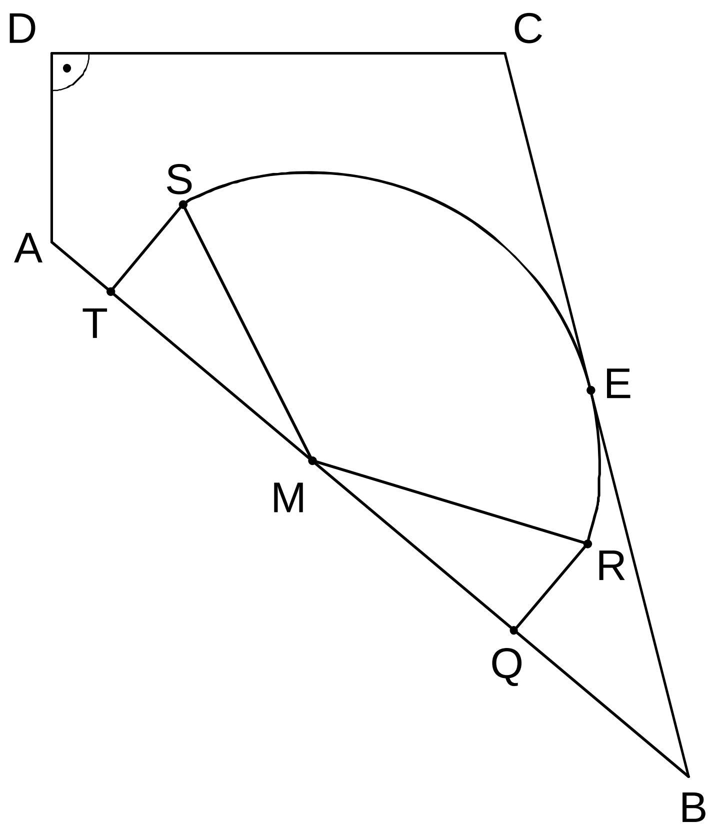
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1



$\overline{AC} = \sqrt{25{,}0^2 + 60{,}0^2}$ cm $\qquad \overline{AC} = 65{,}0$ cm

2

B 2.2 $A_T = A_{\Delta ACD} + A_{\Delta ABC}$ $\qquad A_T = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{DC} + \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin\sphericalangle BAC$

$\tan\sphericalangle CAD = \frac{60{,}0}{25{,}0}$ $\qquad \sphericalangle CAD = 67{,}4°$ $\qquad \sphericalangle CAD \in]0°; 90°[$

$\sphericalangle BAC = 130° - 67{,}4°$ $\qquad \sphericalangle BAC = 62{,}6°$

$A_T = \frac{1}{2} \cdot 25{,}0 \cdot 60{,}0 \text{ cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot 110{,}0 \cdot 65{,}0 \cdot \sin 62{,}6° \text{ cm}^2$ $\qquad A_T = 3923{,}9 \text{ cm}^2$

3

B 2.3 Einzeichnen der Dreiecke MQR und MST und des Kreissektors MRS	2

B 2.4 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\cos\sphericalangle BAC$

$\overline{BC} = \sqrt{110,0^2 + 65,0^2 - 2\cdot 110,0\cdot 65,0\cdot\cos 62,6°}$ cm $\qquad \overline{BC} = 98,7$ cm

$\frac{\sin\sphericalangle CBA}{\overline{AC}} = \frac{\sin\sphericalangle BAC}{\overline{BC}}$

$\sin\sphericalangle CBA = \frac{65,0\cdot\sin 62,6°}{98,7}$ $\qquad \sphericalangle CBA = 35,8°$

$\sin\sphericalangle CBA = \frac{r}{\overline{MB}}$ $\qquad r = (110,0 - 45,0)\cdot\sin 35,8°$ cm $\qquad r = 38,0$ cm

3

B 2.5 $A = A_{\Delta MQR} + A_{\Delta MST} + A_{\text{Kreissektor MRS}}$

$A = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{MQ}\cdot\overline{QR} + \frac{r^2\cdot\pi\cdot\sphericalangle RMS}{360°}$

$\overline{MQ} = \sqrt{38,0^2 - 15,0^2}$ cm $\qquad \overline{MQ} = 34,9$ cm

$\sin\sphericalangle QMR = \frac{\overline{QR}}{r}$ $\qquad \sin\sphericalangle QMR = \frac{15,0}{38,0}$ $\qquad \sphericalangle QMR = 23,2°$

$\sphericalangle RMS = 180° - 2\cdot 23,2°$ $\qquad \sphericalangle RMS = 133,6°$

$A = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 34,9\cdot 15,0\ \text{cm}^2 + \frac{38,0^2\cdot\pi\cdot 133,6°}{360°}\ \text{cm}^2$ $\qquad A = 2207,0\ \text{cm}^2$

$p = \frac{2207,0\ \text{cm}^2}{3923,9\ \text{cm}^2}\cdot 100$ $\qquad p = 56,2$

oder

$\frac{A}{A_T} = \frac{2207,0\ \text{cm}^2}{3923,9\ \text{cm}^2}$ $\qquad A = 0,562\cdot A_T$

Die Auflage bedeckt 56,2% der Trittfläche.

5

15

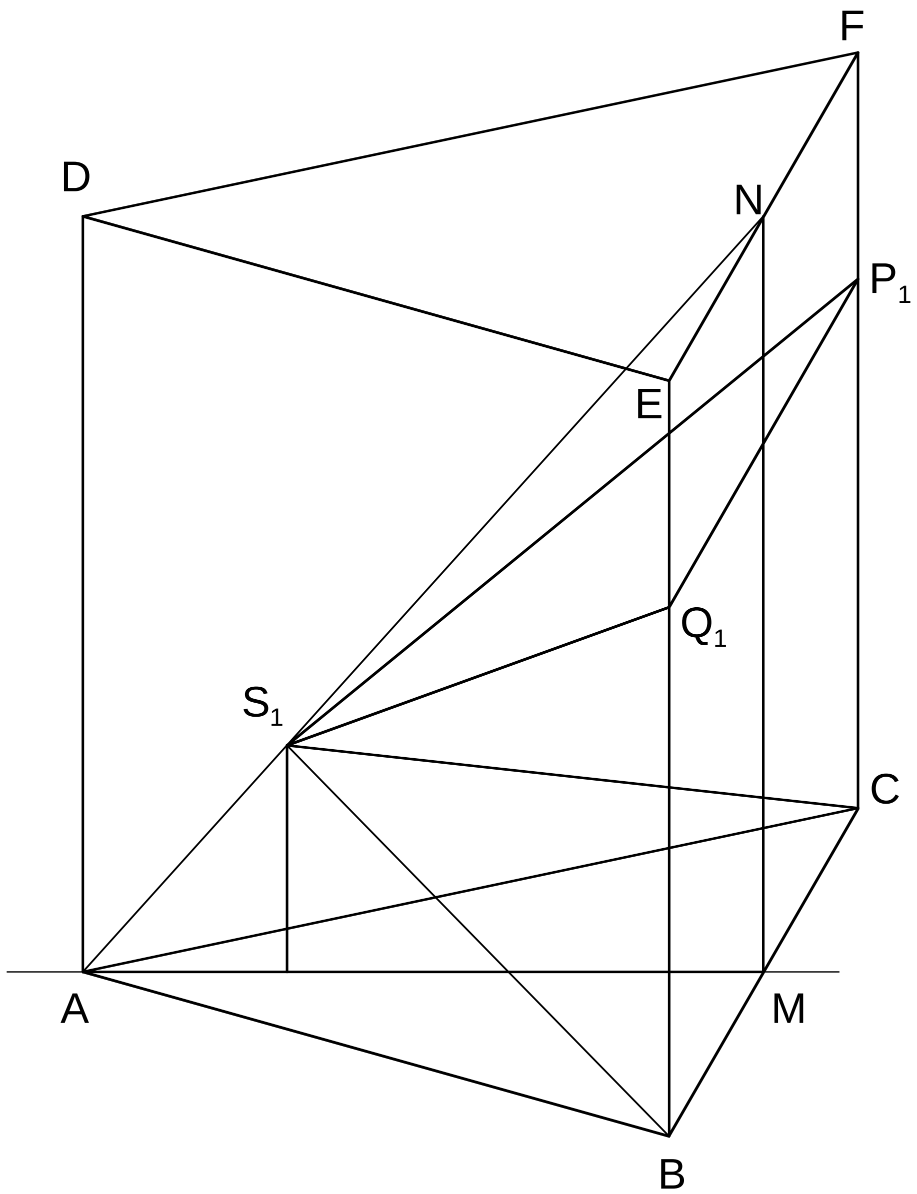
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

Lösungsmuster und Bewertung

B 3.1



Zeichnen des Prismas ABCDEF 2

B 3.2 $\tan\alpha = \frac{10\text{ cm}}{9\text{ cm}}$ $\alpha = 48{,}01°$ $\alpha \in]0°; 90°[$

$\overline{AN} = \sqrt{9^2 + 10^2}\text{ cm}$ $\overline{AN} = 13{,}45\text{ cm}$ 2

B 3.3 Einzeichnen der Pyramide $BCP_1Q_1S_1$

$$\sin\alpha = \frac{d(S_1; AM)}{\overline{AS_1}}$$

$$\overline{AS_1} = \frac{3}{\sin 48{,}01°}\ \text{cm} \qquad \overline{AS_1} = 4{,}04\ \text{cm}$$

$$\overline{MS_1}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{AS_1}^2 - 2\cdot\overline{AM}\cdot\overline{AS_1}\cdot\cos\alpha$$

$$\overline{MS_1} = \sqrt{9^2 + 4{,}04^2 - 2\cdot 9\cdot 4{,}04\cdot\cos 48{,}01°}\ \text{cm} \qquad \overline{MS_1} = 6{,}98\ \text{cm}$$

4

B 3.4 $V = \frac{1}{3}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{CP_n}\cdot d(S_n; MN)$

$$\frac{d(S_n; MN)}{9\ \text{cm}} = \frac{(10-x)\ \text{cm}}{10\ \text{cm}} \qquad 0 < x < 10;\ x \in \mathbb{R}$$

$$d(S_n; MN) = \frac{9\cdot(10-x)}{10}\ \text{cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3}\cdot 10\cdot(10-x)\cdot\frac{9\cdot(10-x)}{10}\ \text{cm}^3 \qquad 0 < x < 10;\ x \in \mathbb{R}$$

$$V(x) = 3\cdot(10-x)^2\ \text{cm}^3 \qquad V(x) = (3x^2 - 60x + 300)\ \text{cm}^3$$

4

B 3.5 $V_{ABCDEF} = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 9\cdot 10\ \text{cm}^3$ $\qquad V_{ABCDEF} = 450\ \text{cm}^3$

$$3\cdot(10-x)^2\ \text{cm}^3 = 0{,}25\cdot 450\ \text{cm}^3 \qquad 0 < x < 10;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad (10-x)^2 = 37{,}5$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 3{,}88 \quad (\vee \quad x = 16{,}12) \qquad \mathbb{L} = \{3{,}88\}$$

4

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2005

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = 0{,}25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(1|11{,}25)$ und $Q(8|6)$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}5x + 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

C 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0{,}25x^2 - 3x + 14$ hat.
Ermitteln Sie sodann die Koordinaten des Scheitels S der Parabel p.
Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g im Bereich von $1 \leqq x \leqq 11$ in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 13$; $-4 \leqq y \leqq 12$ 5 P

C 1.2 Punkte A_n auf der Geraden g und Punkte C_n auf der Parabel p haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Für alle Rauten gilt: $\overline{B_nD_n} = 6$ LE.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 9$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

C 1.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Diagonalenlänge $\overline{A_nC_n}$ aller Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und C_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nC_n}(x) = (0{,}25x^2 - 2{,}5x + 12)$ LE. 1 P

C 1.4 Die Raute $A_0B_0C_0D_0$ besitzt den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min}.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und den Flächeninhalt A_{min}. 3 P

C 1.5 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Quadrate $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$.
Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x. 3 P

C 1.6 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Rauten $A_5B_5C_5D_5$ und $A_6B_6C_6D_6$ mit der Diagonalenlänge $\overline{A_5C_5} = 7$ LE bzw. $\overline{A_6C_6} = 7$ LE.
Zeichnen Sie die Diagonalen $[A_5C_5]$ und $[A_6C_6]$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und geben Sie die Gleichung der Geraden C_5C_6 an. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

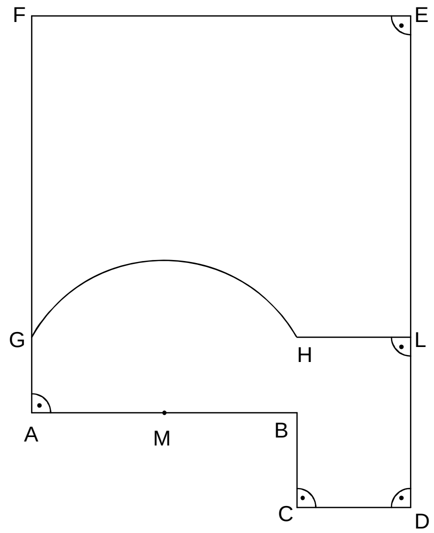
Abschlussprüfung 2005

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan des Gartengrundstücks eines Reihenhauses. Eine geplante Terrasse wird von den Strecken [GA], [AB], [BC], [CD], [DL], [LH] mit $L \in [DE]$ und $G \in [AF]$ und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{HG}$ begrenzt. Dabei ist der Mittelpunkt M der Strecke [AB] auch der Mittelpunkt des zum Kreisbogen $\overset{\frown}{HG}$ gehörenden Kreises.



Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 7{,}00\text{ m}$; $\overline{BC} = 2{,}50\text{ m}$; $\overline{CD} = 3{,}00\text{ m}$;
$\overline{DE} = 13{,}00\text{ m}$; $\overline{DL} = 4{,}50\text{ m}$; $\overline{AG} = 2{,}00\text{ m}$.

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

C 2.1 Zeichnen Sie das sechseckige Grundstück ABCDEF mit den Terrassengrenzen im Maßstab 1 : 100. 2 P

C 2.2 Die Terrassenoberfläche soll mit Fliesen versiegelt werden. Der Bebauungsplan der Gemeinde schreibt vor, dass im Gartengrundstück der Anteil der versiegelten Oberfläche höchstens 34% der gesamten Gartenfläche betragen darf.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Terrasse und prüfen Sie, ob die Vorschriften des Bebauungsplans eingehalten werden, wenn die Terrassenoberfläche durch Fließen versiegelt wird.
[Teilergebnisse: $\sphericalangle GMA = 29{,}74°$; $\overline{GM} = \overline{HM} = 4{,}03\text{ m}$] 5 P

C 2.3 Ein Teich ist in der Form eines Kreissektors geplant. Hierzu wird ein Kreis k mit dem Radius 4,00 m um den Mittelpunkt L gezogen, der [LE] in P und $\overset{\frown}{HG}$ in Q schneidet. Ferner wird von M nach L ein Rohr verlegt, das die Versorgungsleitungen für den Teich aufnehmen kann.
Zeichnen Sie die Strecke [ML] und den Kreissektor LPQ in die Zeichnung zu 2.1 ein. Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [ML] und den Flächeninhalt des Kreissektors LPQ.
[Teilergebnis: $\overline{ML} = 6{,}80\text{ m}$; $\sphericalangle QLM = 32{,}27°$] 4 P

C 2.4 Die von den Strecken [QL], [LH] und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{HQ}$ begrenzte Fläche zwischen Teich und Terrasse soll mit Kies bedeckt werden.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der mit Kies bedeckten Fläche. 4 P

Prüfungsdauer: **150 Minuten**	**Abschlussprüfung 2005** an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern	**R4**

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 3**

C 3.0 Das gleichschenklige Trapez ABCD mit den Grundseiten [AB] und [CD] ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Mittelpunkt E der Seite [AB]. F ist der Mittelpunkt der Seite [CD].
Es gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{CD} = 8\text{ cm}$, $\overline{EF} = 6\text{ cm}$, $\overline{ES} = 7\text{ cm}$

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Symmetrieachse EF der Grundfläche ABCD auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

C 3.2 Berechnen Sie das Maß ε des Winkels SFE, den die Seitenfläche CDS mit der Grundfläche einschließt, und die Länge der Strecke [FS] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Ergebnisse: $\varepsilon = 49{,}40°$; $\overline{FS} = 9{,}22\text{ cm}$] 2 P

C 3.3 Auf der Strecke [FS] liegen Punkte P_n mit $\overline{FP_n} = x\text{ cm}$ und $x < 9{,}22$; $x \in \mathbb{R}_0^+$. Parallelen zur Seite [CD] durch die Punkte P_n schneiden die Seitenkanten [CS] in Q_n und [DS] in R_n. Die Punkte Q_n und R_n sind zusammen mit A und B Eckpunkte von Trapezen ABQ_nR_n.
Zeichnen Sie das Trapez ABQ_1R_1 für x = 2 in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Berechnen Sie sodann das Maß δ_1 des Winkels FEP_1 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\delta_1 = 17{,}90°$] 3 P

C 3.4 Berechnen Sie die Länge der Höhe $[EP_n]$ der Trapeze ABQ_nR_n in Abhängigkeit von x.
Ermitteln Sie sodann die kleinste Länge $\overline{EP_0}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{EP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 7{,}81x + 36}\text{ cm}$] 3 P

C 3.5 Zeigen Sie, dass für die Längen der Strecken $[Q_nR_n]$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{Q_nR_n}(x) = (8 - 0{,}87x)\text{ cm}$.
Berechnen Sie sodann auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, für welche Belegung von x gilt: $\overline{Q_nR_n}(x) = 3\text{ cm}$. 3 P

C 3.6 Das Trapez ABQ_1R_1 ist die Grundfläche einer zweiten Pyramide ABQ_1R_1S.
Berechnen Sie das Volumen V dieser Pyramide. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

Abschlussprüfung 2005

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 1**

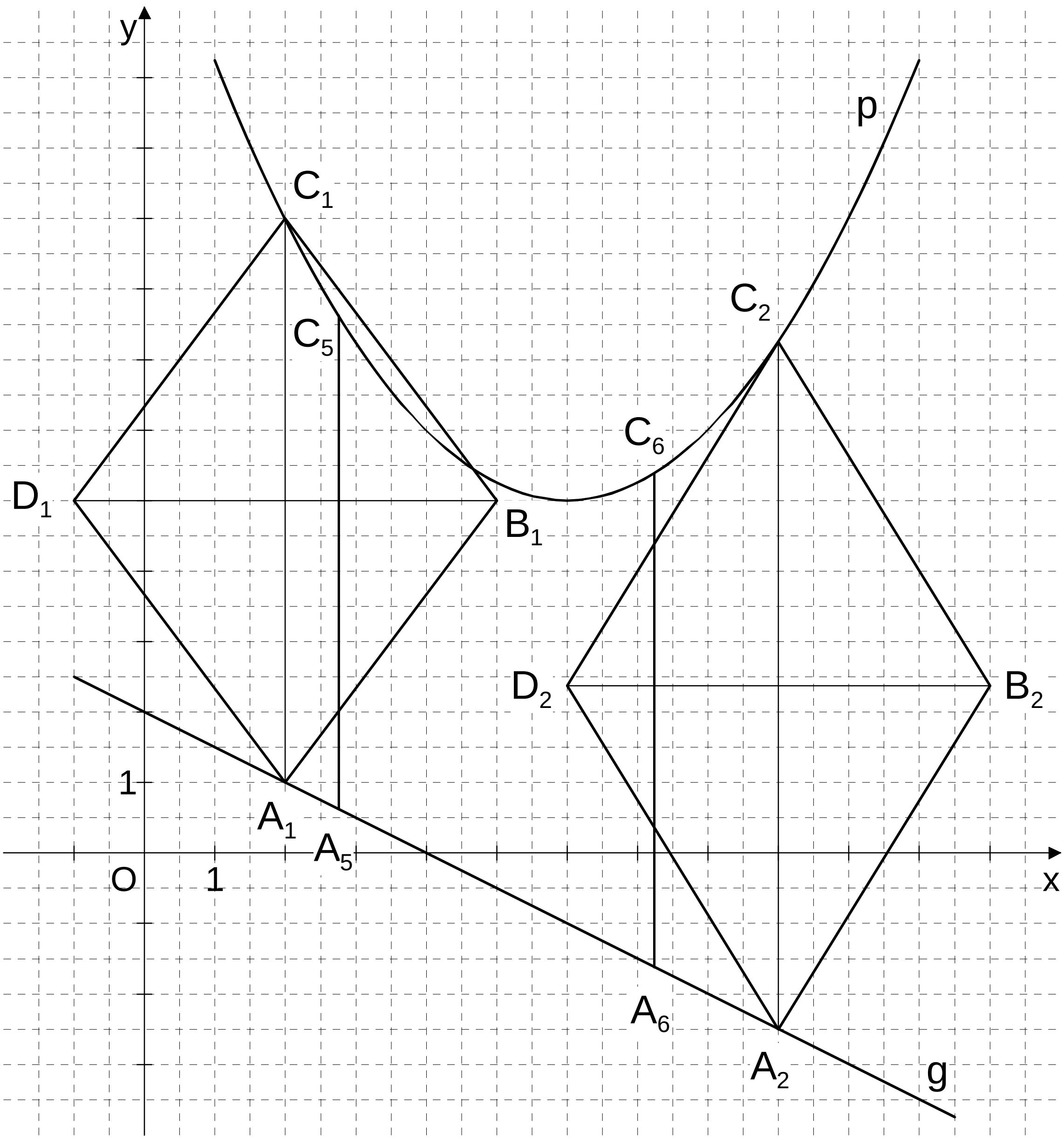
Lösungsmuster und Bewertung

C 1.1 $Q(1|11{,}25) \in p$ $\quad$ $R(8|6) \in p$ $\quad$ $\begin{vmatrix} 11{,}25 = 0{,}25 \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ \wedge\ 6 = 0{,}25 \cdot 8^2 + b \cdot 8 + c \end{vmatrix}$ $\quad$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} b = -3 \\ \wedge\ c = 14 \end{vmatrix}$ $\quad$ $\mathbb{L} = \{(-3|14)\}$

$p: y = 0{,}25x^2 - 3x + 14$

$S(6|5)$



Einzeichnen der Parabel p und der Geraden g 5

C 1.2	Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2
C 1.3	$\overline{A_nC_n}(x) = [0,25x^2 - 3x + 14 - (-0,5x + 2)]$ LE $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\overline{A_nC_n}(x) = (0,25x^2 - 2,5x + 12)$ LE	1
C 1.4	$A(x) = \frac{1}{2} \cdot (0,25x^2 - 2,5x + 12) \cdot 6$ FE $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ $A(x) = (0,75x^2 - 7,5x + 36)$ FE $A_{min} = 17,25$ FE für $x = 5$	3
C 1.5	$\overline{A_nC_n} = \overline{B_nD_n}$ $0,25x^2 - 2,5x + 12 = 6$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x = 4 \quad \vee \quad x = 6$ $\mathbb{L} = \{4; 6\}$	3
C 1.6	Einzeichnen der Diagonalen $[A_5C_5]$ und $[A_6C_6]$ $C_5C_6: y = -0,5x + 9$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$	2
		16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

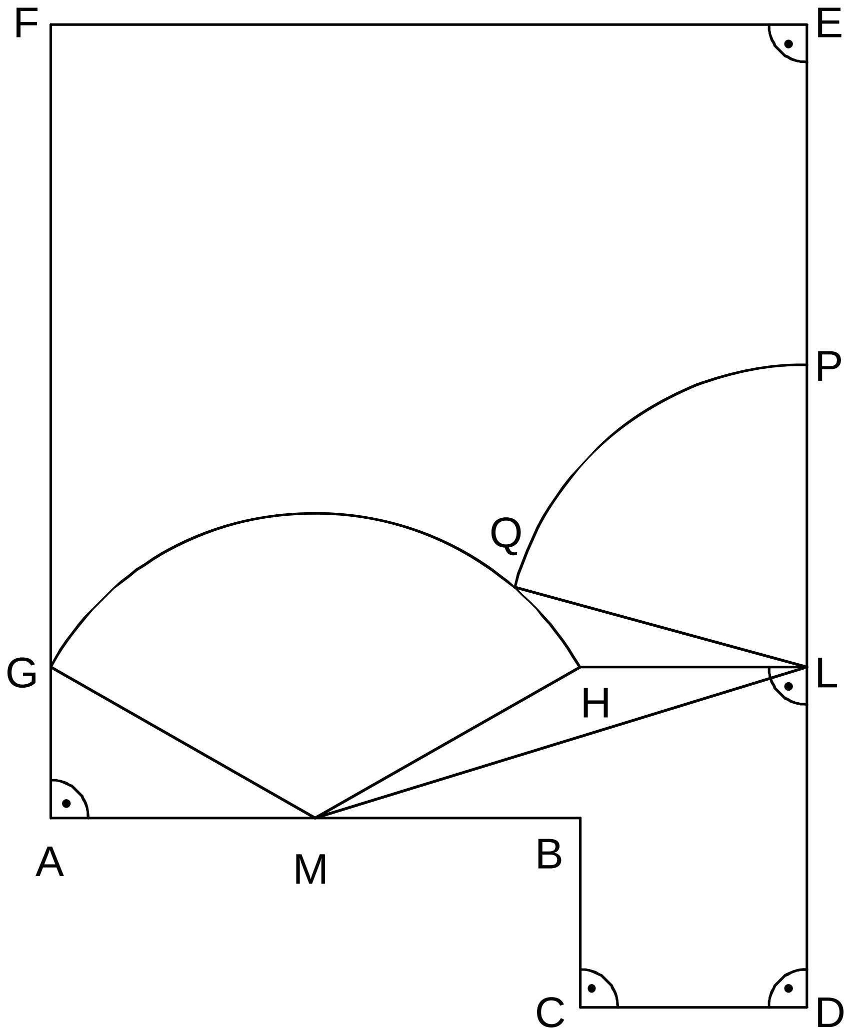
Abschlussprüfung 2005

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1



Zeichnen des Sechsecks ABCDEF

2

C 2.2 $A_{\text{Terrasse}} = 2 \cdot A_{\Delta AMG} + A_{\text{Kreissektor MHG}} + A_{\text{CDLH}}$

$\tan \sphericalangle GMA = \dfrac{2,00}{3,50}$ $\quad \sphericalangle GMA = 29,74°$ $\quad \sphericalangle GMA \in]0°; 90°[$

$\sphericalangle HMG = 180° - 2 \cdot 29,74°$ $\quad \sphericalangle HMG = 120,52°$

$\overline{GM} = \sqrt{3,50^2 + 2,00^2}\ \text{m}$ $\quad \overline{GM} = 4,03\ \text{m}$ $\quad \overline{HM} = 4,03\ \text{m}$

$$A_{\text{Terrasse}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,50 \cdot 2,00\ \text{m}^2 + \frac{4,03^2 \cdot \pi \cdot 120,52°}{360°}\ \text{m}^2 + 3,00 \cdot 4,50\ \text{m}^2$$

$$A_{\text{Terrasse}} = 37,58\ \text{m}^2$$

$A_{\text{Grundstück}} = 10 \cdot 10{,}5\ \text{m}^2 + 3{,}00 \cdot 2{,}50\ \text{m}^2$ $\quad A_{\text{Grundstück}} = 112{,}50\ \text{m}^2$ $p = \dfrac{37{,}58\ \text{m}^2}{112{,}50\ \text{m}^2} \cdot 100 \quad p = 33{,}40$ Die Vorschriften des Bebauungsplan werden eingehalten.	5
C 2.3 Einzeichnen des Teiches LPQ und der Wasserleitung [ML] $A_{\text{Teich}} = \dfrac{\overline{LP}^2 \cdot \pi \cdot \sphericalangle PLQ}{360°}$ $\overline{ML} = \sqrt{6{,}50^2 + 2{,}00^2}\ \text{m} \quad \overline{ML} = 6{,}80\ \text{m}$ $\cos \sphericalangle QLM = \dfrac{4{,}00^2 + 6{,}80^2 - 4{,}03^2}{2 \cdot 4{,}00 \cdot 6{,}80} \quad \sphericalangle QLM \in]0°; 180°[$ $\sphericalangle QLM = 32{,}27°$ $\tan \sphericalangle MLD = \dfrac{6{,}50}{2{,}00} \quad \sphericalangle MLD = 72{,}90° \quad \sphericalangle MLD \in]0°; 90°[$ $\sphericalangle PLQ = 180° - 32{,}27° - 72{,}90° \quad \sphericalangle PLQ = 74{,}83°$ $A_{\text{Teich}} = \dfrac{4{,}00^2 \cdot \pi \cdot 74{,}83°}{360°}\ \text{m}^2 \quad A_{\text{Teich}} = 10{,}45\ \text{m}^2$	4
C 2.4 $A = A_{\Delta MLQ} - A_{\Delta MLH} - A_{\text{Kreissektor MHQ}}$ $A = \dfrac{1}{2} \cdot \overline{ML} \cdot \overline{MQ} \cdot \sin \sphericalangle LMQ - \dfrac{1}{2} \cdot \overline{ML} \cdot \overline{HM} \cdot \sin \sphericalangle LMH - \dfrac{\overline{HM}^2 \cdot \pi \cdot \sphericalangle HMQ}{360°}$ $\dfrac{\sin \sphericalangle LMQ}{4{,}00} = \dfrac{\sin 32{,}27°}{4{,}03} \quad \sphericalangle LMQ = 32{,}00° \quad \sphericalangle LMQ \in]0°; 147{,}73°[$ $\tan \sphericalangle BML = \dfrac{2{,}00}{6{,}50} \quad \sphericalangle BML = 17{,}10° \quad \sphericalangle BML \in]0°; 90°[$ $\sphericalangle HMQ = 32{,}00° + 17{,}10° - 29{,}74° \quad \sphericalangle HMQ = 19{,}36°$ $\sphericalangle LMH = 32{,}00° - 19{,}36° \quad \sphericalangle LMH = 12{,}64°$ $A = \left[\dfrac{1}{2} \cdot 6{,}80 \cdot 4{,}03 \cdot \sin 32{,}00° - \dfrac{1}{2} \cdot 6{,}80 \cdot 4{,}03 \cdot \sin 12{,}64° - \dfrac{4{,}03^2 \cdot \pi \cdot 19{,}36°}{360°}\right] \text{m}^2$ $A = 1{,}52\ \text{m}^2$	4
	15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

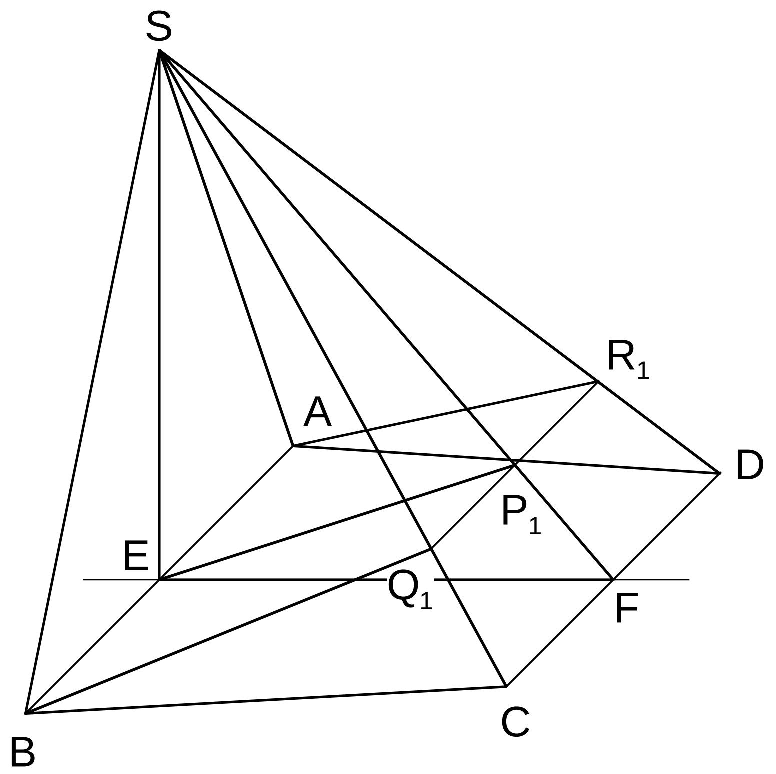
Abschlussprüfung 2005

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 3**

Lösungsmuster und Bewertung

C 3.1



Zeichnen des Schrägbildes der Pyramide ABCDS

2

C 3.2 $\tan\varepsilon = \dfrac{7\text{ cm}}{6\text{ cm}}$ $\varepsilon = 49{,}40°$ $\varepsilon \in]0°;90°[$

$\overline{FS} = \sqrt{7^2 + 6^2}\text{ cm}$ $\overline{FS} = 9{,}22\text{ cm}$

2

C 3.3 Einzeichnen des Trapezes ABQ_1R_1

$\overline{EP_1} = \sqrt{6^2 + 2^2 - 2\cdot 6\cdot 2\cdot\cos 49{,}40°}\text{ cm}$ $\overline{EP_1} = 4{,}94\text{ cm}$

$\dfrac{\sin\delta_1}{2\text{ cm}} = \dfrac{\sin 49{,}40°}{4{,}94\text{ cm}}$ $\delta_1 \in]0°;90°[$

$\sin\delta_1 = \dfrac{2\cdot\sin 49{,}40°}{4{,}94}$ $\delta_1 = 17{,}90°$

3

C 3.4	$\overline{EP_n}(x) = \sqrt{6^2 + x^2 - 2 \cdot 6 \cdot x \cdot \cos 49{,}40°}$ cm $\overline{EP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 7{,}81x + 36}$ cm ... $\overline{EP_0} = 4{,}56$ cm	$x < 9{,}22;\ x \in \mathbb{R}_0^+$	3
C 3.5	$\frac{\overline{Q_nR_n}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{P_nS}}{\overline{FS}}$ $\overline{Q_nR_n}(x) = \frac{(9{,}22 - x) \cdot 8}{9{,}22}$ cm $\overline{Q_nR_n}(x) = (8 - 0{,}87x)$ cm $(8 - 0{,}87x) = 3$ $\Leftrightarrow \quad x = 5{,}75$	$x < 9{,}22;\ x \in \mathbb{R}_0^+$ $x < 9{,}22;\ x \in \mathbb{R}_0^+$ $\mathbb{L} = \{5{,}75\}$	3
C 3.6	$V_{ABQ_1R_1S} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\overline{AB} + \overline{Q_1R_1}) \cdot \overline{EP_1} \cdot d(S; EP_1)$ $\overline{Q_1R_1} = (8 - 0{,}87 \cdot 2)$ cm $\sin(90° - 17{,}90°) = \frac{d(S; EP_1)}{\overline{ES}}$ $d(S; EP_1) = 7 \cdot \sin 72{,}10°$ cm $V_{ABQ_1R_1S} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (10 + 6{,}26) \cdot 4{,}94 \cdot 6{,}66\ \text{cm}^3$	$\overline{Q_1R_1} = 6{,}26$ cm $d(S; EP_1) = 6{,}66$ cm $V_{ABQ_1R_1S} = 89{,}16\ \text{cm}^3$	3
			16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 1**

D 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 - 0,5x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $c \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte $Q(-3|9)$ und $R(4|7,25)$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,25x + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

D 1.1 Berechnen Sie für die Gleichung der Parabel p die Werte der Formvariablen a und c.
Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-4; 6]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 7$; $-1 \leqq y \leqq 14$
[Teilergebnisse: a = 0,25; c = 5,25] 4 P

D 1.2 Punkte A_n auf der Parabel p und Punkte B_n auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x. Sie bilden zusammen mit Punkten C_n und D_n Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ und es gilt: $\overline{B_nC_n} = 4$ LE und $\sphericalangle C_nB_nA_n = 60°$.
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für x = –3 und $A_2B_2C_2D_2$ für x = 2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Bestätigen Sie sodann durch Rechnung, dass für den Abstand d der beiden Seiten $[A_nB_n]$ und $[C_nD_n]$ der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt: d = 3,46 LE. 3 P

D 1.3 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es das Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ mit $C_3(-0,5|y_3)$.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Berechnen Sie sodann auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die Koordinaten des Punktes B_3 und die Ordinate y_3 des Punktes C_3. 3 P

D 1.4 Bestimmen Sie den Flächeninhalt A der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Parallelogramm $A_0B_0C_0D_0$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min}.
Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für x und geben Sie A_{min} an.
(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{A_nB_n}(x) = (0,25x^2 - 0,25x + 2,25)$ LE] 4 P

D 1.5 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Rauten $A_4B_4C_4D_4$ und $A_5B_5C_5D_5$.
Ermitteln Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die zugehörigen Werte für x. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

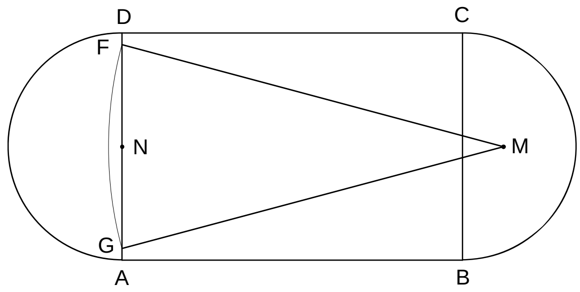
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

D 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan einer Leichtathletikanlage, auf der zeitgleich ein Speerwurf- und ein Hochsprungwettbewerb stattfinden können. Die Anlage besteht aus dem rechteckigen Rasenfeld ABCD und den zwei angrenzenden Halbkreisen, deren Flächen mit einem Kunststoffbelag ausgelegt sind. N ist der Mittelpunkt der Strecke [AD].



Es gelten folgende Maße: $\overline{AB} = 90{,}00\text{ m}$; $\overline{AD} = 60{,}00\text{ m}$.

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m, Flächeninhalte in m² und Kosten in €.

D 2.1 Zeichnen Sie die Leichtathletikanlage in einem geeigneten Maßstab. Geben Sie den gewählten Maßstab an. 2 P

D 2.2 M ist der Mittelpunkt des Speerwurfsektors, der von den Strecken [MF] und [MG] und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{FG}$ begrenzt wird. Es gilt: $\overline{AG} = \overline{DF} = 3{,}00\text{ m}$; $\sphericalangle MGF = \sphericalangle GFM = 75{,}00°$.

Zeichnen Sie die Strecken [MF] und [MG] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{FG}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie den Flächeninhalt des Speerwurfsektors.
[Teilergebnis: $\overline{MF} = 104{,}32\text{ m}$] 4 P

D 2.3 Aus Sicherheitsgründen wird empfohlen, dass der Abstand des Mittelpunktes M des Speerwurfsektors von der Strecke [BC] mindestens 10,00 m betragen soll.
Prüfen Sie rechnerisch, ob die geplante Anlage diese Sicherheitsempfehlung einhält. 2 P

D 2.4 Nach einem Wettkampf müssen 15% der Rasenfläche im Speerwurfsektor erneuert werden.
Berechnen Sie die zu erneuernde Rasenfläche. 4 P

D 2.5 Die Hochsprunganlage wird von den Kreisbögen $\overset{\frown}{DA}$ und $\overset{\frown}{FG}$ sowie den Strecken [AG] und [DF] begrenzt. Aus Sicherheitsgründen soll der Kunststoffbelag im Bereich der Hochsprunganlage mit blauer Farbe hervorgehoben werden. Der Preis hierfür beträgt 18,50 € pro Quadratmeter.
Berechnen Sie die Kosten für das Einfärben des Kunststoffbelages. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2005** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 3**

D 3.0 Im gleichschenkligen Dreieck ABC ist der Punkt M der Mittelpunkt der Basis [BC] mit $\overline{BC} = 12\text{ cm}$ und $\overline{AM} = 7{,}5\text{ cm}$. Das Dreieck ABC ist die Grundfläche der Pyramide ABCS mit der Höhe $\overline{AS} = 10\text{ cm}$.

D 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

D 3.2 Berechnen Sie das Maß α des Winkels SMA, die Länge der Strecke [MS] und das Volumen V der Pyramide auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\alpha = 53{,}13°$; $\overline{MS} = 12{,}50\text{ cm}$] 3 P

D 3.3 Die Strecke [PQ] ist parallel zu [BC], wobei der Punkt P auf [BS] und der Punkt Q auf [CS] liegt. Der Punkt N ist der Mittelpunkt der Strecke [PQ] und es gilt: $\overline{NM} = 4\text{ cm}$. Punkte R_n auf [AS] sind Eckpunkte von Dreiecken PQR_n.
Zeichnen Sie das Dreieck PQR_1 mit $\sphericalangle SNR_1 = 60°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Dreiecks PQR_1. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{PQ} = 8{,}16\text{ cm}$] 5 P

D 3.4 Für das Dreieck PQR_2 gilt: $\overline{SR_2} = 3\text{ cm}$.
Zeichnen Sie das Dreieck PQR_2 in die Zeichnung zu 3.1 ein und berechnen Sie das Maß ε des Winkels PR_2Q auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

D 3.5 Das Dreieck PQR_3 ist gleichseitig.
Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet die Länge der Strecke $[NR_3]$ und zeichnen Sie das Dreieck PQR_3 in die Zeichnung zu 3.1 ein.
Berechnen Sie sodann das Maß φ des Winkels NR_3S auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{NR_3} = 7{,}07\text{ cm}$] 3 P

Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D1**

Lösungsmuster und Bewertung

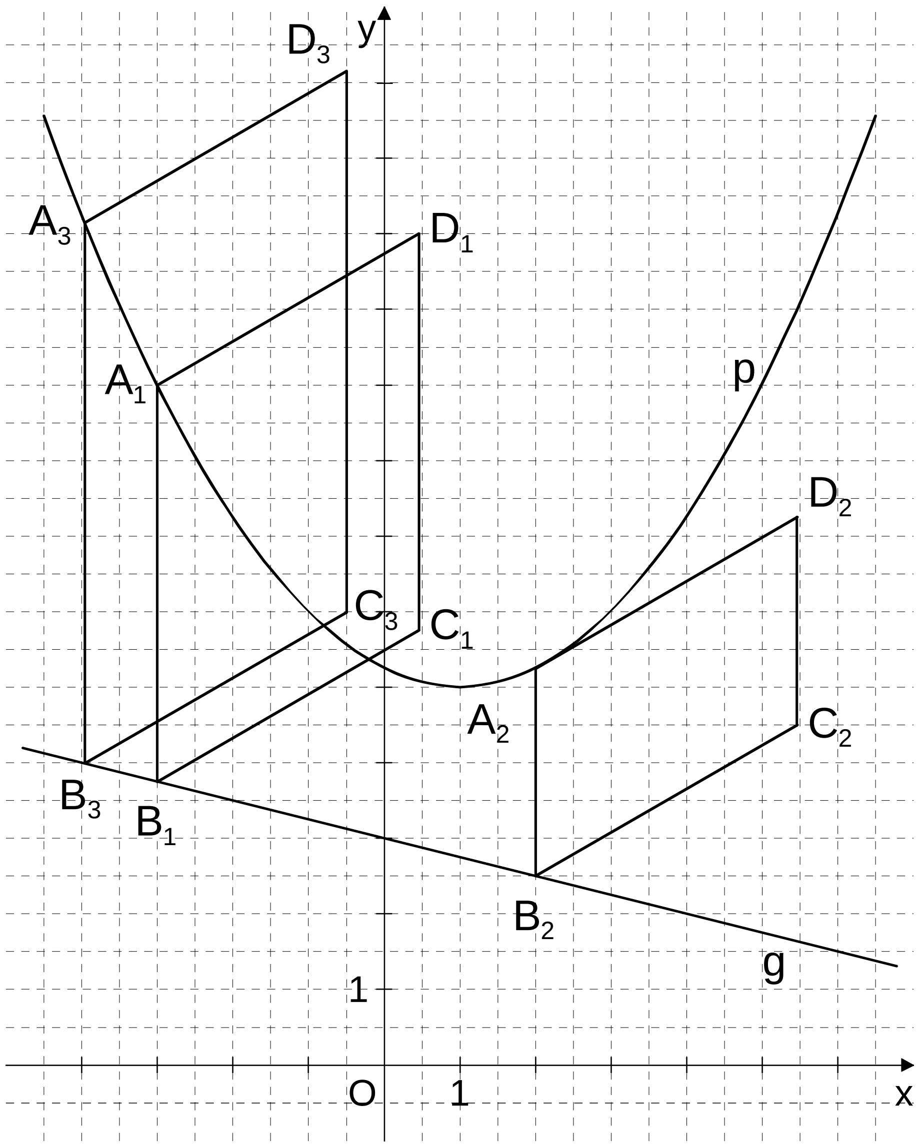
D 1.1 $Q(-3|9) \in p$ $\quad R(4|7,25) \in p$

$$\begin{vmatrix} 9 = a\cdot(-3)^2 - 0,5\cdot(-3) + c \\ \wedge\ 7,25 = a\cdot 4^2 - 0,5\cdot 4 + c \end{vmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} a = 0,25 \\ \wedge\ c = 5,25 \end{vmatrix} \qquad \mathbb{L} = \{(0,25|5,25)\}$$

$$p: y = 0,25x^2 - 0,5x + 5,25$$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$0,25x^2 - 0,5x + 5,25$	11,25	9	7,25	6	5,25	5	5,25	6	7,25	9	11,25



Einzeichnen der Parabel p und der Geraden g

4

D 1.2 Einzeichnen der Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

$\sin \sphericalangle C_nB_nA_n = \dfrac{d}{\overline{B_nC_n}}$ $\qquad d = 4 \cdot \sin 60° \text{ LE}$ $\qquad d = 3,46 \text{ LE}$

3

D 1.3 Einzeichnen des Parallelogramms $A_3B_3C_3D_3$

$B_3(-0,5-3,46 \mid -0,25(-0,5-3,46)+3) = B_3(-3,96 \mid 3,99)$

$C_3(-0,5 \mid 3,99 + 4 \cdot \cos 60°) = C_3(-0,5 \mid 5,99)$

3

D 1.4 $A = \overline{A_nB_n} \cdot d$

$\overline{A_nB_n}(x) = [0,25x^2 - 0,5x + 5,25) - (-0,25x + 3)] \text{ LE}$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\overline{A_nB_n}(x) = (0,25x^2 - 0,25x + 2,25) \text{ LE}$

$A(x) = 0,25(x^2 - x + 9) \cdot 3,46 \text{ FE}$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

...

$A_{min} = 7,57 \text{ FE}$ für $x = 0,50$

4

D 1.5 $\overline{A_nB_n} = \overline{B_nC_n}$

$0,25x^2 - 0,25x + 2,25 = 4$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = -2,19 \quad \vee \quad x = 3,19$ $\qquad \mathbb{L} = \{-2,19; 3,19\}$

2

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

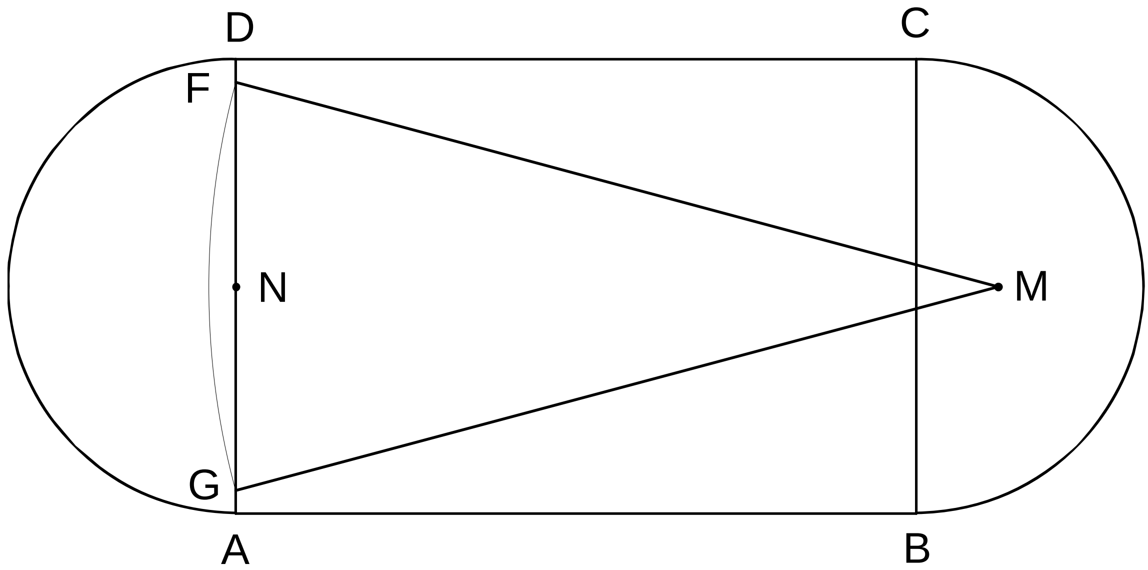
Abschlussprüfung 2005

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

Lösungsmuster und Bewertung

D 2.1



Zeichnen der Leichtathletikanlage
z. B. Maßstab: 1 : 1000

2

D 2.2 Einzeichnen der Strecken [MF], [MG] und des Kreisbogens $\overset{\frown}{FG}$

$\cos \sphericalangle GFM = \dfrac{\overline{FN}}{\overline{MF}}$ $\overline{MF} = \dfrac{(30-3)\text{ m}}{\cos 75°}$ $\overline{MF} = 104{,}32\text{ m}$

$A_{\text{Kreissektor}} = 104{,}32^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{180° - 2 \cdot 75°}{360°}\text{ m}^2$ $A_{\text{Kreissektor}} = 2849{,}07\text{ m}^2$

4

D 2.3 $d(M; [BC]) = \sqrt{\overline{MF}^2 - \overline{FN}^2} - \overline{AB}$

$d(M; [BC]) = \sqrt{104{,}32^2 - 27^2}\text{ m} - 90\text{ m}$ $d(M; [BC]) = 10{,}77\text{ m}$

Der Sicherheitsabstand von 10,00 m wird eingehalten.

2

D 2.4	$A_{Trapez} = A_{Rechteck} - 2 \cdot A_{Dreieck}$ $A_{Trapez} = 90 \cdot 54\ m^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 90 \cdot \tan 15°\ m^2$ $\qquad A_{Trapez} = 2689,61\ m^2$ $A_{neu} = 0,15 \cdot A_{Trapez}$ $A_{neu} = 0,15 \cdot 2689,61\ m^2$ $\qquad A_{neu} = 403,44\ m^2$	4
D 2.5	$A_{Hochsprunganlage} = \frac{1}{2} \cdot 30^2 \cdot \pi\ m^2 - 2849,07\ m^2 + \frac{1}{2} \cdot 104,32^2 \cdot \sin 30°\ m^2$ $A_{Hochsprunganlage} = 1285,31\ m^2$ $Kosten = 1285,31\ m^2 \cdot 18,50\ \frac{€}{m^2}$ $\qquad Kosten = 23778,24\ €$	3
		15

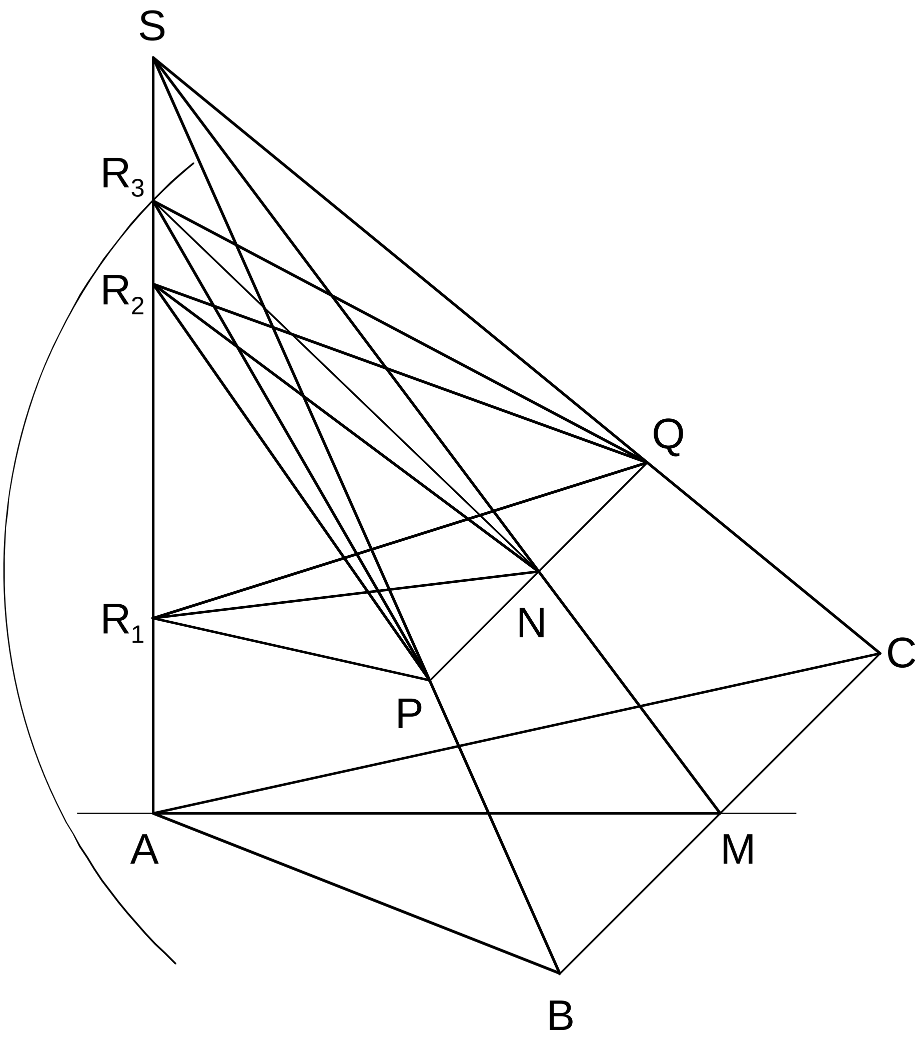
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 3**

Lösungsmuster und Bewertung

D 3.1



2

D 3.2 $\tan\alpha = \frac{10\text{ cm}}{7{,}5\text{ cm}}$ $\alpha = 53{,}13°$ $\alpha \in]0°;90°[$

$\overline{MS} = \sqrt{10^2 + 7{,}5^2}\text{ cm}$ $\overline{MS} = 12{,}50\text{ cm}$

$V_{ABCS} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 7{,}5\cdot 10\text{ cm}^3$ $V_{ABCS} = 150\text{ cm}^3$

3

D 3.3 Einzeichnen des Dreiecks PQR_1

$A_{PQR_1} = \frac{1}{2} \cdot \overline{PQ} \cdot \overline{NR_1}$

$\frac{\overline{PQ}}{12\text{ cm}} = \frac{(12,5-4)\text{ cm}}{12,5\text{ cm}}$ $\quad \overline{PQ} = \frac{12 \cdot 8,5}{12,5}\text{ cm}$ $\quad \overline{PQ} = 8,16\text{ cm}$

$\sphericalangle NR_1S = 180° - (90° - 53,13°) - 60°$ $\quad \sphericalangle NR_1S = 83,13°$

$\frac{\overline{NR_1}}{\sin(90° - 53,13°)} = \frac{8,5\text{ cm}}{\sin 83,13°}$

$\overline{NR_1} = \frac{8,5 \cdot \sin 36,87°}{\sin 83,13°}\text{ cm}$ $\quad \overline{NR_1} = 5,14\text{ cm}$

$A_{PQR_1} = \frac{1}{2} \cdot 8,16 \cdot 5,14\text{ cm}^2$ $\quad A_{PQR_1} = 20,97\text{ cm}^2$

5

D 3.4 Einzeichnen des Dreiecks PQR_2

$\overline{NR_2} = \sqrt{3^2 + 8,5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8,5 \cdot \cos 36,87°}\text{ cm}$ $\quad \overline{NR_2} = 6,36\text{ cm}$

$\tan\frac{\varepsilon}{2} = \frac{4,08\text{ cm}}{6,36\text{ cm}}$ $\quad \varepsilon = 65,36°$ $\quad \varepsilon \in]0°;180°[$

3

D 3.5 $\tan 60° = \frac{\overline{NR_3}}{0,5 \cdot \overline{PQ}}$ $\quad \overline{NR_3} = 4,08 \cdot \tan 60°\text{ cm}$ $\quad \overline{NR_3} = 7,07\text{ cm}$

Einzeichnen des Dreiecks PQR_3

$\frac{\sin\varphi}{8,5\text{ cm}} = \frac{\sin 36,87°}{7,07\text{ cm}}$ $\quad \sin\varphi = \frac{8,5 \cdot \sin 36,87°}{7,07}$

Aufgrund der Zeichnung gilt:

$(\varphi = 46,17° \quad \vee) \quad \varphi = 133,83°$

3

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.