Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Aufgabengruppe A** | **Aufgabe A 1**

A 1.0 Ein Kondensator (Speicher für elektrische Energie) wird an einer Elektrizitätsquelle für Gleichspannung aufgeladen. Die Kondensatorspannung y V (Volt) wird in Abhängigkeit von der Zeit x s (Sekunden) für $x \geqq 0$ durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 7 - 7 \cdot 2{,}72^{-0{,}5x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ beschrieben.

A 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 6]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 s; $0 \leqq x \leqq 7$

Auf der y-Achse: 1 cm für 1 V; $0 \leqq y \leqq 9$ 2 P

A 1.2 Die maximale Spannung am Kondensator nennt man Sättigungsspannung. Diese beträgt bei diesem Kondensator 7 V.
Berechnen Sie, auf wie viel Prozent der Sättigungsspannung die Kondensatorspannung nach 2,60 s angestiegen ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

A 1.3 Berechnen Sie die Zeit, nach der die Kondensatorspannung auf 84% der Sättigungsspannung angestiegen ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

A 1.4 Eine Sekunde nach dem Beginn der Aufladung des in 1.0 beschriebenen Kondensators wird ein zweiter Kondensator entladen. Der Zusammenhang zwischen der Zeit x s und der Spannung y V an diesem Kondensator wird durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 8{,}5 \cdot 2{,}72^{-0{,}5(x-1)}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ für $x \geqq 1$ beschrieben. Dabei steht x s für die Zeit ab dem Beginn der Aufladung des ersten Kondensators.
Tabellarisieren Sie die Funktion f_2 für $x \in [1; 6]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.5 Bestimmen Sie aus der Zeichnung auf Zehntel Sekunden genau, nach welchen Zeiten sich die Spannungen an beiden Kondensatoren um 4,0 V voneinander unterscheiden. 2 P

A 1.6 Berechnen Sie auf Hundertstel Sekunden gerundet die Zeit x s, nach der an beiden Kondensatoren die gleiche Spannung anliegt. 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Punkte $A(1\,|\,-1)$, $B_n(3+4\cdot\cos\varphi\,|\,1-3\cdot\sin^2\varphi)$ mit $\varphi\in[0°;123,27°[$ und $C(5\,|\,1)$ sind Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n. Der Punkt S ist der Schnittpunkt der Diagonalen der Vierecke AB_nCD_n und zugleich der Mittelpunkt der Diagonale [AC]. Gleichzeitig teilt der Punkt S die Diagonalen $[B_nD_n]$ im Verhältnis $\overline{B_nS}:\overline{SD_n}=1:3$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Vierecke AB_1CD_1 für $\varphi=90°$ und AB_2CD_2 für $\varphi=60°$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 7$; $-3\leqq y\leqq 7$ 2 P

A 2.2 Die Punkte B_n können auf die Punkte D_n abgebildet werden.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von φ. Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass sich die Gleichung des Trägergraphen p der Punkte D_n in der Form $y=-\frac{1}{16}\cdot(x-3)^2+6$ darstellen lässt.
[Teilergebnis: $D_n(3-12\cdot\cos\varphi\,|\,-3+9\sin^2\varphi)$]
Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen p in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. 5 P

A 2.3 Unter den Vierecken AB_nCD_n gibt es ein Drachenviereck AB_3CD_3.
Zeichnen Sie dieses Drachenviereck in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.
Bestimmen Sie rechnerisch den zugehörigen Wert für φ sowie die Koordinaten des Punktes B_3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass sich der Flächeninhalt $A(\varphi)$ der Vierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von φ wie folgt darstellen lässt:
$A(\varphi)=(-24\cdot\cos^2\varphi+16\cdot\cos\varphi+16)$ FE . 4 P

A 2.5 Unter den Vierecken AB_nCD_n besitzt das Viereck AB_0CD_0 den größten Flächeninhalt A_{max}.
Berechnen Sie diesen Flächeninhalt und den zugehörigen Wert von φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

Prüfungsdauer: **150 Minuten**	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Das gleichseitige Dreieck PQR mit der Seitenlänge 9 cm ist die Grundfläche der Pyramide PQRS mit der Spitze S. Der Punkt F ist der Mittelpunkt der Strecke [QP]. Der Fußpunkt H der Pyramidenhöhe [SH] liegt auf der Geraden FR. Das Maß des Winkels RFS beträgt 120° und es gilt $\overline{FS} = 10\text{ cm}$.

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide PQRS. Dabei soll die Strecke [FR] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann die Streckenlänge $\overline{RS}$ und das Maß γ des Winkels SRF. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{RS} = 15{,}45\text{ cm}$; $\gamma = 34{,}09°$] 4 P

A 3.2 Punkte C_n auf der Seitenkante [RS] sind Spitzen von Pyramiden $PQRC_n$. Die Winkel FC_nR haben das Maß φ.

Zeichnen Sie in das Schrägbild zu 3.1 die Pyramide $PQRC_1$ für $\varphi = 65°$ ein.

Geben Sie das Intervall für φ an, sodass man Pyramiden $PQRC_n$ erhält. Berechnen Sie dazu die Intervallgrenzen auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

A 3.3 Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen $V(\varphi)$ der Pyramiden $PQRC_n$ in Abhängigkeit von φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{C_nR}(\varphi) = \frac{7{,}79\sin(\varphi + 34{,}09°)}{\sin\varphi}\text{ cm}$] 4 P

A 3.4 Das Maß α der Winkel PQC_n in den Dreiecken QPC_n hängt vom Maß φ der Winkel FC_nR ab.

Berechnen Sie die Länge der Strecken $[FC_n]$ in Abhängigkeit von φ und zeigen Sie, dass gilt: $\tan\alpha = \frac{0{,}97}{\sin\varphi}$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

A 3.5 Unter den Pyramiden $PQRC_n$ gibt es zwei Pyramiden $PQRC_2$ und $PQRC_3$, bei denen die Maße der Winkel QC_2P und QC_3P jeweils 90° betragen.

Ermitteln Sie rechnerisch das jeweils zugehörige Winkelmaß φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 2 P

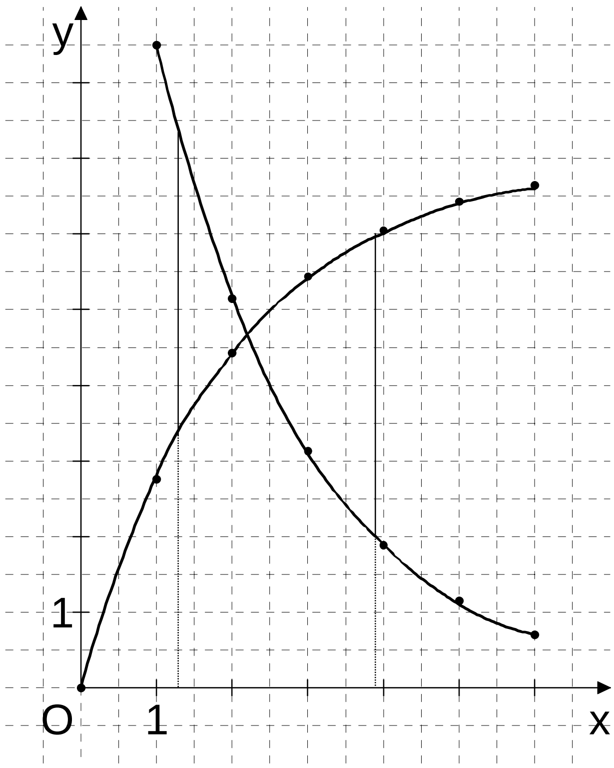
Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

A 1.1 $f_1:\ y = 7 - 7 \cdot 2{,}72^{-0{,}5 \cdot x}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

x	0	1	2	3	4	5	6
$7 - 7 \cdot 2{,}72^{-0{,}5 \cdot x}$	0	2,76	4,43	5,44	6,05	6,43	6,65



Einzeichnen des Graphen zu f_1 2

A 1.2 $y = 7 - 7 \cdot 2{,}72^{-0{,}5 \cdot 2{,}60}$ $y \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow$ $y = 5{,}09$ $\mathbb{L} = \{5{,}09\}$

$\frac{5{,}09}{7} \cdot 100\% = 72{,}71\%$

Die Kondensatorspannung beträgt 72,71% der Sättigungsspannung. 2

A 1.3 $\frac{84\%}{100\%} \cdot 7\text{ V} = 5{,}88\text{ V}$

$5{,}88 = 7 - 7 \cdot 2{,}72^{-0{,}5 \cdot x}$ $\qquad x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{5{,}88 - 7}{-7} = 2{,}72^{-0{,}5 \cdot x}$

$\Leftrightarrow \quad -0{,}5 \cdot x = \log_{2{,}72} 0{,}16$

$\Leftrightarrow \quad x = 3{,}66$ $\qquad \mathbb{L} = \{3{,}66\}$

Die Zeit beträgt 3,66 s. 3

A 1.4 $f_2 :\ y = 8{,}5 \cdot 2{,}72^{-0{,}5 \cdot (x-1)}$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

x	1	2	3	4	5	6
$8{,}5 \cdot 2{,}72^{-0{,}5 \cdot (x-1)}$	8,50	5,15	3,13	1,89	1,15	0,70

Einzeichnen des Graphen zu f_2 2

A 1.5 Nach einer Zeit von ca. 1,3 s oder ca. 3,9 s (entsprechend der Zeichnung) unterscheiden sich die Spannungen der beiden Kondensatoren um 4,0 V. 2

A 1.6 $7 - 7 \cdot 2{,}72^{-0{,}5x} = 8{,}5 \cdot 2{,}72^{-0{,}5 \cdot (x-1)}$ $\qquad x \in \mathbb{R}$

...

$\Leftrightarrow \quad x = 2{,}20$ $\qquad \mathbb{L} = \{2{,}20\}$

Nach 2,20 s liegt an den beiden Kondensatoren die gleiche Spannung an. 4

15

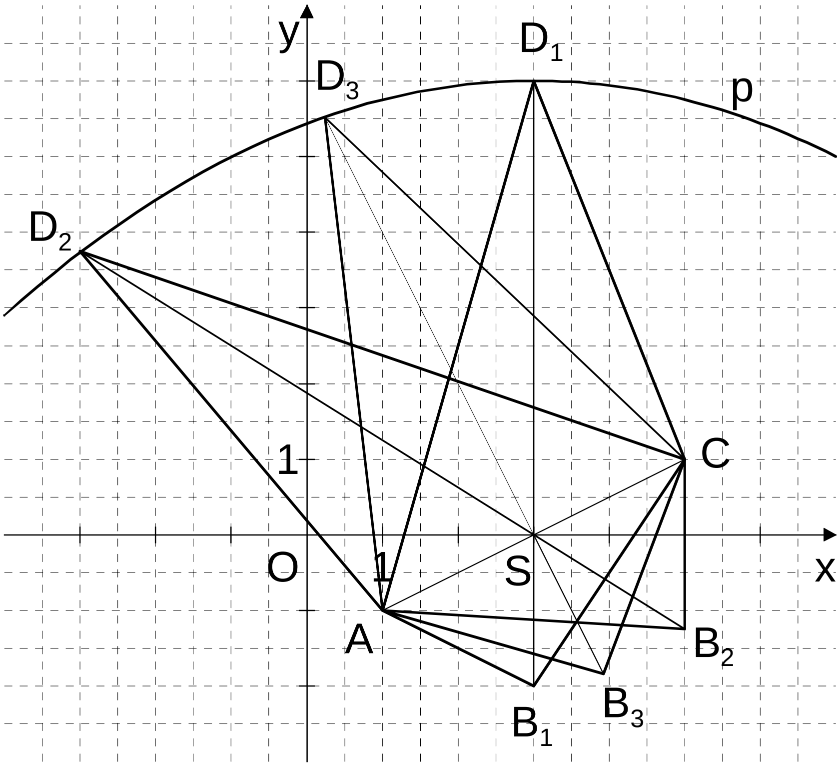
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

A 2.1 $B_1(3\,|\,-2)$ $B_2(5\,|\,-1{,}25)$



Zeichnen der Vierecke AB_1CD_1 und AB_2CD_2 2

A 2.2 $S\left(\frac{1+5}{2}\,\middle|\,\frac{-1+1}{2}\right) = S(3\,|\,0)$ $D_n(x\,|\,y)$

$$\overrightarrow{OD_n} = \overrightarrow{OS} \oplus 3\cdot\overrightarrow{B_nS}$$

$$\overrightarrow{OD_n} = \begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix} \oplus 3\cdot\begin{pmatrix}3-3-4\cos\varphi\\0-1+3\sin^2\varphi\end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ \varphi\in[0°;123{,}27°[$$

$$\overrightarrow{OD_n} = \begin{pmatrix}3-12\cos\varphi\\-3+9\sin^2\varphi\end{pmatrix} \qquad D_n(3-12\cos\varphi\,|\,-3+9\sin^2\varphi)$$

$$\left|\begin{array}{l} x = 3-12\cos\varphi \\ \wedge\quad y=-3+9(1-\cos^2\varphi)\end{array}\right. \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ \varphi\in[0°;123{,}27°[$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} \cos\varphi = \frac{3-x}{12} \\ \wedge\quad y = 6-9\cos^2\varphi\end{array}\right. \qquad \Leftrightarrow \quad y = -\frac{9}{144}\cdot(3-x)^2+6$$

$$\Leftrightarrow \quad y = -\frac{1}{16}\cdot(x-3)^2+6$$

Einzeichnen des Trägergraphen p 5

A 2.3 Einzeichnen des Drachenvierecks AB_3CD_3

Drachenviereck: $\overrightarrow{AC} \odot \overrightarrow{B_3D_3} = 0$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} -16\cos\varphi \\ 8-12\cos^2\varphi \end{pmatrix} = 0 \qquad \varphi \in [0°;123,27°[$$

$$\Leftrightarrow \quad -24\cos^2\varphi - 64\cos\varphi + 16 = 0$$

...

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 76,69° \quad (\vee \quad \varphi = 283,31°) \qquad \mathbb{L} = \{76,69°\}$$

$$B_3(3+4\cdot\cos 76,69° \,|\, 1-3\cdot\sin^2 76,69°) = B_3(3,92 \,|\, -1,84)$$

4

A 2.4 $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} 2+4\cos\varphi \\ 2-3\sin^2\varphi \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} 2+4\cos\varphi \\ 2-3(1-\cos^2\varphi) \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AD_n} = \begin{pmatrix} 2-12\cos\varphi \\ -2+9\sin^2\varphi \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AD_n} = \begin{pmatrix} 2-12\cos\varphi \\ 7-9\cos^2\varphi) \end{pmatrix}$

$$A(\varphi) = \left[\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} 2+4\cos\varphi & 4 \\ -1+3\cos^2\varphi & 2 \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} 4 & 2-12\cos\varphi \\ 2 & 7-9\cos^2\varphi \end{vmatrix}\right] \text{FE}$$

$$A(\varphi) = \frac{1}{2}\cdot\left[4+8\cos\varphi+4-12\cos^2\varphi+28-36\cos^2\varphi-4+24\cos\varphi\right] \text{FE}$$

$$A(\varphi) = \frac{1}{2}\cdot\left[-48\cos^2\varphi+32\cos\varphi+32\right] \text{FE}$$

$$A(\varphi) = (-24\cos^2\varphi+16\cos\varphi+16) \text{ FE}$$

4

A 2.5 $A(\varphi) = -24(\cos^2\varphi - \frac{2}{3}\cos\varphi - \frac{2}{3})$ FE $\qquad \varphi \in [0°;123,27°[$

$$A(\varphi) = [-24(\cos\varphi - \frac{1}{3})^2 + 18\frac{2}{3}] \text{ FE}$$

$\cos\varphi = \frac{1}{3}$ $\qquad \varphi = 70,53° \quad (\vee \quad \varphi = 289,47°) \qquad A_{max} = 18,67$ FE

2

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

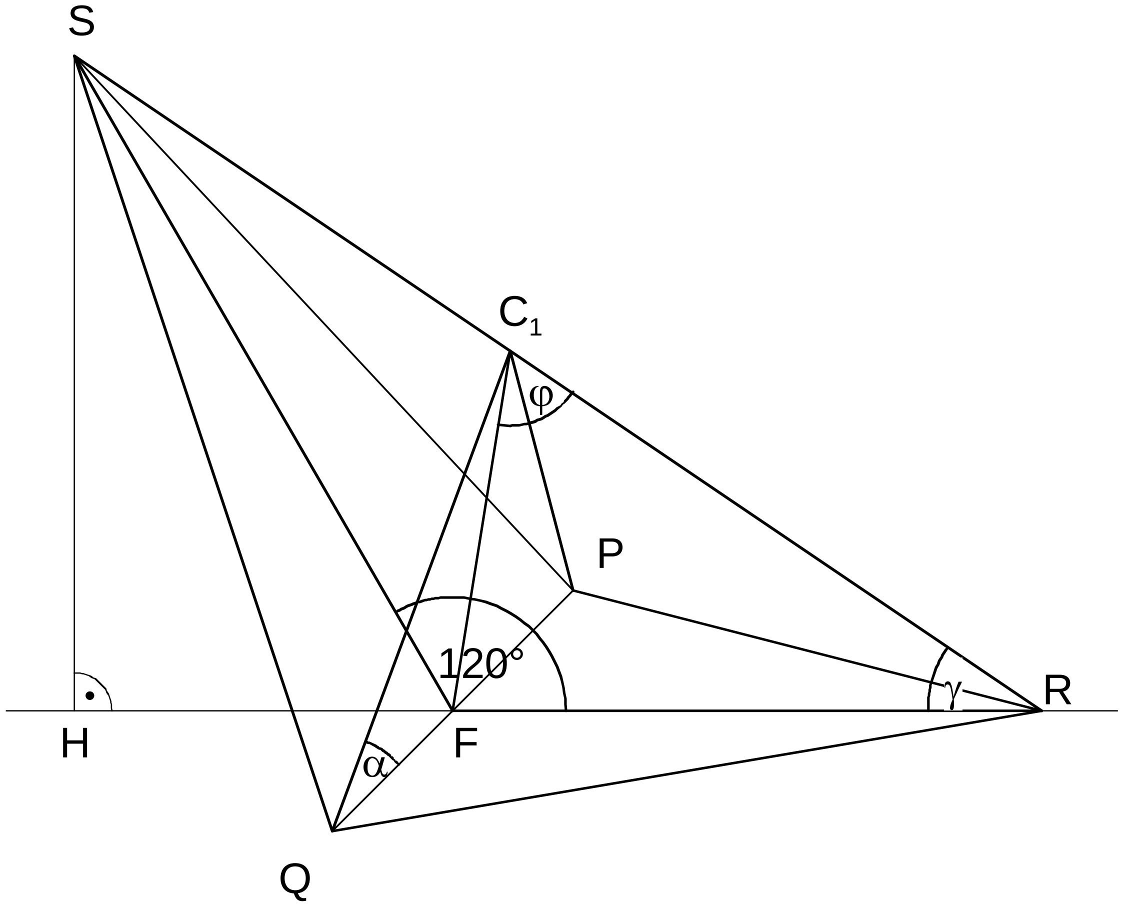
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

Lösungsmuster und Bewertung

A 3.1



$\overline{RS} = \sqrt{10^2 + (4{,}5\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 10 \cdot 4{,}5\sqrt{3} \cdot \cos 120°}$ cm

$\overline{RS} = 15{,}45$ cm

$\frac{\sin\gamma}{10\text{ cm}} = \frac{\sin 120°}{15{,}45\text{ cm}}$ $\quad 0° < \gamma < 60°$

$\Leftrightarrow \quad \sin\gamma = \frac{10 \cdot \sin 120°}{15{,}45}$ $\quad \gamma = 34{,}09° \quad (\vee \quad \gamma = 145{,}91°)$

4

A 3.2 Einzeichnen der Pyramide $PQRC_1$

untere Intervallgrenze: $180° - (120° + 34{,}09°) = 25{,}91°$

obere Intervallgrenze: $180° - 34{,}09° = 145{,}91°$

$\varphi \in [25{,}91°;\ 145{,}91°[$

3

A 3.3 $V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4,5\sqrt{3} \cdot \overline{C_nR}(\varphi) \cdot \sin 34,09° \text{ cm}^2$ $\qquad \varphi \in [25,91°; 145,91°[$

$$\frac{\overline{C_nR}(\varphi)}{\sin[180° - (\varphi + 34,09°)]} = \frac{4,5\sqrt{3} \text{ cm}}{\sin\varphi} \qquad \varphi \in [25,91°; 145,91°[$$

$$\frac{\overline{C_nR}(\varphi)}{\sin(\varphi + 34,09°)} = \frac{4,5\sqrt{3} \text{ cm}}{\sin\varphi}$$

$$\overline{C_nR}(\varphi) = \frac{7,79 \cdot \sin(\varphi + 34,09°)}{\sin\varphi} \text{ cm}$$

...

$$V(\varphi) = \frac{51,05 \cdot \sin(\varphi + 34,09°)}{\sin\varphi} \text{ cm}^3$$

4

A 3.4 $\frac{\overline{FC_n}(\varphi)}{\sin 34,09°} = \frac{4,5\sqrt{3} \text{ cm}}{\sin\varphi}$ $\qquad \varphi \in [25,91°; 145,91°[$

$$\overline{FC_n}(\varphi) = \frac{4,37 \text{ cm}}{\sin\varphi}$$

$$\tan\alpha = \frac{\overline{FC_n}(\varphi)}{4,5 \text{ cm}} \qquad \tan\alpha = \frac{4,37 \text{ cm}}{4,5 \text{ cm} \cdot \sin\varphi} \qquad \tan\alpha = \frac{0,97}{\sin\varphi}$$

2

A 3.5 $\tan 45° = \frac{0,97}{\sin\varphi}$ $\qquad \varphi \in [25,91°; 145,91°[$

$\Leftrightarrow \quad \sin\varphi = 0,97$

$\Leftrightarrow \quad \varphi = 75,93° \quad \vee \quad \varphi = 104,07°$ $\qquad \mathbb{L} = \{75,93°; 104,07°\}$

2

15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Das Bruttoinlandsprodukt gibt den Wert der wirtschaftlichen Leistung eines Staates für ein Jahr an. Beträgt das Bruttoinlandsprodukt eines Staates am Ende eines Jahres y_0 Billionen €, so lässt sich bei einer jährlichen Wachstumsrate von p% das Bruttoinlandsprodukt nach x Jahren in y Billionen € mit einer Gleichung der Form $y = y_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^x$ berechnen.

B 1.1 Am Ende des Jahres 1999 betrug das Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland 1,92 Billionen €. Bei einer jährlichen Wachstumsrate von 2,5% kann das Bruttoinlandsprodukt der folgenden Jahre in Billionen € mit der Gleichung $y = 1{,}92 \cdot 1{,}025^x$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+)$ berechnet werden. Diese Gleichung legt die Funktion f_1 fest.
Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 in ein Diagramm.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 1 Jahr; $0 \leqq x \leqq 11$

Auf der y-Achse: 1 cm für 0,2 Billionen €; $0 \leqq y \leqq 2{,}60$ 2 P

B 1.2 Berechnen Sie, in welchem Kalenderjahr das Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland bei einer jährlichen Wachstumsrate von 2,5% den Wert von 3 Billionen € übersteigen würde. 3 P

B 1.3 Am Ende des Jahres 1998 hatte Österreich ein Bruttoinlandsprodukt von 0,19 Billionen € bei einer jährlichen Wachstumsrate von 1,5%. Gleichzeitig hatte die Schweiz ein Bruttoinlandsprodukt von 0,25 Billionen € bei einer jährlichen Wachstumsrate von –0,2%.
Im wievielten Jahr haben beide Länder das gleiche Bruttoinlandsprodukt, wenn sich die jährlichen Wachstumsraten nicht ändern? 4 P

B 1.4 In Wirklichkeit ist in den drei Jahren nach 1999 das Bruttoinlandsprodukt der Bundesrepublik Deutschland von 1,92 Billionen € auf 2,10 Billionen € gestiegen.
Berechnen Sie auf eine Stelle nach dem Komma gerundet mit Hilfe der Gleichung aus 1.0 die jährliche Wachstumsrate p%. 3 P

B 1.5 Im wievielten Jahr ist das Bruttoinlandsprodukt eines Staates um 10% gestiegen, wenn die Wachstumsrate 1,8% beträgt? 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 2**

B 2.0 Der Punkt $O(0\,|\,0)$ und Punkte $Q_n(x\,|\,\frac{1}{2}x+3)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x+3$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$ sind Eckpunkte von Dreiecken OP_nQ_n, für die $\sphericalangle P_nOQ_n=45°$ und $\overline{OP_n}:\overline{OQ_n}=2:3$ gilt.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g sowie die Dreiecke OP_1Q_1 für $x=-3$ und OP_2Q_2 für $x=3$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 7$; $-3\leqq y\leqq 7$ 3 P

B 2.2 Die Punkte Q_n können auf die Punkte P_n abgebildet werden.
Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte P_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte Q_n gilt:
$P_n\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot x+\sqrt{2}\,\middle|\,-\frac{1}{6}\sqrt{2}\cdot x+\sqrt{2}\right)$. 3 P

B 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen h der Punkte P_n. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $h:\quad y=-0{,}34x+1{,}89$] 2 P

B 2.4 Der Eckpunkt P_3 des Dreiecks OP_3Q_3 liegt im I. Quadranten auf der Parabel p mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x^2-2x$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.
Zeichnen Sie die Parabel p sowie das Dreieck OP_3Q_3 in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß β des Winkels Q_3P_3O. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 6 P

B 2.5 Unter den Dreiecken OP_nQ_n hat das Dreieck OP_0Q_0 den kleinstmöglichen Flächeninhalt.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes Q_0. 3 P

Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ und $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Spitze S. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Seite [AD] und der Punkt F ist der Mittelpunkt der Seite [BC]. Der Fußpunkt P der Pyramidenhöhe liegt auf [EF]. Es gilt: $\overline{ES} = 7{,}5\,\text{cm}$ und $\overline{FS} = 9\,\text{cm}$.

B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS. Dabei soll [EF] auf der Schrägbildachse liegen.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels SFE sowie die Höhe $\overline{PS}$ der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\varepsilon = 51{,}95°$; $\overline{PS} = 7{,}09\,\text{cm}$] 4 P

B 3.2 Die Strecke [KM] mit $K \in [AB]$ und $M \in [DC]$ verläuft durch den Punkt P und ist parallel zur Strecke [BC]. Die Strecken $[R_nT_n]$ sind ebenfalls parallel zur Strecke [BC]. Sie schneiden die Strecke [FS] in den Punkten G_n und es gilt $R_n \in [BS]$ und $T_n \in [CS]$. Die Punkte K, R_n, T_n und M sind jeweils die Eckpunkte von gleichschenkligen Trapezen KR_nT_nM. Die Winkel FPG_n haben das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie das Trapez KR_1T_1M für $\varphi = 20°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein. 1 P

B 3.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Länge der Strecken $[PG_n]$ wie folgt in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach den Komma gerundet dargestellt werden kann:
$$\overline{PG_n}(\varphi) = \frac{4{,}37}{\sin(\varphi + 51{,}95°)}\,\text{cm}.$$ 2 P

B 3.4 Von allen Trapezen KR_nT_nM besitzt das Trapez KR_0T_0M die kürzeste Höhe $\overline{PG_0}$.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes KR_0T_0M. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 5 P

B 3.5 Für die Trapeze KR_2T_2M und KR_3T_3M sind die Strecken $[PG_2]$ bzw. $[PG_3]$ jeweils 5 cm lang.
Berechnen Sie die zugehörigen Winkelmaße φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

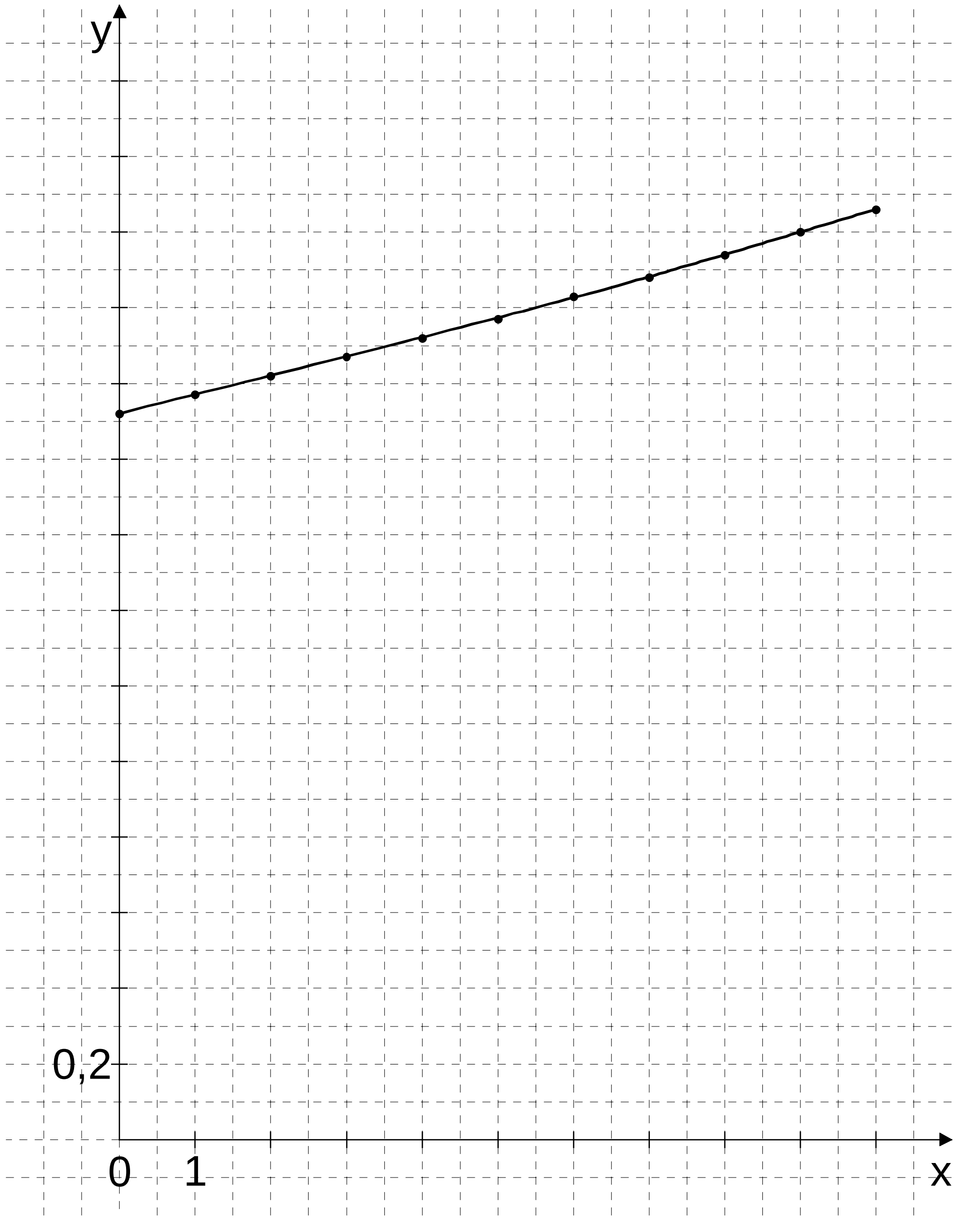
Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

B 1.1 $f_1: \; y = 1{,}92 \cdot 1{,}025^x$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1{,}92 \cdot 1{,}025^x$	1,92	1,97	2,02	2,07	2,12	2,17	2,23	2,28	2,34	2,40	2,46



Einzeichnen des Graphen zu f_1

2

B 1.2	$3 = 1{,}92 \cdot 1{,}025^x$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow \quad x = \log_{1{,}025}\left(\frac{3}{1{,}92}\right)$ $\Leftrightarrow \quad x = 18{,}1$ $\quad \mathbb{L} = \{18{,}1\}$ Im Lauf des Jahres 2018 würde das Bruttoinlandsprodukt den Wert von 3 Billionen € übersteigen.	3
B 1.3	$0{,}19 \cdot 1{,}015^x = 0{,}25 \cdot 0{,}998^x$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow \quad \left(\frac{1{,}015}{0{,}998}\right)^x = \frac{0{,}25}{0{,}19}$ $\Leftrightarrow \quad x = \log_{\left(\frac{1{,}015}{0{,}998}\right)}\left(\frac{0{,}25}{0{,}19}\right)$ $\Leftrightarrow \quad x = 16{,}2$ $\quad \mathbb{L} = \{16{,}2\}$ Im Lauf des 17. Jahres hätten beide Staaten das gleiche Bruttoinlandsprodukt.	4
B 1.4	$2{,}10 = 1{,}92 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}^+$ $\Leftrightarrow \quad 1 + \frac{p}{100} = \sqrt[3]{\frac{2{,}10}{1{,}92}}$ $\Leftrightarrow \quad p = 100 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{2{,}10}{1{,}92}} - 1\right)$ $\Leftrightarrow \quad p = 3{,}0$ $\quad \mathbb{L} = \{3{,}0\}$ Die (durchschnittliche) jährliche Wachstumsrate betrug 3,0%.	3
B 1.5	$1{,}1 \cdot y_0 = y_0 \cdot 1{,}018^x$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}^+;\ y_0 \in \mathbb{R}^+$ $1{,}1 = 1{,}018^x$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}^+$ $\Leftrightarrow \quad x = \log_{1{,}018} 1{,}1$ $\Leftrightarrow \quad x = 5{,}3$ $\quad \mathbb{L} = \{5{,}3\}$ Im sechsten Jahr ist das Bruttoinlandsprodukt um 10% gestiegen.	3
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

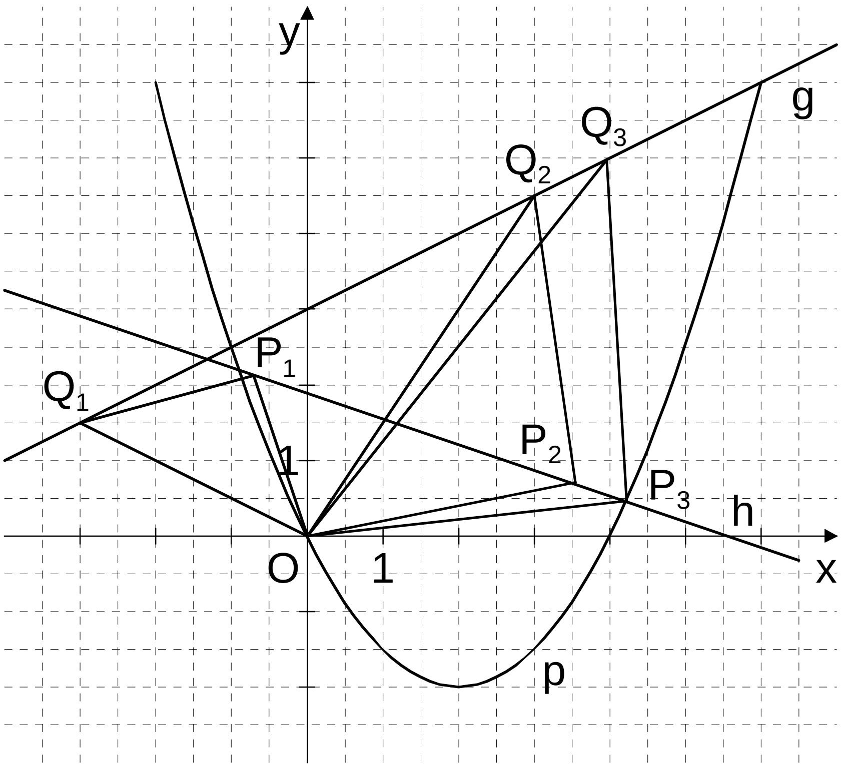
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1



Einzeichnen der Geraden g sowie der Dreiecke OP_1Q_1 und OP_2Q_2

3

B 2.2 $\overrightarrow{OQ_n} \xmapsto{O;\,\varphi=-45^\circ} \overrightarrow{OQ_n^*} \xmapsto{O;\,k=\frac{2}{3}} \overrightarrow{OP_n}$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{2}{3}\cdot\left[\begin{pmatrix} \cos(-45^\circ) & -\sin(-45^\circ) \\ \sin(-45^\circ) & \cos(-45^\circ) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ \frac{1}{2}x+3 \end{pmatrix}\right] \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{2}{3}\cdot\left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ \frac{1}{2}x+3 \end{pmatrix}\right]$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{2}{3}\cdot\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}x+\frac{1}{4}\sqrt{2}x+\frac{3}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2}x+\frac{1}{4}\sqrt{2}x+\frac{3}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{vmatrix} x' = \frac{1}{2}\sqrt{2}x+\sqrt{2} \\ \wedge\ y' = -\frac{1}{6}\sqrt{2}x+\sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$P_n\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}x+\sqrt{2}\ \middle|\ -\frac{1}{6}\sqrt{2}x+\sqrt{2}\right)$$

3

B 2.3 $P_n\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}x+\sqrt{2}\,\middle|\,-\frac{1}{6}\sqrt{2}x+\sqrt{2}\right)$ $\qquad P_n\left(0{,}71x+1{,}41\,\middle|\,-0{,}24x+1{,}41\right)$

$$\left|\begin{array}{l} x' = 0{,}71x+1{,}41 \\ \wedge\ y' = -0{,}24x+1{,}41 \end{array}\right. \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x\in\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x = 1{,}41x'-1{,}99 \\ \wedge\ y' = -0{,}24x+1{,}41 \end{array}\right. \qquad \Leftrightarrow\ y' = -0{,}24\cdot(1{,}41x'-1{,}99)+1{,}41$$

Gleichung des Trägergraphen: $h:\quad y = -0{,}34x+1{,}89$

2

B 2.4 Einzeichnen der Parabel p und des Dreiecks OP_3Q_3

$\{P_3\} = h \cap p$

$$0{,}5x^2-2x = -0{,}34x+1{,}89 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$$

$$\Leftrightarrow\quad 0{,}5x^2-1{,}66x-1{,}89 = 0$$

$$\Leftrightarrow\quad x = 4{,}22 \qquad (\vee\quad x = -0{,}90) \qquad \mathbb{L} = \{4{,}22\}$$

$P_3(4{,}22\,|\,-0{,}34\cdot 4{,}22+1{,}89)$ $\qquad P_3(4{,}22\,|\,0{,}46)$

$$\frac{1}{2}\sqrt{2}x+\sqrt{2} = 4{,}22 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow\quad x = 3{,}97 \qquad \mathbb{L} = \{3{,}97\}$$

$Q_3(3{,}97\,|\,0{,}5\cdot 3{,}97+3)$ $\qquad Q_3(3{,}97\,|\,4{,}99)$

$$\overrightarrow{P_3Q_3} = \begin{pmatrix} 3{,}97-4{,}22 \\ 4{,}99-0{,}46 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{P_3Q_3} = \begin{pmatrix} -0{,}25 \\ 4{,}53 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{P_3O} = \begin{pmatrix} -4{,}22 \\ -0{,}46 \end{pmatrix}$$

$$\cos\beta = \frac{\begin{pmatrix} -0{,}25 \\ 4{,}53 \end{pmatrix}\odot\begin{pmatrix} -4{,}22 \\ -0{,}46 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-0{,}25)^2+4{,}53^2}\cdot\sqrt{(-4{,}22)^2+(-0{,}46)^2}}$$

$$\cos\beta = \frac{-1{,}03}{19{,}26} \qquad \beta = 93{,}07°$$

6

B 2.5 $\overrightarrow{OQ_0}\perp g:$

$$\begin{pmatrix} x \\ 0{,}5x+3 \end{pmatrix}\odot\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow\quad 2x+0{,}5x+3 = 0$$

$$\Leftrightarrow\quad x = -1{,}2 \qquad \mathbb{L} = \{-1{,}2\}$$

3

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

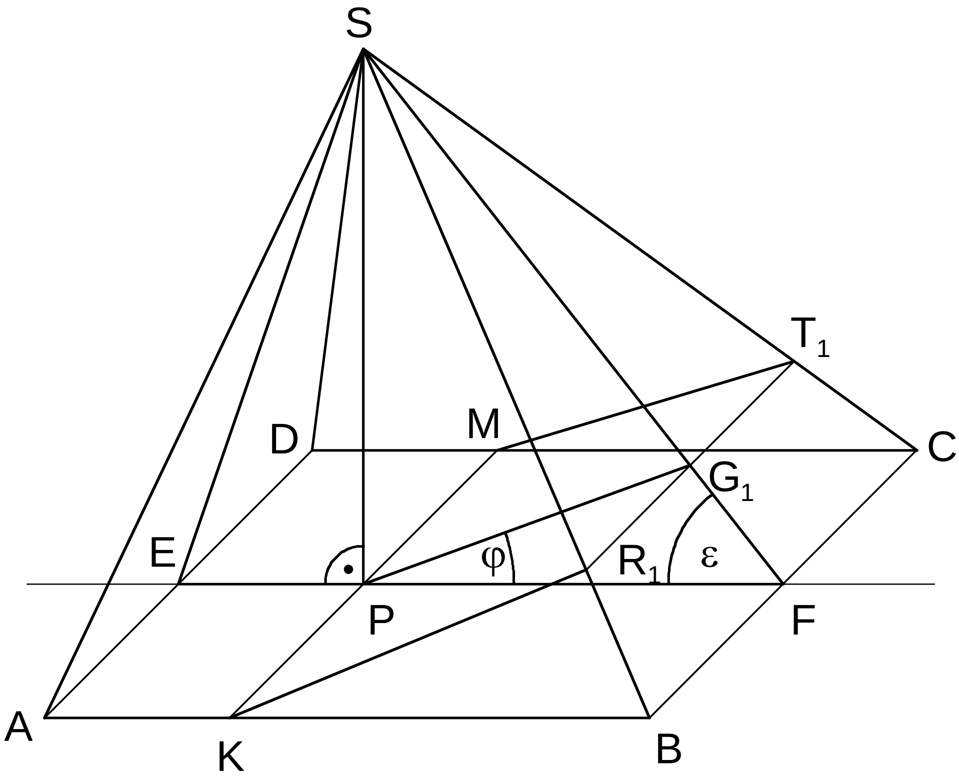
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I | **Aufgabengruppe B** | **Aufgabe B 3**

Lösungsmuster und Bewertung

B 3.1



$\cos\varepsilon = \dfrac{8^2 + 9^2 - 7{,}5^2}{2 \cdot 8 \cdot 9}$ $\qquad \varepsilon = 51{,}95°$ $\qquad \varepsilon \in]0°; 180°[$

$\overline{PS} = 9 \cdot \sin 51{,}95°\ \text{cm}$ $\qquad \overline{PS} = 7{,}09\ \text{cm}$

4

B 3.2 Einzeichnen des Trapezes KR_1T_1M

1

B 3.3 $\dfrac{\overline{PG_n}(\varphi)}{\sin 51{,}95°} = \dfrac{\overline{PF}}{\sin[180° - (\varphi + 51{,}95°)]}$ $\qquad \varphi \in]0°; 90°[$

$\overline{PG_n}(\varphi) = \dfrac{9 \cdot \cos 51{,}95° \cdot \sin 51{,}95°}{\sin(\varphi + 51{,}95°)}\ \text{cm}$

$\overline{PG_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}37}{\sin(\varphi + 51{,}95°)}\ \text{cm}$

2

B 3.4	$A = \frac{1}{2} \cdot (\overline{KM} + \overline{R_0T_0}) \cdot \overline{PG_0}$		
	$[PG_0] \perp [FS]$ $\quad \varphi = 90° - 51{,}95°$	$\varphi = 38{,}05°$	
	oder		
	$\sin(\varphi + 51{,}95°) = 1$	$\varphi = 38{,}05°$	
	$\overline{PG_0} = \frac{4{,}37}{1}$ cm	$\overline{PG_0} = 4{,}37$ cm	
	$\overline{FG_0} = 5{,}55 \cdot \cos 51{,}95°$ cm	$\overline{FG_0} = 3{,}42$ cm	
	$\overline{SG_0} = (9 - 3{,}42)$ cm	$\overline{SG_0} = 5{,}58$ cm	
	$\frac{\overline{R_0T_0}}{10 \text{ cm}} = \frac{5{,}58 \text{ cm}}{9 \text{ cm}}$	$\overline{R_0T_0} = 6{,}20$ cm	
	$A = \frac{1}{2} \cdot (10 + 6{,}20) \cdot 4{,}37 \text{ cm}^2$	$A = 35{,}40 \text{ cm}^2$	5
B 3.5	$5 = \frac{4{,}37}{\sin(\varphi + 51{,}95°)}$	$\varphi \in]0°; 90°[$	
	$\Leftrightarrow \quad \varphi = 8{,}98° \quad \vee \quad \varphi = 67{,}12°$	$\mathbb{L} = \{8{,}98°; 67{,}12°\}$	3
			15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I | **Nachtermin** | **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit der Gleichung $y = -2 \cdot 0{,}5^{x+1} + 5$ und f_2 mit der Gleichung $y = 0{,}5^{x+2} - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

C 1.1 Tabellarisieren Sie die Funktionen f_1 und f_2 jeweils für $x \in [-3; 5]$ mit $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann die Graphen zu f_1 und f_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 6$; $-4 \leqq y \leqq 6$ — 2 P

C 1.2 Punkte $A_n(x \mid -2 \cdot 0{,}5^{x+1} + 5)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n(x \mid 0{,}5^{x+2} - 3)$ auf dem Graphen zu f_2 sind Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte A_n und C_n haben jeweils dieselbe Abszisse x, und die y-Koordinate der Punkte A_n ist jeweils größer als die y-Koordinate der Punkte C_n. Außerdem gilt: $\overline{B_nD_n} = 4$ LE.
Zeichnen Sie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ für x = –1 und die Raute $A_2B_2C_2D_2$ für x = 3 in das Koordinatensystem zu 1.1. ein. — 2 P

C 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, für welche x-Werte der Punkte A_n es Rauten $A_nB_nC_nD_n$, wie in 1.2 festgelegt, gibt. — 3 P

C 1.4 Bestimmen Sie durch Rechnung die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. — 2 P

C 1.5 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es ein Quadrat $A_0B_0C_0D_0$.
Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes C_0. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 3 P

C 1.6 Geben Sie das Intervall für die möglichen Flächeninhalte der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ an. — 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die Punkte $A(0|0)$, $B_n(8\cos^2\varepsilon|-4\sin\varepsilon)$, $C(9|3)$ und D_n sind die Eckpunkte von Drachenvierecken AB_nCD_n mit AC als Symmetrieachse. Es gilt: $\varepsilon\in[0°;90°]$.

C 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte B_1 für $\varepsilon = 30°$ und B_2 für $\varepsilon = 60°$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann die Drachenvierecke AB_1CD_1 und AB_2CD_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2\leqq x\leqq 10$; $-4\leqq y\leqq 6$ 2 P

C 2.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte D_n in Abhängigkeit von ε. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $D_n(6{,}40\cos^2\varepsilon-2{,}40\sin\varepsilon\,|\,4{,}80\cos^2\varepsilon+3{,}20\sin\varepsilon)$] 3 P

C 2.3 Der Eckpunkt D_3 des Drachenvierecks AB_3CD_3 liegt auf der Winkelhalbierenden w des I. und III. Quadranten.
Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes B_3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

C 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt $A(\varepsilon)$ der Drachenvierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von ε.
Berechnen Sie sodann auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Winkelmaß für das Drachenviereck AB_0CD_0 dessen Flächeninhalt maximal ist. Geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.
[Teilergebnis: $A(\varepsilon)=(24\cos^2\varepsilon+36\sin\varepsilon)$ FE] 4 P

C 2.5 Neben den Drachenvierecken AB_nCD_n gibt es als Sonderfall das Dreieck B_4CD_4.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß ε auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 4 P

C 3.0 Eine Gärtnerei plant einen Glaspavillon als Ausstellungsraum für Pflanzen. Er soll aus einem Quader ABCDEFGH und einem pyramidenförmigen Dach EFGHS bestehen. Die Grundfläche ABCD ist quadratisch mit der Seitenlänge $\overline{AB} = 10\text{ m}$. Die Höhe des Quaders beträgt 6 m. Der Punkt M ist der Diagonalenschnittpunkt des Quadrats ABCD. Der Punkt N ist der Diagonalenschnittpunkt des Quadrats EFGH. Die Gesamthöhe des Pavillons beträgt $\overline{MS} = 10\text{ m}$.

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild des Pavillons im Maßstab 1:100. Dabei soll [AB] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels NES auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\varepsilon = 29{,}50°$] 4 P

C 3.2 Punkte P_n auf der Kante [ES] werden mit dem Punkt N zu Verstrebungen [NP_n] verbunden. Die Winkel P_nNE besitzen das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.

Zeichnen Sie eine beliebige Verstrebung [NP_1] in das Schrägbild zu 3.1 ein.

Zeigen Sie sodann, dass für die Längen der Verstrebungen [NP_n] in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt:

$$\overline{NP_n}(\varphi) = \frac{3{,}48}{\sin(\varphi + 29{,}50°)}\text{ m}.$$

3 P

C 3.3 Die durch die Verstrebungen [NP_n] entstehenden Dreiecke ENP_n werden zur Dekoration mit Stoff bespannt.

Berechnen Sie den Flächeninhalt $A(\varphi)$ der Dreiecke ENP_n in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Ergebnis: $A(\varphi) = \frac{12{,}30 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 29{,}50°)}\text{ m}^2$]

2 P

C 3.4 Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Stoffdreiecks, das man erhält, wenn die kürzestmögliche Verstrebung [NP_0] eingebaut wird. 3 P

C 3.5 Das Dreieck ENP_2 bedeckt 60% der Fläche des Dreiecks ENS.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

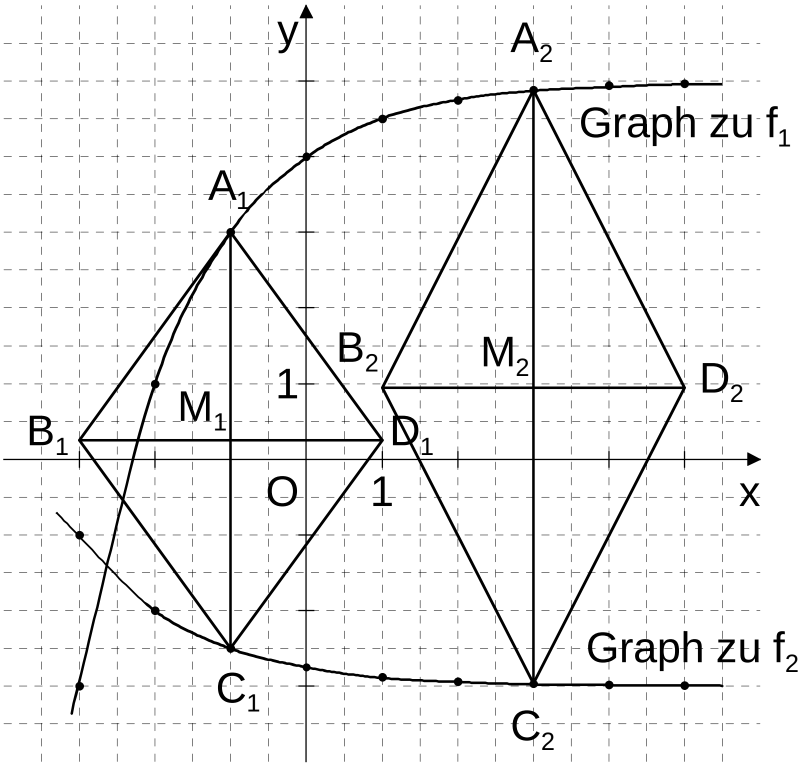
Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

Lösungsmuster und Bewertung

C 1.1

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$-2\cdot 0,5^{x+1}+5$	-3	1	3	4	4,5	4,75	4,88	4,94	4,97
$0,5^{x+2}-3$	-1	-2	-2,5	-2,75	-2,88	-2,94	-2,97	-2,98	-2,99



Einzeichnen der Graphen zu f_1 und f_2 2

C 1.2 Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ 2

C 1.3 $-2\cdot 0,5^{x+1}+5=0,5^{x+2}-3$ $\mathbb{G}=\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad -2\cdot 0,5^{x+1}-0,5\cdot 0,5^{x+1}=-8$

$\Leftrightarrow \quad 0,5^{x+1}=3,2$

$\Leftrightarrow \quad x+1=\log_{0,5}3,2$

$\Leftrightarrow \quad x=-2,68$ $\mathbb{L}=\{-2,68\}$

Für $x>-2,68$ erhält man Rauten $A_nB_nC_nD_n$. 3

C 1.4 $M_n\left(\frac{x+x}{2}\middle|\frac{-2\cdot 0{,}5^{x+1}+5+0{,}5^{x+2}-3}{2}\right)$ $\qquad -2{,}68 < x \in \mathbb{R}$

$M_n\left(x\middle|\frac{-2\cdot 0{,}5^{x+1}+0{,}5\cdot 0{,}5^{x+1}+2}{2}\right)$

$M_n(x\,|\,-0{,}75\cdot 0{,}5^{x+1}+1)$

2

C 1.5 $\overline{A_nC_n}(x)=(-2\cdot 0{,}5^{x+1}+5-0{,}5^{x+2}+3)$ LE

$-2\cdot 0{,}5^{x+1}+5-0{,}5^{x+2}+3=4$ $\qquad -2{,}68 < x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad -2{,}5\cdot 0{,}5^{x+1}=-4$

$\Leftrightarrow \quad 0{,}5^{x+1}=1{,}6$

$\Leftrightarrow \quad x+1=\log_{0{,}5}1{,}6$

$\Leftrightarrow \quad x=-1{,}68$ $\qquad \mathbb{L}=\{-1{,}68\}$

$C_0(-1{,}68\,|\,0{,}5^{-1{,}68+2}-3)=C_0(-1{,}68\,|\,-2{,}20)$

3

C 1.6 $A(x)=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot(-2\cdot 0{,}5^{x+1}+5-0{,}5^{x+2}+3)$ FE $\qquad -2{,}68 < x \in \mathbb{R}$

$A(x)=2\cdot(-2{,}5\cdot 0{,}5^{x+1}+8)$ FE

$A(x)=(-5\cdot 0{,}5^{x+1}+16)$ FE

$A(x)=(16-\frac{5}{2^{x+1}})$ FE $\qquad 0\text{ FE} < A(x) < 16\text{ FE}$

oder

$A=\frac{1}{2}\cdot 4\text{ LE}\cdot\overline{A_nC_n}$

$\overline{A_nC_n} < (5-(-3))$ LE

$\overline{A_nC_n} < 8$ LE

$A < \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 8$ FE

$A < 16$ FE $\qquad 0\text{ FE} < A(x) < 16\text{ FE}$

3

15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

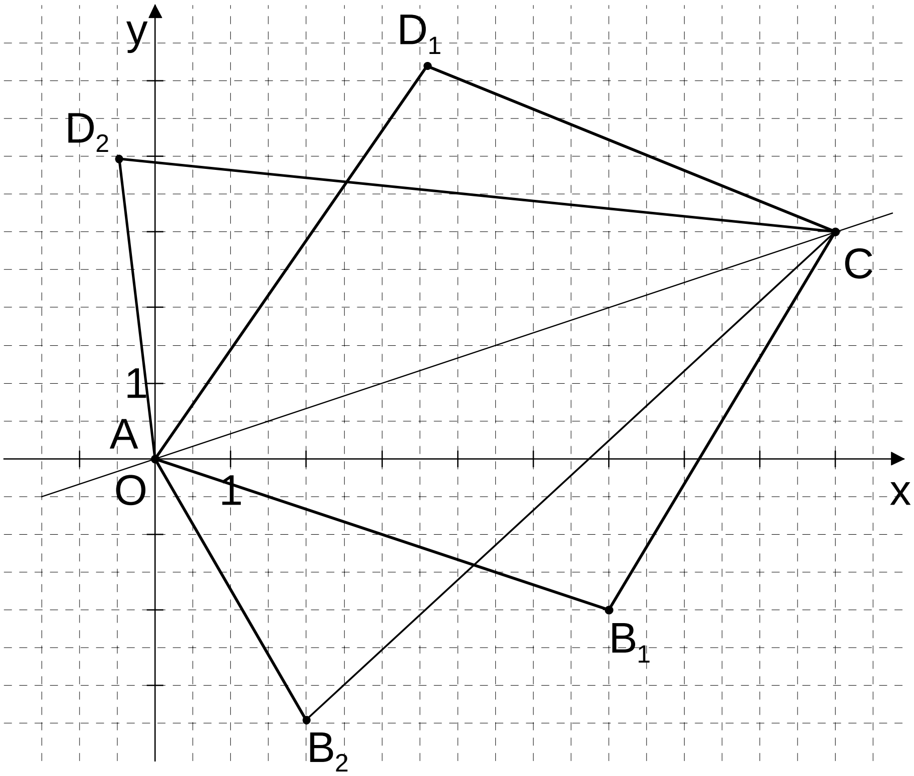
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1 $B_1(6\,|\,-2)$ $B_2(2\,|\,-3{,}46)$



Einzeichnen der Drachenvierecke AB_1CD_1 und AB_2CD_2 2

C 2.2 $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ $m = \frac{1}{3}$ $\tan\alpha = \frac{1}{3}$ $\alpha = 18{,}43\,°$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 36{,}86° & \sin 36{,}86° \\ \sin 36{,}86° & -\cos 36{,}86° \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 8\cos^2\varepsilon \\ -4\sin\varepsilon \end{pmatrix}$ $\varepsilon \in [0°;\, 90°]$

$D_n(6{,}40\cos^2\varepsilon - 2{,}40\sin\varepsilon\,|\,4{,}80\cos^2\varepsilon + 3{,}20\sin\varepsilon)$ 3

C 2.3	$6,40\cos^2\varepsilon - 2,40\sin\varepsilon = 4,80\cos^2\varepsilon + 3,20\sin\varepsilon \qquad \varepsilon \in [0°; 90°]$ $\Leftrightarrow \quad \sin^2\varepsilon + 3,5\sin\varepsilon - 1 = 0$ $\Leftrightarrow \quad \sin\varepsilon = 0,27 \quad (\vee \quad \sin\varepsilon = -3,77)$ $\Leftrightarrow \quad \varepsilon = 15,66° \quad (\vee \quad \varepsilon = 164,34°) \qquad \mathbb{L} = \{15,66°\}$ $B_3(7,42 \mid -1,08)$	4
C 2.4	$\overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} 8\cos^2\varepsilon \\ -4\sin\varepsilon \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ $A(\varepsilon) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 8\cos^2\varepsilon & 9 \\ -4\sin\varepsilon & 3 \end{vmatrix}$ FE $\qquad \varepsilon \in [0°; 90°]$ $A(\varepsilon) = (24\cos^2\varepsilon + 36\sin\varepsilon)$ FE $A(\varepsilon) = (24 - 24\sin^2\varepsilon + 36\sin\varepsilon)$ FE $A(\varepsilon) = [-24(\sin\varepsilon - 0,75)^2 + 37,5]$ FE $A_{max} = 37,5$ FE für $\varepsilon = 48,59° \quad (\vee \quad \varepsilon = 131,41°)$	4
C 2.5	$AB_4 \perp AC \qquad B_n(8\cos^2\varepsilon \mid -4\sin\varepsilon) \in AB_4: y = -3x$ $\Leftrightarrow \quad -4\sin\varepsilon = -3 \cdot 8\cos^2\varepsilon \qquad \varepsilon \in [0°; 90°]$ $\Leftrightarrow \quad \sin\varepsilon = 6(1 - \sin^2\varepsilon)$ $\Leftrightarrow \quad 6\sin^2\varepsilon + \sin\varepsilon - 6 = 0$ $\Leftrightarrow \quad \varepsilon = 66,95° \quad (\vee \quad \varepsilon = 113,05°) \qquad \mathbb{L} = \{66,95°\}$	4
		17

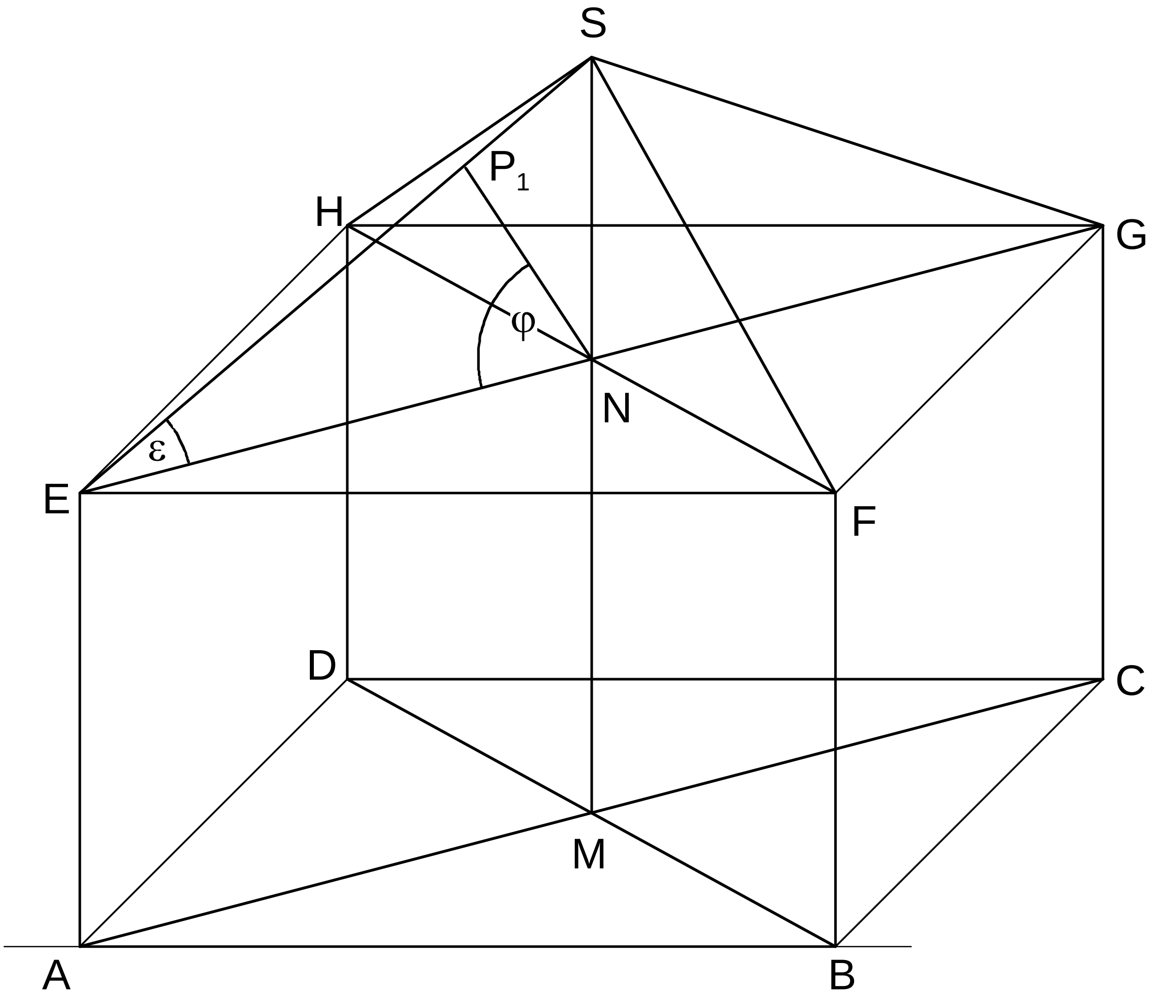
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 3**

Lösungsmuster und Bewertung

C 3.1



$\tan\varepsilon = \dfrac{\overline{SN}}{\overline{EN}}$ $\qquad \overline{EN} = \dfrac{1}{2}\sqrt{2}\cdot 10\text{ m}$ $\qquad \overline{EN} = 5\sqrt{2}\text{ m}$

$\tan\varepsilon = \dfrac{4}{5\sqrt{2}}$ $\qquad \varepsilon = 29{,}50°$

4

C 3.2 Einzeichnen der Verstrebung [NP_1]

$$\frac{\overline{NP_n}(\varphi)}{\sin\varepsilon} = \frac{\overline{EN}}{\sin[180° - (\varphi+\varepsilon)]} \qquad \varphi \in]0°; 90°[$$

$$\overline{NP_n}(\varphi) = \frac{5\sqrt{2}\cdot\sin 29{,}50°}{\sin(\varphi + 29{,}50°)}\text{ m} \qquad \overline{NP_n}(\varphi) = \frac{3{,}48}{\sin(\varphi+29{,}50°)}\text{ m}$$

3

C 3.3	$A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \overline{NP_n}(\varphi) \cdot \overline{EN} \cdot \sin\varphi$ $A(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3,48}{\sin(\varphi + 29,50°)} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sin\varphi \text{ m}^2$ $A(\varphi) = \frac{12,30 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 29,50°)} \text{ m}^2$	$\varphi \in]0°; 90°[$	2
C 3.4	$[NP_0] \perp [ES]$ $\quad \varphi = 90° - 29,50°$ oder $\sin(\varphi + 29,50°) = 1$ $A(60,50°) = \frac{12,30 \cdot \sin 60,50°}{1} \text{ m}^2$ $A(60,50°) = 10,71 \text{ m}^2$	$\varphi = 60,50°$ $\varphi = 60,50°$	3
C 3.5	$A_{ENS} = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 4 \text{ m}^2$ $\frac{12,30 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 29,50°)} = 0,6 \cdot 10\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow \quad \varphi = 40,37°$	$A_{ENS} = 10\sqrt{2} \text{ m}^2$ $\varphi \in]0°; 90°[$ $\mathbb{L} = \{40,37°\}$	3
			15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.