Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + 0,5x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $c \in \mathbb{R}$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-1|-4)$ und $Q(5|-7)$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,5x + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,25x^2 + 0,5x - 3,25$ hat.
Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-3; 5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 9$; $-9 \leqq y \leqq 5$ 4 P

A 1.2 Punkte $A_n\left(x\middle|-0,25x^2 + 0,5x - 3,25\right)$ auf der Parabel p und Punkte $D_n(x|-0,5x+3)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x. Sie bilden zusammen mit den Punkten B_n und C_n Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ und es gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overline{B_nC_n} = 3\,\text{LE}$ und $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.3 Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Gerade A_1B_1 Tangente an die Parabel p ist.
[Teilergebnis: $A_1B_1: \quad y = 0,75x - 3,25$] 3 P

A 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Seitenlänge $\overline{A_nD_n}(x)$ aller Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nD_n}(x) = (0,25x^2 - x + 6,25)\,\text{LE}$. 1 P

A 1.5 Stellen Sie den Flächeninhalt A(x) der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.
Berechnen Sie sodann den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min}.
[Teilergebnis: $A(x) = (0,5x^2 - 2x + 18,5)\,\text{FE}$] 3 P

A 1.6 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, in denen der Winkel $A_3D_3C_3$ bzw. $A_4D_4C_4$ jeweils das Maß 90° hat.
Begründen Sie, dass für diese beiden Trapeze gilt: $\overline{A_3D_3} = 6\,\text{LE}$ bzw. $\overline{A_4D_4} = 6\,\text{LE}$.
Berechnen Sie sodann die x-Koordinaten der Punkte A_3 und A_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Firma Maier erhält von der Messeleitung ein dreieckiges Grundstück ABC auf dem Messefreigelände zugewiesen, auf dem sie ihren Informationspavillon errichten kann. Der Pavillon hat eine kreisförmige Grundfläche und wird so auf die Dreiecksfläche gestellt, dass seine Grundfläche die drei Seiten des Grundstücks ABC berührt.

Das Dreieck ABC hat die Seitenlängen $\overline{AB} = 9,50\text{ m}$, $\overline{AC} = 8,00\text{ m}$ und $\overline{BC} = 12,00\text{ m}$.

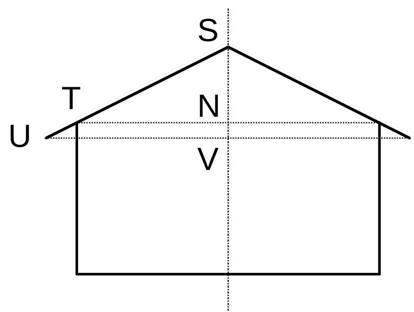
Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

A 2.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels BAC und das Maß β des Winkels CBA des Dreiecks ABC.
Zeichnen Sie das dreieckige Grundstück ABC im Maßstab 1 : 100.
[Teilergebnis: $\alpha = 86,13°$; $\beta = 41,69°$] 3 P

A 2.2 Die Winkelhalbierenden der Winkel BAC und CBA schneiden sich im Punkt M. Der Fußpunkt des Lotes von M auf die Seite [AB] ist der Punkt D, von M auf [BC] der Punkt E und von M auf [AC] der Punkt F.
Zeichnen Sie die beiden Winkelhalbierenden und tragen Sie die Punkte M, D, E und F sowie die kreisförmige Pavillongrundfläche in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Ermitteln Sie sodann rechnerisch den Radius [MD] der Pavillongrundfläche.
[Teilergebnis: $\overline{MD} = 2,57\text{ m}$] 4 P

A 2.3 Der Eingangsbereich zum Pavillon ist die Fläche, die vom Kreisbogen $\overset{\frown}{DE}$ und von den Strecken [BE] und [BD] begrenzt wird.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Eingangsbereichs.
[Teilergebnis: $\overline{BD} = 6,75\text{ m}$] 4 P

A 2.4 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt des Pavillons aus 2.0.
Der Pavillon hat die Form eines Zylinders, auf dem ein kegelförmiges Dach aufgesetzt ist. Dadurch vergrößert sich die Höhe des Pavillons um die Länge der Strecke $\overline{SN} = 1,75\text{ m}$.



Wie viele Quadratmeter Zeltplane werden für die Dachfläche des Pavillons benötigt, wenn das Dach des Pavillons ringsherum einen Überstand $\overline{TU} = 10\text{ cm}$ haben soll (siehe Axialschnitt)?
[Teilergebnis: $\overline{UV} = 2,65\text{ m}$] 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. D ist der Mittelpunkt der Basis [BC]. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt $E \in [AD]$.

Es gilt: $\overline{BC} = 12\text{ cm}$, $\overline{AD} = 9\text{ cm}$, $\overline{DE} = 3\text{ cm}$ und $\overline{ES} = 10\text{ cm}$

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AD] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 60°$ 2 P

A 3.2 Berechnen Sie sodann das Maß δ des Winkels SDA und die Länge der Strecke [DS] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\delta = 73{,}30°$; $\overline{DS} = 10{,}44\text{ cm}$] 2 P

A 3.3 $P_n \in [BS]$ und $Q_n \in [CS]$ sind zusammen mit B und C Eckpunkte von Trapezen BCQ_nP_n mit $[P_nQ_n] \parallel [BC]$. Die Punkte $R_n \in [DS]$ sind die Mittelpunkte der Strecken $[P_nQ_n]$. Es gilt: $\overline{DR_n} = x\text{ cm}$ $(0 < x < 10{,}44;\ x \in \mathbb{R})$

Zeichnen Sie das Trapez BCQ_1P_1 mit x = 5 in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß φ des Winkels DAR_1. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

A 3.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A(x) der Trapeze BCQ_nP_n in Abhängigkeit von x gilt: $A(x) = (-0{,}58x^2 + 12x)\text{ cm}^2$. 3 P

A 3.5 Die Trapeze BCQ_nP_n sind Grundflächen der Pyramiden BCQ_nP_nA mit der gemeinsamen Spitze A und der Höhe [AH] mit $H \in [DS]$.

Zeichnen Sie die Pyramide BCQ_1P_1A und die Höhe [AH] in das Schrägbild zu 3.1 ein.

Zeigen Sie sodann, dass für das Volumen V(x) der Pyramiden BCQ_nP_nA in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-1{,}67x^2 + 34{,}48x)\text{ cm}^3$. 3 P

A 3.6 Das Volumen der Pyramide BCQ_2P_2A ist halb so groß wie das Volumen der Pyramide ABCS.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A1**

Lösungsmuster und Bewertung

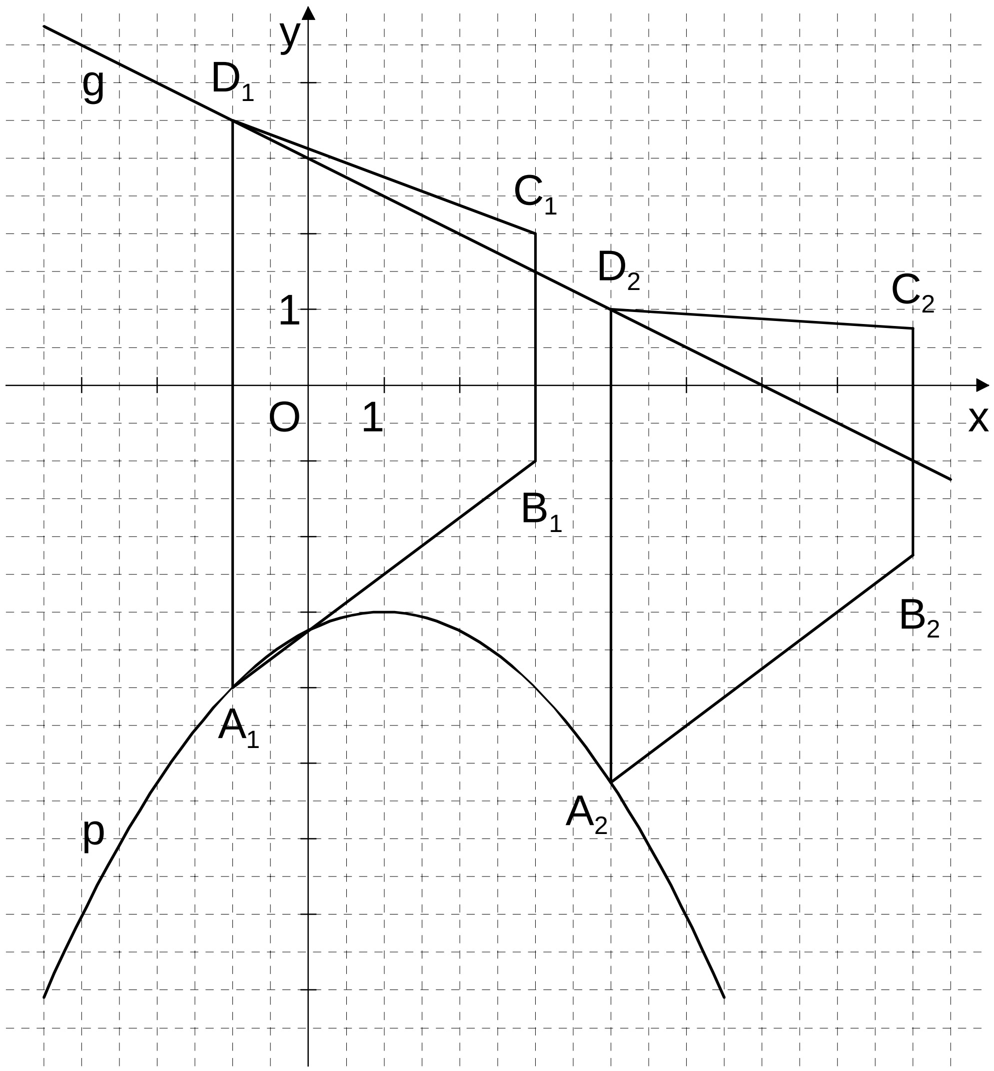
A 1.1 $P(-1|-4) \in p$, $Q(5|-7) \in p$

$$\begin{array}{|l} -4 = a\cdot(-1)^2 + 0,5\cdot(-1) + c \\ \wedge -7 = a\cdot 5^2 + 0,5\cdot 5 + c \end{array} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{|l} a = -0,25 \\ \wedge\ c = -3,25 \end{array} \qquad \mathbb{L} = \{(-0,25|-3,25)\}$$

$$p: y = -0,25x^2 + 0,5x - 3,25$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$-0,25x^2 + 0,5x - 3,25$	-7	-5,25	-4	-3,25	-3	-3,25	-4	-5,25	-7



Einzeichnen der Parabel p und der Gerade g

4

A 1.2 Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2
A 1.3 $A_1(-1\,|\,-4)$ $\qquad \overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\qquad m_{A_nB_n} = 0,75$ $A_1B_1: y = 0,75 \cdot (x-(-1)) - 4$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad A_1B_1: y = 0,75x - 3,25$ $-0,25x^2 + 0,5x - 3,25 = 0,75x - 3,25$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x = -1 \quad \vee \quad x = 0$ $\qquad \mathbb{L} = \{-1; 0\}$ Die Gerade A_1B_1 ist keine Tangente an die Parabel p.	3
A 1.4 $\overline{A_nD_n}(x) = [-0,5x + 3 - (-0,25x^2 + 0,5x - 3,25)]$ LE $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\overline{A_nD_n}(x) = (0,25x^2 - x + 6,25)$ LE	1
A 1.5 $A(x) = \frac{1}{2} \cdot (0,25x^2 - x + 6,25 + 3) \cdot 4$ FE $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $A(x) = (0,5x^2 - 2x + 18,5)$ FE $A_{min} = 16,5$ FE	3
A 1.6 Hat der Winkel $A_3D_3C_3$ bzw. $A_4D_4C_4$ das Maß 90°, so hat auch der Winkel $D_3C_3B_3$ bzw. $D_4C_4B_4$ das Maß 90°. Die Seiten $[B_3C_3]$ bzw. $[B_4C_4]$ haben jeweils die Länge 3 LE. Die y-Koordinate des Vektors $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ hat den Wert 3. Somit ist die Länge der Seiten $[A_3D_3]$ bzw. $[A_4D_4]$ jeweils 6 LE. $0,25x^2 - x + 6,25 = 6$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x = 0,27 \quad \vee \quad x = 3,73$ $\qquad \mathbb{L} = \{0,27; 3,73\}$	3
	16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

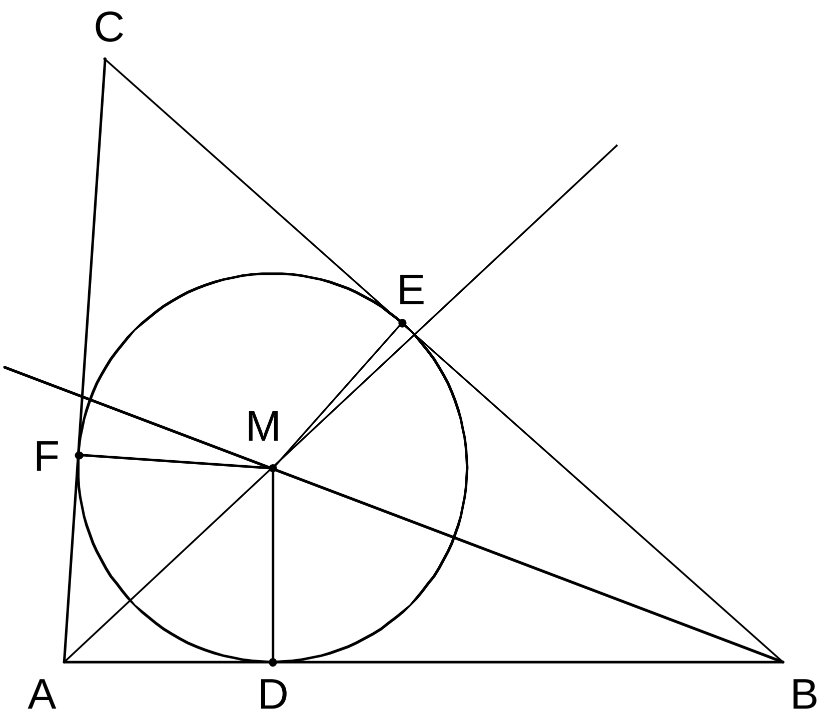
A 2.1 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos\alpha$ $\qquad \alpha \in]0°; 180°[$

$\cos\alpha = \dfrac{9,50^2 + 8,00^2 - 12,00^2}{2 \cdot 9,50 \cdot 8,00}$ $\qquad \alpha = 86,13°$

$\dfrac{\sin\beta}{\overline{AC}} = \dfrac{\sin\alpha}{\overline{BC}}$ $\qquad \beta \in]0°; 93,87°[$

$\sin\beta = \dfrac{8,00 \cdot \sin 86,13°}{12,00}$ $\qquad \beta = 41,69° \quad (\vee \quad \beta = 138,31°)$

Zeichnen des Dreiecks ABC



3

A 2.2 Einzeichnen der Punkte M, D, E, F, der beiden Winkelhalbierenden und des Inkreises

$$\frac{\overline{AM}}{\sin\frac{\beta}{2}} = \frac{\overline{AB}}{\sin\sphericalangle AMB} \qquad \overline{AM} = \frac{9{,}50\ \text{m}\cdot\sin\frac{41{,}69°}{2}}{\sin\left(180° - \frac{86{,}13°}{2} - \frac{41{,}69°}{2}\right)} \qquad \overline{AM} = 3{,}76\ \text{m}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{MD}}{\overline{AM}} \qquad \overline{MD} = 3{,}76\ \text{m}\cdot\sin\frac{86{,}13°}{2} \qquad \overline{MD} = 2{,}57\ \text{m}$$

4

A 2.3 $A = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{MD}\cdot\overline{BD} - \frac{\overline{MD}^2\cdot\pi\cdot\sphericalangle DME}{360°}$

$$\tan\frac{\beta}{2} = \frac{\overline{MD}}{\overline{BD}} \qquad \overline{BD} = \frac{2{,}57\ \text{m}}{\tan\frac{41{,}69°}{2}} \qquad \overline{BD} = 6{,}75\ \text{m}$$

$$\sphericalangle DME = 360° - 2\cdot 90° - 41{,}69° \qquad \sphericalangle DME = 138{,}31°$$

$$A = 2{,}57\ \text{m}\cdot 6{,}75\ \text{m} - \frac{(2{,}57\ \text{m})^2\cdot\pi\cdot 138{,}31°}{360°} \qquad A = 9{,}38\ \text{m}^2$$

4

A 2.4 $M_{Kegel} = \overline{UV}\cdot\overline{US}\cdot\pi$

$$\overline{US} = \overline{TS} + \overline{TU}$$

$$\overline{TS}^2 = \overline{TN}^2 + \overline{SN}^2 \qquad \overline{TS} = \sqrt{2{,}57^2 + 1{,}75^2}\ \text{m} \qquad \overline{TS} = 3{,}11\ \text{m}$$

$$\overline{US} = 3{,}11\ \text{m} + 0{,}10\ \text{m} \qquad \overline{US} = 3{,}21\ \text{m}$$

$$\frac{\overline{UV}}{\overline{US}} = \frac{\overline{TN}}{\overline{TS}} \qquad \overline{UV} = \frac{3{,}21\ \text{m}\cdot 2{,}57\ \text{m}}{3{,}11\ \text{m}} \qquad \overline{UV} = 2{,}65\ \text{m}$$

$$M_{Kegel} = 2{,}65\ \text{m}\cdot 3{,}21\ \text{m}\cdot\pi \qquad M_{Kegel} = 26{,}72\ \text{m}^2$$

Es werden 26,72 m² Zeltplane benötigt.

4

15

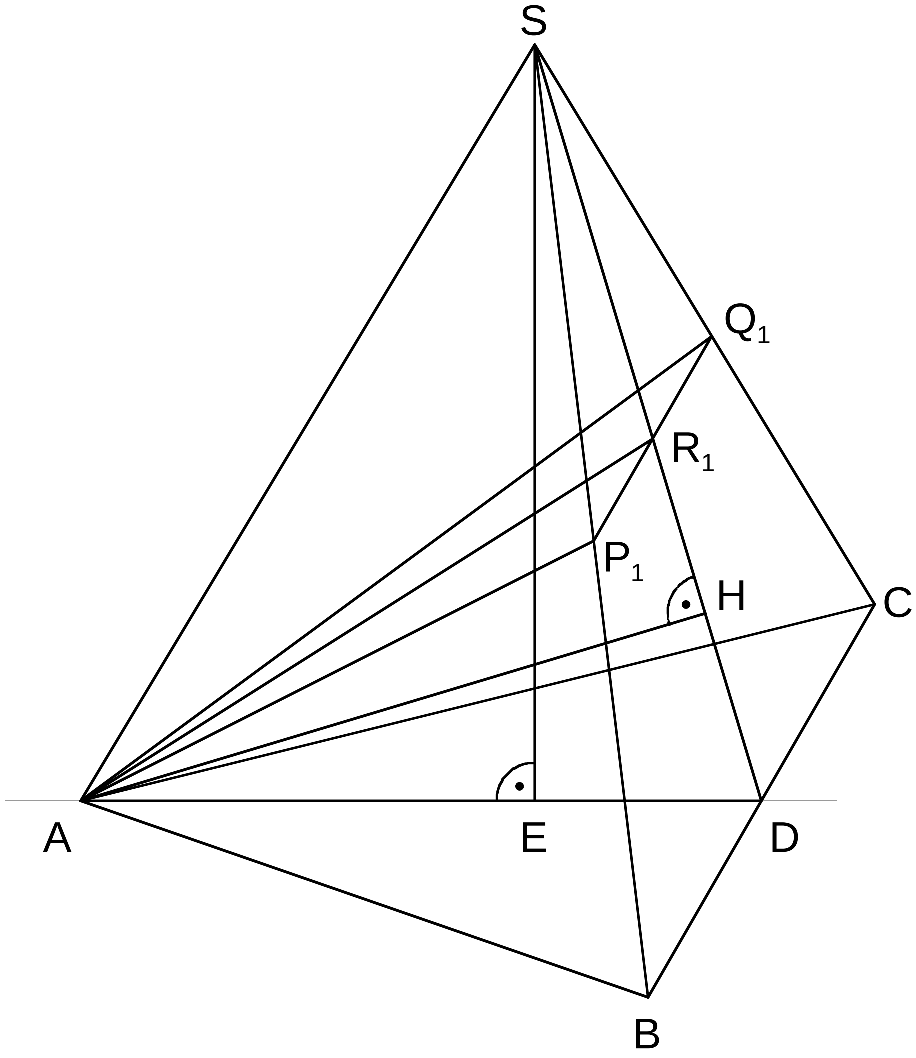
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

Lösungsmuster und Bewertung

A 3.1



Zeichnen der Pyramide ABCS

2

A 3.2 $\tan\delta = \frac{10\text{ cm}}{3\text{ cm}}$ $\delta = 73{,}30°$ $\delta \in]0°; 90°[$

$\overline{DS} = \sqrt{10^2 + 3^2}$ cm $\overline{DS} = 10{,}44$ cm

2

A 3.3 Einzeichnen des Punktes R_1 und des Trapezes BCQ_1P_1

$$\frac{\sin\varphi}{5\text{ cm}} = \frac{\sin 73{,}30°}{\overline{AR_1}} \qquad 0° < \varphi < 106{,}70°$$

$$\overline{AR_1} = \sqrt{5^2 + 9^2 - 2\cdot 5\cdot 9\cdot \cos 73{,}30°}\text{ cm}$$

$$\overline{AR_1} = 8{,}95\text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin\varphi = \frac{5\text{ cm}\cdot\sin 73{,}30°}{8{,}95\text{ cm}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 32{,}35° \quad (\vee \quad \varphi = 147{,}65°) \qquad \mathbb{L} = \{32{,}35°\}$$

3

A 3.4 $A = \frac{1}{2}\cdot\left(\overline{BC} + \overline{P_nQ_n}\right)\cdot\overline{DR_n}$

$$\frac{\overline{P_nQ_n}(x)}{12\text{ cm}} = \frac{(10{,}44 - x)\text{ cm}}{10{,}44\text{ cm}} \qquad 0 < x < 10{,}44;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\overline{P_nQ_n}(x) = (12 - 1{,}15x)\text{ cm}$$

$$A(x) = \frac{1}{2}\cdot(12 + (12 - 1{,}15x))\cdot x\text{ cm}^2$$

$$A(x) = (-0{,}58x^2 + 12x)\text{ cm}^2$$

3

A 3.5 Einzeichnen der Pyramide BCQ_1P_1A und der Höhe [AH]

$$V(x) = \frac{1}{3}\cdot\overline{AH}\cdot A(x)$$

$$\sin 73{,}30° = \frac{\overline{AH}}{9\text{ cm}} \qquad \overline{AH} = 8{,}62\text{ cm}$$

$$V_{BCQ_nP_nA}(x) = \frac{1}{3}\cdot 8{,}62\cdot(-0{,}58x^2 + 12x)\text{ cm}^3$$

$$V_{BCQ_nP_nA}(x) = (-1{,}67x^2 + 34{,}48x)\text{ cm}^3$$

3

A 3.6 $V_{ABCS} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 9\cdot 10\text{ cm}^3 \qquad V_{ABCS} = 180\text{ cm}^3$

$$-1{,}67x^2 + 34{,}48x = 0{,}5\cdot 180 \qquad 0 < x < 10{,}44;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad -1{,}67x^2 + 34{,}48x - 90 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 3{,}07 \quad (\vee \quad x = 17{,}58) \qquad \mathbb{L} = \{3{,}07\}$$

3

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = 0,25x^2 + x + 1,5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p im Bereich von $-8 \leqq x \leqq 4$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 7$; $-1 \leqq y \leqq 10$ 3 P

B 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| 0,25x^2 + x + 1,5\right)$ und Punkte C_n liegen auf der Parabel p und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Quadraten $A_nB_nC_nD_n$. Die Abszisse der Punkte C_n ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.
Zeichnen Sie die Quadrate $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -7$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 0$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $C_n\left(x + 4 \middle| 0,25x^2 + 3x + 9,5\right)$ 3 P

B.1.3 Stellen Sie den Flächeninhalt A(x) der Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.
[Ergebnis: $A(x) = (2x^2 + 16x + 40)$ FE] 3 P

B 1.4 Unter den Quadraten $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Quadrat $A_0B_0C_0D_0$ den kleinsten Flächeninhalt.
Berechnen Sie diesen kleinsten Flächeninhalt A_{min}. 1 P

B 1.5 Bei den Quadraten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ beträgt die Seitenlänge jeweils 5 LE.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte C_3 und C_4 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

B 1.6 Die x-Achse schließt mit der Symmetrieachse A_5C_5 des Quadrates $A_5B_5C_5D_5$ den Winkel φ mit dem Maß 35° ein.
Hinweis: $y_{A_5} < y_{C_5}$
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_5 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Ein Landschaftsarchitekturbüro erhält den Auftrag ein viereckiges Grundstück ABCD zu gestalten. Es gelten folgende Maße:

$\overline{AB} = 100,0\ \text{m}$; $\overline{AD} = 80,0\ \text{m}$; $\overline{CD} = 120,0\ \text{m}$; $\sphericalangle BAD = 70,0°$; $\sphericalangle ADC = 120,0°$

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m, Flächeninhalte in m² und Volumina in m³.

B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD in einem geeigneten Maßstab. Geben Sie den gewählten Maßstab an. 2 P

B 2.2 Auf dem Grundstück soll ein künstlicher See angelegt werden. Der See wird von den Seiten [DF], [AD], [AE] und dem Bogen $\overset{\frown}{EF}$ begrenzt. Dieser Bogen $\overset{\frown}{EF}$ ist Teil eines Kreises mit Mittelpunkt D, der die Seite [AB] im Punkt E mit $\overline{AE} = 50,0\ \text{m}$ und die Seite [CD] im Punkt F schneidet.

Zeichnen Sie den Bogen $\overset{\frown}{EF}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [DE].

[Teilergebnis: $\overline{DE} = 78,5\ \text{m}$] 2 P

B 2.3 Zur Abschätzung der Kosten für eine geplante Einfassung des Sees muss sein Umfang bestimmt werden.
Berechnen Sie den Umfang u der Seefläche.
[Teilergebnis: $\sphericalangle EDF = 83,2°$] 3 P

B 2.4 Für Veranstaltungen ist im See eine kreisförmige Bühne vorgesehen, die ein Zwölftel der Seefläche bedeckt.
Berechnen Sie den Radius der Bühnenfläche.
[Teilergebnis: $A_{See} = 6353,5\ \text{m}^2$] 3 P

B 2.5 Auf der nicht für den See verplanten Grundstücksfläche soll Rasen angesät werden.
Ermitteln Sie rechnerisch den prozentualen Anteil der Rasenfläche an der gesamten Grundstücksfläche. 5 P

Prüfungsdauer: **150 Minuten**	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Ein Landschaftsarchitekturbüro erhält den Auftrag ein viereckiges Grundstück ABCD zu gestalten. Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 100{,}0\text{ m}$; $\overline{AD} = 80{,}0\text{ m}$; $\overline{CD} = 120{,}0\text{ m}$; $\sphericalangle BAD = 70{,}0°$; $\sphericalangle ADC = 120{,}0°$

Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf eine Stelle nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m, Flächeninhalte in m² und Volumina in m³.

B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD in einem geeigneten Maßstab. Geben Sie den gewählten Maßstab an. 2 P

B 2.2 Auf dem Grundstück soll ein künstlicher See angelegt werden. Der See wird von den Seiten [DF], [AD], [AE] und dem Bogen $\overset{\frown}{EF}$ begrenzt. Dieser Bogen $\overset{\frown}{EF}$ ist Teil eines Kreises mit Mittelpunkt D, der die Seite [AB] im Punkt E mit $\overline{AE} = 50{,}0\text{ m}$ und die Seite [CD] im Punkt F schneidet.

Zeichnen Sie den Bogen $\overset{\frown}{EF}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [DE].
[Teilergebnis: $\overline{DE} = 78{,}5\text{ m}$] 2 P

B 2.3 Zur Abschätzung der Kosten für eine geplante Einfassung des Sees muss sein Umfang bestimmt werden.
Berechnen Sie den Umfang u der Seefläche.
[Teilergebnis: $\sphericalangle EDF = 83{,}2°$] 3 P

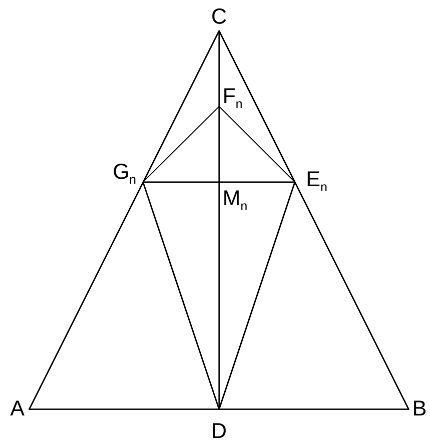
B 2.4 Für Veranstaltungen ist im See eine kreisförmige Bühne vorgesehen, die ein Zwölftel der Seefläche bedeckt.
Berechnen Sie den Radius der Bühnenfläche.
[Teilergebnis: $A_{See} = 6353{,}5\text{ m}^2$] 3 P

B 2.5 Auf der nicht für den See verplanten Grundstücksfläche soll Rasen angesät werden. Ermitteln Sie rechnerisch den prozentualen Anteil der Rasenfläche an der gesamten Grundstücksfläche. 5 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	Abschlussprüfung 2004 an den Realschulen in Bayern	R4/R6

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis [AB] und der zur Basis gehörenden Höhe [CD]. Der Punkt D legt zusammen mit Punkten $E_n \in [BC]$, $F_n \in [CD]$ und $G_n \in [AC]$ Drachenvierecke $DE_nF_nG_n$ fest, deren Diagonalen $[DF_n]$ und $[E_nG_n]$ sich im Punkt M_n schneiden.



Es gilt: $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 10 \text{ cm}$,
$\overline{F_nM_n} = 2 \text{ cm}$ und $\overline{DM_n}(x) = x \text{ cm}$ mit
$0 < x \leqq 8;\ x \in \mathbb{R}$

B 3.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC und das Drachenviereck $DE_1F_1G_1$ für x = 4 mit der gemeinsamen Symmetrieachse CD.
Bestimmen Sie sodann die Länge der Diagonalen $[E_nG_n]$ in Abhängigkeit von x.
[Teilergebnis: $\overline{E_nG_n}(x) = (10 - x) \text{ cm}$] 3 P

B 3.2 Das Dreieck ABC und die Drachenvierecke $DE_nF_nG_n$ rotieren um die gemeinsame Symmetrieachse CD. Dadurch entstehen ein Kegel mit dem Radius [AD] und Doppelkegel mit dem Radius $[E_nM_n]$.
Berechnen Sie für x = 4 den prozentualen Anteil des Volumens des Doppelkegels am Volumen des Kegels. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

B 3.3 Ein zweiter Doppelkegel besitzt den Öffnungswinkel E_2DG_2 mit dem Maß $\delta = 116°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

B 3.4 Bei einem dritten Doppelkegel sind die Mantellinien $[DE_3]$ und $[E_3F_3]$ gleich lang.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A_O der Oberfläche dieses Doppelkegels. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

B 3.5 Die Mantellinien $[DE_n]$ und $[E_nF_n]$ schließen Winkel F_nE_nD mit dem Maß ε ein.
Bestimmen Sie durch Rechnung das Intervall für das Maß ε. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

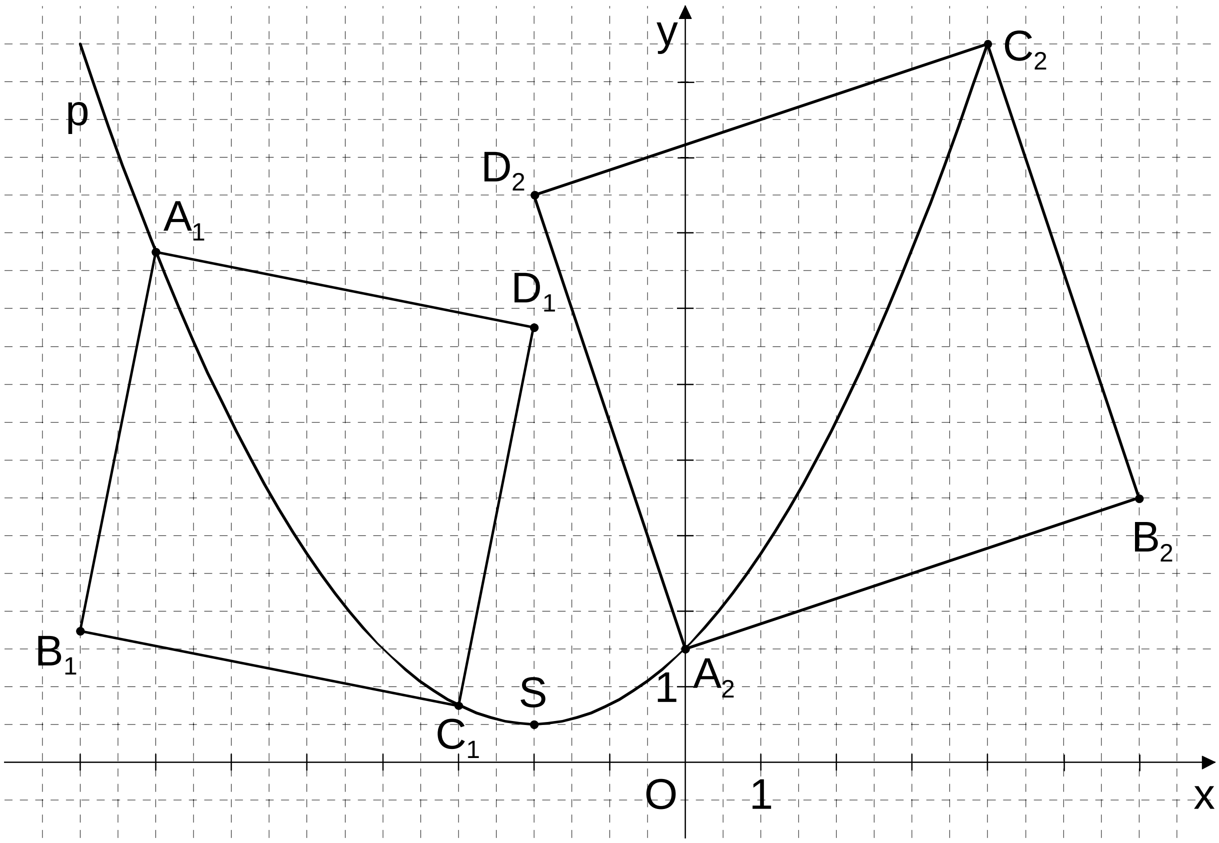
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

B 1.1 $S(-2\,|\,0,5)$



Einzeichnen der Parabel p | 3

B 1.2 Einzeichnen der Quadrate $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

$C_n\,(x+4\,|\,0,25(x+4)^2+(x+4)+1,5)$ $\mathbb{G}=\mathbb{R}$

$C_n\,(x+4\,|\,0,25x^2+3x+9,5)$

3

B 1.3 $\overline{A_nC_n} = \overline{A_nB_n} \cdot \sqrt{2}$ $\qquad$ $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nC_n}^2$ $A(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{4^2 + (0,25x^2 + 3x + 9,5 - (0,25x^2 + x + 1,5))^2} \right)^2$ FE $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $A(x) = \frac{1}{2} \cdot (4x^2 + 32x + 80)$ FE $A(x) = (2x^2 + 16x + 40)$ FE	3
B 1.4 $A_{min} = 8$ FE	1
B 1.5 $\overline{A_nB_n} = 5$ LE $\qquad$ $A = 25$ FE $25 = 2x^2 + 16x + 40$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x = -1,08 \quad \vee \quad x = -6,92$ $\qquad \mathbb{L} = \{-6,92; -1,08\}$ $C_3(-1,08 + 4 \mid ...)$ $\qquad C_4(-6,92 + 4 \mid ...)$ $C_3(2,92 \mid ...)$ $\qquad C_4(-2,92 \mid ...)$	3
B 1.6 $\overrightarrow{A_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2x + 8 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $m_{A_nC_n} = \frac{2x + 8}{4}$ $\Leftrightarrow \quad \tan 35° = \frac{2x + 8}{4}$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x = -2,60$ $\qquad \mathbb{L} = \{-2,60\}$	3
	16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

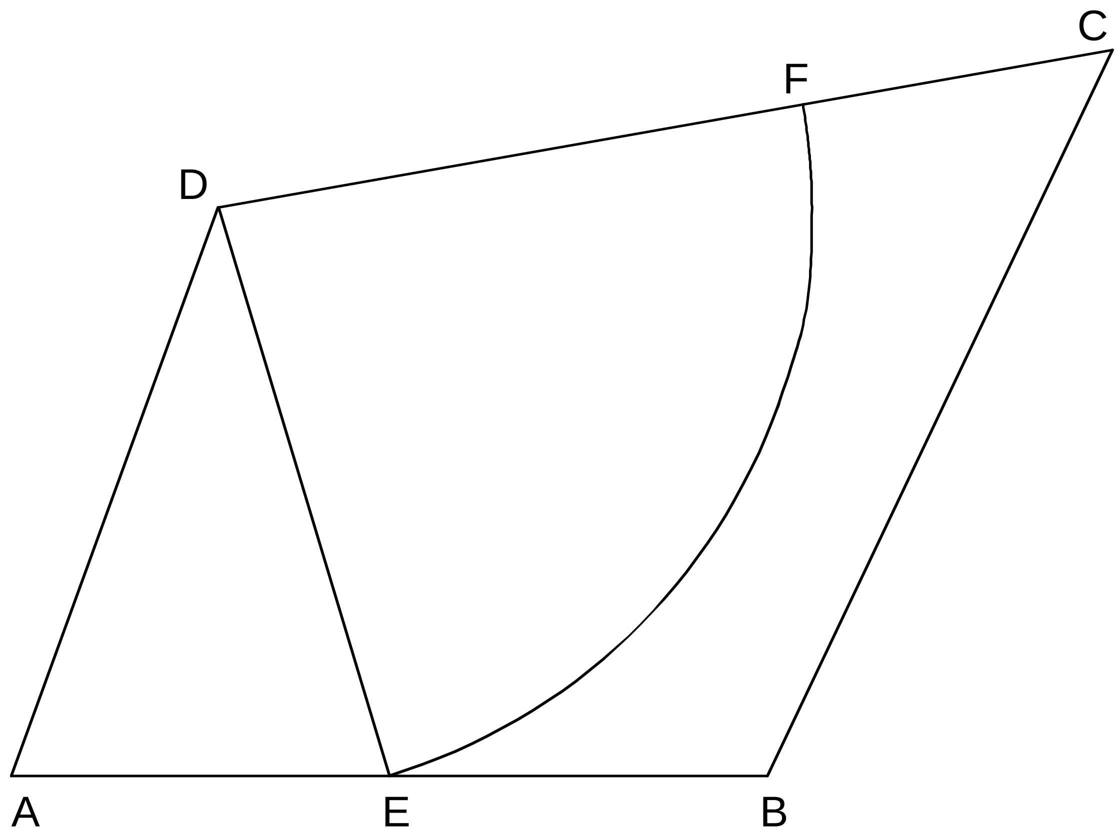
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1



Zeichnen des Vierecks ABCD

z. B. Maßstab: 1 : 1000

2

B 2.2 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{EF}$

$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle BAD$

$\overline{DE} = \sqrt{50{,}0^2 + 80{,}0^2 - 2 \cdot 50{,}0 \cdot 80{,}0 \cdot \cos 70{,}0°}\ \text{m} \qquad \overline{DE} = 78{,}5\ \text{m}$

2

B 2.3 $u = \overline{AE} + \overset{\frown}{EF} + \overline{DF} + \overline{AD}$

$\overset{\frown}{EF} = 2 \cdot \overline{DE} \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle EDF}{360°}$

$\sphericalangle EDF = 120{,}0° - \sphericalangle ADE$

$$\frac{\sin\sphericalangle ADE}{\overline{AE}} = \frac{\sin\sphericalangle BAD}{\overline{DE}}$$

$$\sin\sphericalangle ADE = \frac{50{,}0\cdot\sin 70{,}0°}{78{,}5} \qquad 0° < \sphericalangle ADE < 130{,}0°$$

$$\sphericalangle ADE = 36{,}8° \qquad (\vee\ \sphericalangle ADE = 143{,}2°)$$

$$\sphericalangle EDF = 120{,}0° - 36{,}8° \qquad \sphericalangle EDF = 83{,}2°$$

$$\overset{\frown}{EF} = 2\cdot\pi\cdot 78{,}5\cdot\frac{83{,}2°}{360°}\ \text{m} \qquad \overset{\frown}{EF} = 114{,}0\ \text{m}$$

$$u = 50{,}0\ \text{m} + 114{,}0\ \text{m} + 78{,}5\ \text{m} + 80{,}0\ \text{m} \qquad u = 322{,}5\ \text{m}$$

3

B 2.4

$$A_{See} = A_{\Delta AED} + A_{\text{Kreissektor EFD}}$$

$$A_{See} = 0{,}5\cdot\overline{AE}\cdot\overline{AD}\cdot\sin\sphericalangle BAD + \overline{DE}^2\cdot\pi\cdot\frac{\sphericalangle EDF}{360°}$$

$$A_{See} = 0{,}5\cdot 50{,}0\cdot 80{,}0\cdot\sin 70{,}0°\ \text{m}^2 + 78{,}5^2\cdot\pi\cdot\frac{83{,}2°}{360°}\ \text{m}^2 \qquad A_{See} = 6353{,}5\ \text{m}^2$$

$$A_{Bühne} = \frac{1}{12}\cdot A_{See} \qquad A_{Bühne} = \frac{1}{12}\cdot 6353{,}5\ \text{m}^2 \qquad A_{Bühne} = 529{,}5\ \text{m}^2$$

$$A_{Bühne} = r^2\cdot\pi \qquad r = \sqrt{\frac{529{,}5}{\pi}}\ \text{m} \qquad r = 13{,}0\ \text{m}$$

3

B 2.5

$$A_{Rasenfläche} = A_{ABCD} - A_{See} \qquad A_{ABCD} = A_{\Delta ACD} + A_{\Delta ABC}$$

$$A_{ABCD} = 0{,}5\cdot\overline{AD}\cdot\overline{DC}\cdot\sin\sphericalangle ADC + 0{,}5\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AB}\cdot\sin\sphericalangle BAC$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 - 2\cdot\overline{AD}\cdot\overline{CD}\cdot\cos\sphericalangle ADC$$

$$\overline{AC} = \sqrt{80{,}0^2 + 120{,}0^2 - 2\cdot 80{,}0\cdot 120{,}0\cdot\cos 120{,}0°}\ \text{m} \qquad \overline{AC} = 174{,}4\ \text{m}$$

$$\frac{\sin\sphericalangle CAD}{\overline{DC}} = \frac{\sin\sphericalangle ADC}{\overline{AC}}$$

$$\sin\sphericalangle CAD = \frac{120{,}0\cdot\sin 120{,}0°}{174{,}4} \qquad 0° < \sphericalangle CAD < 60{,}0°$$

$$\sphericalangle CAD = 36{,}6° \qquad (\vee\ \sphericalangle CAD = 143{,}4°)$$

$$\sphericalangle BAC = 70{,}0° - \sphericalangle CAD \qquad \sphericalangle BAC = 70{,}0° - 36{,}6° \qquad \sphericalangle BAC = 33{,}4°$$

$$A_{ABCD} = 0{,}5\cdot(80{,}0\cdot 120{,}0\cdot\sin 120{,}0° + 174{,}4\cdot 100{,}0\cdot\sin 33{,}4°)\ \text{m}^2$$

$$A_{ABCD} = 8957{,}1\ \text{m}^2$$

$$\frac{8957{,}1 - 6353{,}5}{8957{,}1}\cdot 100\% = 29{,}1\%$$

5

15

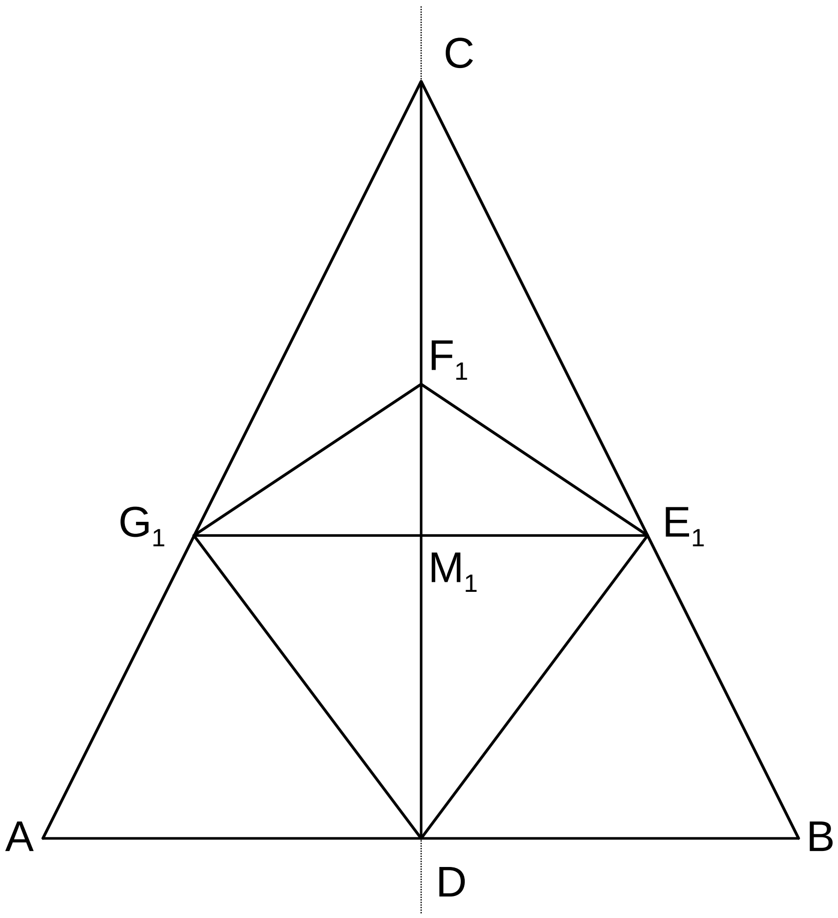
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

Lösungsmuster und Bewertung

B 3.1



Zeichnen des Dreiecks ABC und des Drachenvierecks $DE_1F_1G_1$

$\frac{\overline{E_nG_n}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CM_n}}{\overline{CD}}$ $\overline{E_nG_n}(x) = \frac{10\text{ cm}\cdot(10-x)\text{ cm}}{10\text{ cm}}$

$\overline{E_nG_n}(x) = (10-x)\text{ cm}$ $0 < x \leqq 8;\ x \in \mathbb{R}$

3

B 3.2 $V_{Kegel} = \frac{1}{3}\cdot\overline{AD}^2\cdot\pi\cdot\overline{CD}$

$V_{Kegel} = \frac{1}{3}\cdot 5^2\cdot\pi\cdot 10\text{ cm}^3$ $V_{Kegel} = 261{,}80\text{ cm}^3$

$V_{Doppelkegel} = \frac{1}{3}\cdot\overline{E_1M_1}^2\cdot\pi\cdot\overline{DF_1}$

$V_{Doppelkegel} = \frac{1}{3}\cdot(0{,}5\cdot(10-4))^2\cdot\pi\cdot(4+2)\text{ cm}^3$ $V_{Doppelkegel} = 56{,}55\text{ cm}^3$

	$\frac{V_{Doppelkegel}}{V_{Kegel}} = \frac{56,55\ cm^3}{261,80\ cm^3}$ $V_{Doppelkegel} = 0,2160 \cdot V_{Kegel}$ oder $p = \frac{56,55\ cm^3}{261,80\ cm^3} \cdot 100$ $\quad\quad p = 21,60$ Der Anteil des Volumens des Doppelkegels beträgt 21,60% des Volumens des Kegels.	3
B 3.3	$\tan\frac{\sphericalangle E_2DG_2}{2} = \frac{\overline{E_2M_2}}{\overline{DM_2}}$ $\tan\frac{116°}{2} = \frac{0,5\cdot(10-x)\ cm}{x\ cm}$ $\quad\quad 0 < x \leqq 8;\ x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad 1,60x = 5 - 0,5\cdot x \quad \Leftrightarrow \quad x = 2,38$ $\quad\quad \mathbb{L} = \{2,38\}$	2
B 3.4	Der Axialschnitt des Doppelkegels ist eine Raute. $A_O = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{E_3G_3}\cdot\overline{DE_3}\cdot\pi$ $\overline{DM_3} = \overline{F_3M_3} \quad\quad x = 2$ $\overline{DE_3} = \sqrt{\overline{DM_3}^2 + (0,5\cdot\overline{E_3G_3})^2}$ $\overline{DE_3} = \sqrt{2^2 + (0,5\cdot(10-2))^2}\ cm$ $\quad\quad \overline{DE_3} = 4,47\ cm$ $A_O = 8\cdot 4,47\cdot\pi\ cm^2$ $\quad\quad A_O = 112,34\ cm^2$	4
B 3.5	x = 0: $\tan\varepsilon = \frac{2}{5}$ $\quad\quad \varepsilon = 21,80°$ x = 8: $\tan\sphericalangle CE_0M_0 = \frac{2}{1}$ $\quad\quad \sphericalangle CE_0M_0 = 63,43°$ $\tan\sphericalangle M_0E_0D = \frac{8}{1}$ $\quad\quad \sphericalangle M_0E_0D = 82,87°$ $\varepsilon = \sphericalangle CE_0M_0 + \sphericalangle M_0E_0D$ $\quad\quad \varepsilon = 63,43° + 82,87° \quad \varepsilon = 146,30°$ $\varepsilon \in]21,80°; 146,30°]$	4
		16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer: **150 Minuten**	**Abschlussprüfung 2004** an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern	**R4**

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = -0,25x^2 + 3x - 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,25x + 4,5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

C 1.1 Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [0;12]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 13$; $-2 \leqq y \leqq 9$ 3 P

C 1.2 Die Punkte $M_n(x \mid -0,25x + 4,5)$ auf der Geraden g sind die Mittelpunkte der Basis $[A_nB_n]$ von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit $x_A < x_B$.

Es gilt: $[A_nB_n] \parallel x-\text{Achse}$ und $\overline{A_nB_n} = 4\text{ LE}$.

Die Punkte $C_n(x \mid -0,25x^2 + 3x - 1)$ liegen auf der Parabel p und haben dieselbe Abszisse x wie die Punkte M_n.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für x = 4 und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für x = 10 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

C 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch das Intervall für die Abszisse x der Punkte M_n so, dass Dreiecke $A_nB_nC_n$ existieren. 3 P

C 1.4 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[M_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte M_n.

[Teilergebnis: $\overline{M_nC_n}(x) = (-0,25x^2 + 3,25x - 5,5)\text{ LE}$] 1 P

C 1.5 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ hat das Dreieck $A_0B_0C_0$ den größtmöglichen Flächeninhalt.

Bestimmen Sie den größtmöglichen Flächeninhalt A_{max} auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

C 1.6 Für die Punkte C_3 und C_4 sind die Dreiecke $A_3B_3C_3$ und $A_4B_4C_4$ gleichseitig.

Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_3 und C_4. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{M_3C_3} = \overline{M_4C_4} = 2 \cdot \sqrt{3}\text{ LE}$] 4 P

Prüfungsdauer: **150 Minuten**

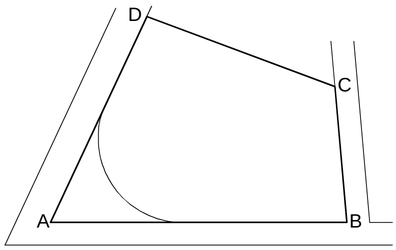
Abschlussprüfung 2004

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines Grundstücks. Die Grundstücksfläche hat die Form eines Vierecks ABCD. Sie wird an den Seiten [AB], [BC] und [AD] von Straßen begrenzt.
Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 26{,}00\,\text{m}$; $\overline{BC} = 12{,}00\,\text{m}$; $\overline{AD} = 20{,}00\,\text{m}$;
$\sphericalangle BAD = 65{,}00°$; $\sphericalangle CBA = 85{,}00°$.



Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma; Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

C 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab 1 : 200. 2 P

C 2.2 Berechnen Sie die Länge der Grundstücksdiagonalen [AC] und das Maß des Winkels BAC.
[Teilergebnis: $\overline{AC} = 27{,}67$ m; $\sphericalangle BAC = 25{,}60°$] 2 P

C 2.3 Berechnen Sie die Länge der Grundstücksseite [CD] und das Maß des Winkels DCB.
[Ergebnis: $\overline{CD} = 17{,}62\,\text{m}$; $\sphericalangle DCB = 115{,}51°$] 3 P

C 2.4 Zur Verbesserung des Verkehrsflusses plant die Gemeinde den Straßenverlauf an der Grundstücksecke A abzurunden. Die neue Grundstücksgrenze wird durch einen Kreisbogen mit dem Mittelpunkt M markiert. Der Kreisbogen berührt die Seiten [AB] im Punkt Q und [AD] im Punkt P jeweils 11,60 m von A entfernt.
Zeichen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie anschließend den Flächeninhalt der abzutretenden Fläche, die durch die Strecken [AP], [AQ] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ begrenzt wird.
[Teilergebnis: $\overline{MP} = 7{,}39\,\text{m}$] 4 P

C 2.5 Als Ersatz für die abzutretende Fläche bietet die Gemeinde dem Grundstückseigentümer ein dreieckiges Grundstück CHD als Ausgleichsfläche an. Dieses grenzt an die Grundstücksseite [CD]. Der Punkt H ist der Schnittpunkt der Verlängerung der Grundstücksseite [BC] mit der Parallelen zur Grundstücksseite [AB] durch die Grundstücksecke D.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ausgleichsfläche CHD und bestimmen Sie um wie viel Prozent die Ausgleichsfläche größer ist als die abgetretene Fläche.
[Teilergebnis: $\overline{DH} = 15{,}96\,\text{m}$] 4 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2004

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

R4

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 3**

C 3.0 Das Drachenviereck ABCD mit AC als Symmetrieachse und M als Diagonalenschnittpunkt ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt A und es gilt:
$\overline{AC} = 11\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AM} = 4\,\text{cm}$ und $\overline{AS} = 8{,}5\,\text{cm}$.

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels SMA und die Länge der Strecke [MS] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnisse: ε= 64,80°; $\overline{MS} = 9{,}39\,\text{cm}$] 4 P

C 3.2 Der Punkt $N \in [MS]$ ist der Mittelpunkt der Strecke [EF] mit $E \in [BS]$ und $F \in [DS]$. Dabei gilt: $[EF] \parallel [BD]$ und $\overline{SN} = 5\,\text{cm}$.
Zeichnen Sie die Strecke [EF] in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie die Länge der Strecke [EF] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{EF} = 3{,}19\,\text{cm}$] 2 P

C 3.3 Die Punkte $P_n \in [AS]$ mit $\overline{SP_n} = x\,\text{cm}$ bilden zusammen mit den Punkten E und F Dreiecke EFP_n. Die Winkel SNP_n besitzen das Maß φ.
Zeichnen Sie das Dreieck EFP_1 für x = 2,5 in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Berechnen sie sodann das Maß φ des Winkels SNP_1. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{NP_1} = 2{,}94\,\text{cm}$] 3 P

C 3.4 Unter den Dreiecken EFP_n hat das Dreieck EFP_0 den kleinsten Flächeninhalt.
Zeichnen Sie das Dreieck EFP_0 in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A_{min}. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

C 3.5 Der Punkt N ist die Spitze der Pyramide ABDN.
Zeichnen Sie die Pyramide ABDN in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Berechnen Sie anschließend den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide ABDN am Volumen der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

Abschlussprüfung 2004

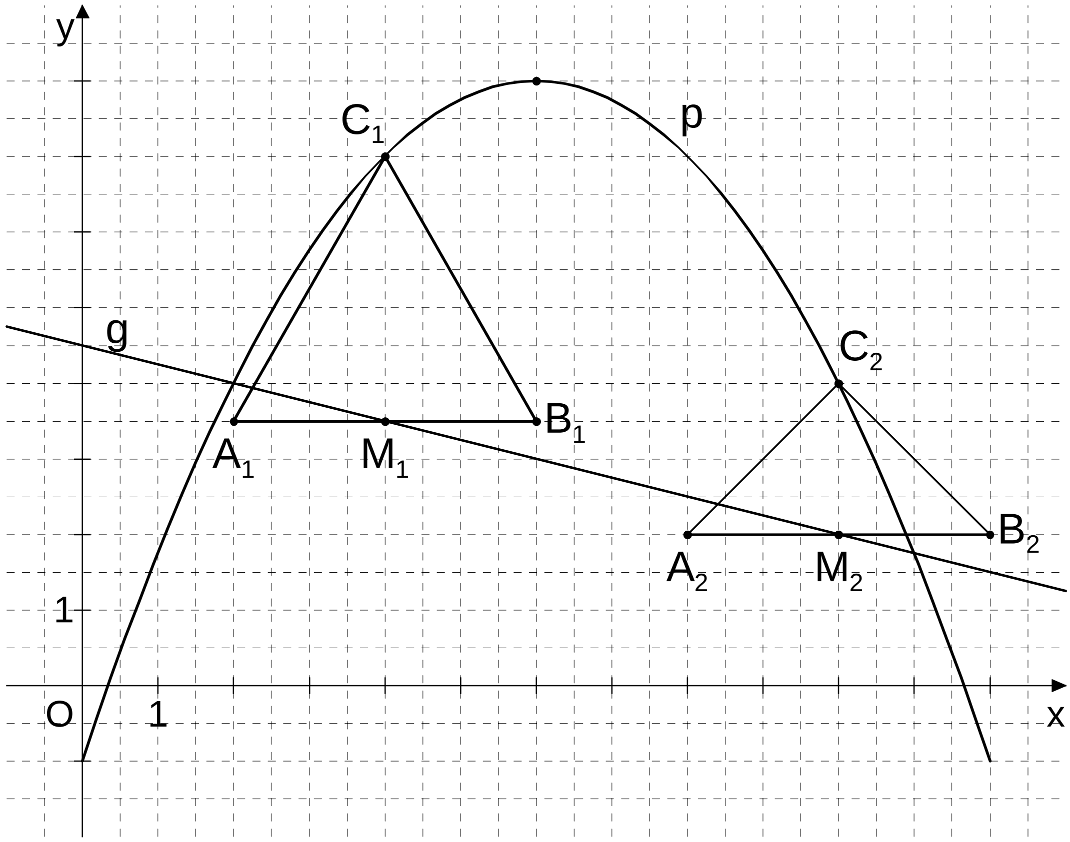
an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe C** **Aufgabe C 1**

Lösungsmuster und Bewertung

C 1.1

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$-0,25x^2+3x-1$	-1	1,75	4	5,75	7	7,75	8	7,75	7	5,75	4	1,75	-1



Einzeichnen der Parabel p und der Geraden g

3

C 1.2 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$

2

C 1.3	$\begin{array}{l} y = -0{,}25x^2 + 3x - 1 \\ \wedge \quad y = -0{,}25x + 4{,}5 \end{array}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $-0{,}25x^2 + 3x - 1 = -0{,}25x + 4{,}5$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x = 2 \quad \vee \quad x = 11$ $\mathbb{L} = \{2; 11\}$ $x \in]2; 11[$	3
C 1.4	$\overline{M_nC_n}(x) = [-0{,}25x^2 + 3x - 1 - (-0{,}25x + 4{,}5)]$ LE $2 < x < 11;\ x \in \mathbb{R}$ $\overline{M_nC_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 3{,}25x - 5{,}5)$ LE	1
C 1.5	$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nB_n} \cdot \overline{M_nC_n}$ $2 < x < 11;\ x \in \mathbb{R}$ $A(x) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (-0{,}25x^2 + 3{,}25x - 5{,}5)$ FE $A(x) = (-0{,}5x^2 + 6{,}5x - 11)$ FE $A(x) = -0{,}5(x^2 - 13x + 6{,}5^2 - 6{,}5^2 + 22)$ FE $A(x) = (-0{,}5(x - 6{,}5)^2 + 10{,}13)$ FE $A_{max} = 10{,}13$ FE	3
C 1.6	Für die beiden gleichseitigen Dreiecke gilt: $\overline{M_nC_n} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \overline{A_nB_n}$ $\overline{M_nC_n} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 4$ LE $\overline{M_nC_n} = 2 \cdot \sqrt{3}$ LE $-0{,}25x^2 + 3{,}25x - 5{,}5 = 2\sqrt{3}$ $2 < x < 11;\ x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x = 3{,}97 \quad \vee \quad x = 9{,}03$ $\mathbb{L} = \{3{,}97; 9{,}03\}$ $C_3(3{,}97 \mid 6{,}97)$ $C_4(9{,}03 \mid 5{,}70)$	4
		16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

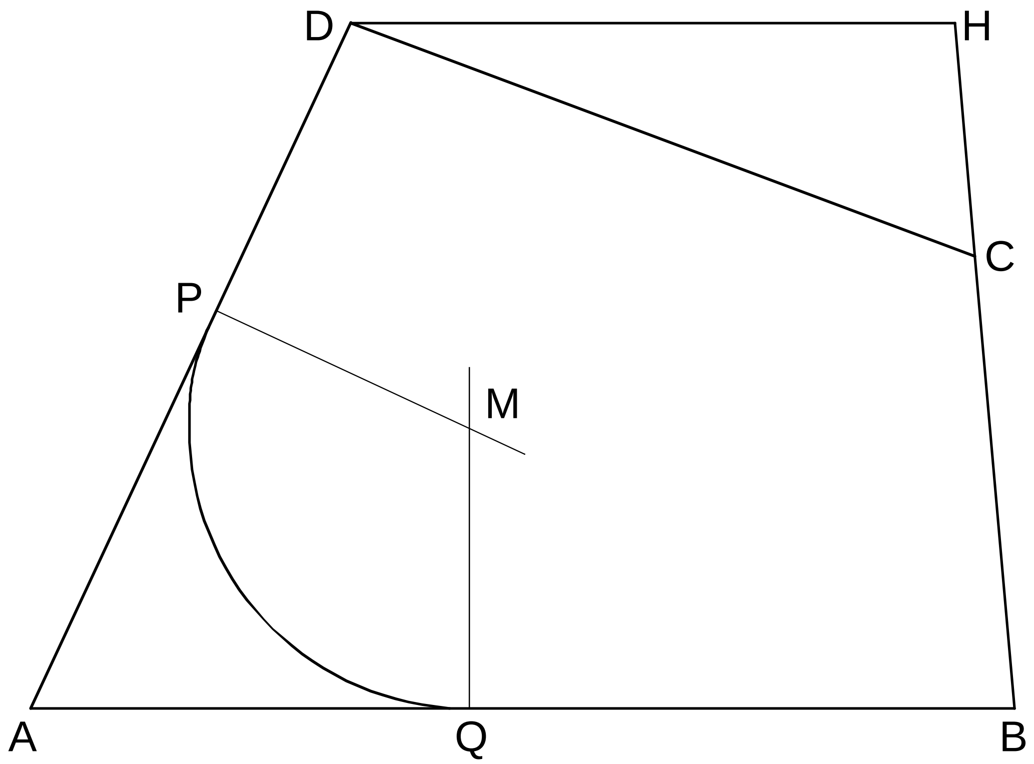
Abschlussprüfung 2004

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

Mathematik II | **Aufgabengruppe C** | **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1



Zeichnen des Vierecks ABCD im Maßstab: 1 : 200

2

C 2.2 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos\sphericalangle CBA$

$\overline{AC} = \sqrt{26{,}00^2 + 12{,}00^2 - 2 \cdot 26{,}00 \cdot 12{,}00 \cdot \cos 85{,}00°}$ m $\qquad \overline{AC} = 27{,}67$ m

$\frac{\sin\sphericalangle BAC}{\overline{BC}} = \frac{\sin\sphericalangle CBA}{\overline{AC}} \qquad 0° < \sphericalangle BAC < 65{,}00°$

$\sin\sphericalangle BAC = \frac{12{,}00 \cdot \sin 85{,}00°}{27{,}67} \qquad \sphericalangle BAC = 25{,}60°$

2

C 2.3 $\overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle CAD$

$\overline{CD} = \sqrt{27{,}67^2 + 20{,}00^2 - 2 \cdot 27{,}67 \cdot 20{,}00 \cdot \cos 39{,}40^\circ}\ \text{m}$ $\qquad \overline{CD} = 17{,}62\ \text{m}$

$\sphericalangle DCB = 360^\circ - (65{,}00^\circ + 85{,}00^\circ + \sphericalangle ADC)$

$$\cos \sphericalangle ADC = \frac{\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 - \overline{AC}^2}{2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{CD}} \qquad 65{,}00^\circ < \sphericalangle ADC < 180^\circ$$

$$\cos \sphericalangle ADC = \frac{20{,}00^2 + 17{,}62^2 - 27{,}67^2}{2 \cdot 20{,}00 \cdot 17{,}62} \qquad \sphericalangle ADC = 94{,}49^\circ$$

$\sphericalangle DCB = 360^\circ - (65{,}00^\circ + 85{,}00^\circ + 94{,}49^\circ)$ $\qquad \sphericalangle DCB = 115{,}51^\circ$

3

C 2.4 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{PQ}$

$$\tan \frac{\sphericalangle BAD}{2} = \frac{\overline{MP}}{\overline{AP}} \qquad \overline{MP} = 11{,}60\ \text{m} \cdot \tan \frac{65{,}00^\circ}{2} \qquad \overline{MP} = 7{,}39\ \text{m}$$

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AP} \cdot \overline{MP} - \overline{MP}^2 \cdot \pi \cdot \frac{(180^\circ - \sphericalangle BAD)}{360^\circ}$$

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 11{,}60 \cdot 7{,}39\ \text{m}^2 - 7{,}39^2 \cdot \pi \cdot \frac{(180^\circ - 65{,}00^\circ)}{360^\circ}\ \text{m}^2 \qquad A = 30{,}92\ \text{m}^2$$

4

C 2.5 $$\frac{\overline{DH}}{\sin(180^\circ - \sphericalangle DCB)} = \frac{\overline{CD}}{\sin(180^\circ - \sphericalangle CBA)}$$

$$\overline{DH} = \frac{17{,}62 \cdot \sin 64{,}49^\circ}{\sin 95{,}00^\circ}\ \text{m} \qquad \overline{DH} = 15{,}96\ \text{m}$$

$A_{\text{Ausgleichsfläche}} = 0{,}5 \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DH} \cdot \sin(180^\circ - ((180^\circ - \sphericalangle DCB) + (180^\circ - \sphericalangle CBA)))$

$A_{\text{Ausgleichsfläche}} = 0{,}5 \cdot 17{,}62 \cdot 15{,}96 \cdot \sin 20{,}51^\circ\ \text{m}^2$

$A_{\text{Ausgleichsfläche}} = 49{,}26\ \text{m}^2$

$$p = \frac{49{,}26\ \text{m}^2}{30{,}92\ \text{m}^2} \cdot 100 \qquad p = 159{,}31$$

Die Zunahme beträgt 59,31%.

4

15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

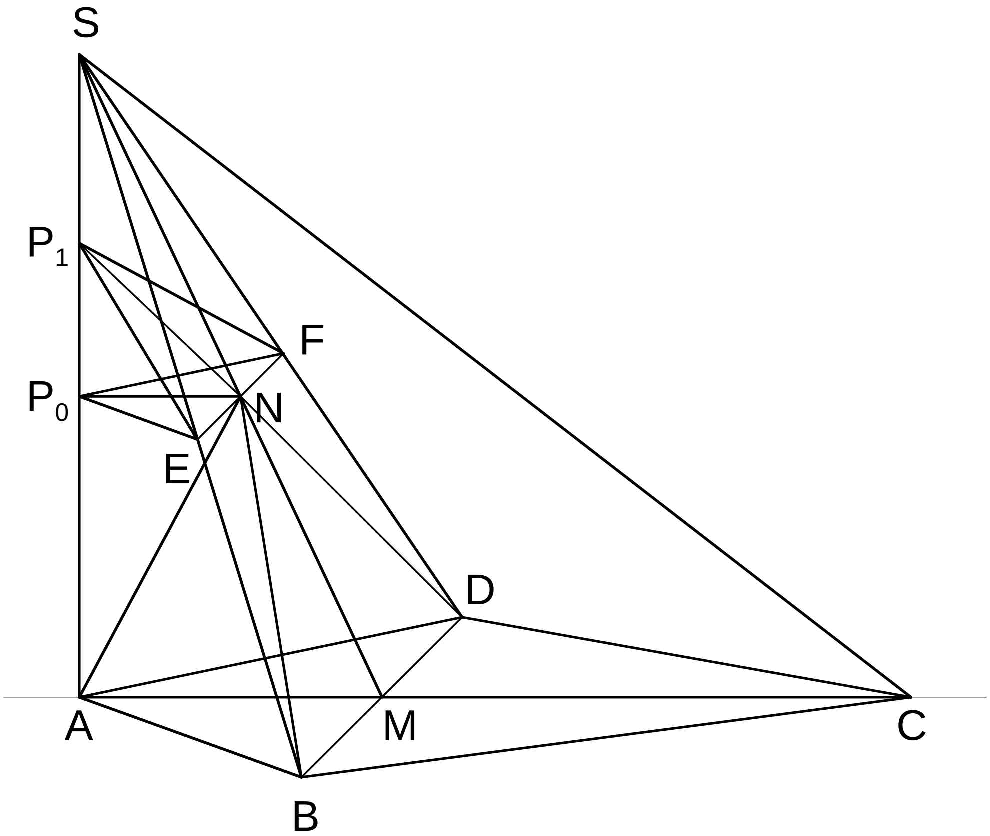
Abschlussprüfung 2004

an den **vierstufigen** Realschulen in Bayern

Mathematik II | **Aufgabengruppe C** | **Aufgabe C 3**

Lösungsmuster und Bewertung

C 3.1



Zeichnen des Schrägbildes der Pyramide ABCDS

$\tan\varepsilon = \dfrac{8,5\text{ cm}}{4\text{ cm}}$ $\qquad \varepsilon = 64,80°$ $\qquad \varepsilon \in]0°;90°[$

$\overline{MS} = \sqrt{4^2 + 8,5^2}\text{ cm}$ $\qquad \overline{MS} = 9,39\text{ cm}$

4

C 3.2 Einzeichnen der Strecke [EF]

$\dfrac{\overline{EF}}{\overline{SN}} = \dfrac{\overline{BD}}{\overline{MS}}$ $\qquad \overline{EF} = \dfrac{6\text{ cm}\cdot 5\text{ cm}}{9,39\text{ cm}}$ $\qquad \overline{EF} = 3,19\text{ cm}$

2

C 3.3 Einzeichnen des Dreiecks EFP_1

$\sphericalangle ASM = 90° - 64{,}80°$ $\qquad$ $\sphericalangle ASM = 25{,}20°$

$\overline{NP_1} = \sqrt{\overline{SP_1}^2 + \overline{SN}^2 - 2 \cdot \overline{SP_1} \cdot \overline{SN} \cdot \cos \sphericalangle ASM}$

$\overline{NP_1} = \sqrt{2{,}5^2 + 5^2 - 2 \cdot 2{,}5 \cdot 5 \cdot \cos 25{,}20°}\ \text{cm}$ $\qquad$ $\overline{NP_1} = 2{,}94\ \text{cm}$

$\frac{\sin \varphi}{\overline{SP_1}} = \frac{\sin \sphericalangle ASM}{\overline{NP_1}}$ $\qquad$ $0° < \varphi < 154{,}80°$

$\sin \varphi = \frac{2{,}5\ \text{cm} \cdot \sin 25{,}20°}{2{,}94\ \text{cm}}$ $\qquad$ $\varphi = 21{,}23° \quad (\vee \quad \varphi = 158{,}77°)$

3

C 3.4 Einzeichnen des Dreiecks EFP_0 $\qquad$ A ist minimal, wenn gilt: $[P_0N] \perp [AS]$

$A_{min} = 0{,}5 \cdot \overline{EF} \cdot \overline{NP_0}$

$\sin \sphericalangle P_0SN = \frac{\overline{NP_0}}{\overline{SN}}$ $\qquad$ $\overline{NP_0} = 5\ \text{cm} \cdot \sin 25{,}20°$ $\qquad$ $\overline{NP_0} = 2{,}13\ \text{cm}$

$A_{min} = 0{,}5 \cdot 3{,}19\ \text{cm} \cdot 2{,}13\ \text{cm}$ $\qquad$ $A_{min} = 3{,}40\ \text{cm}^2$

3

C 3.5 Einzeichnen der Pyramide ABDN

Pyramidenhöhe h_{ABDN}: $\qquad$ $\sin \varepsilon = \frac{h_{ABDN}}{\overline{MN}}$

$h_{ABDN} = (9{,}39\ \text{cm} - 5\ \text{cm}) \cdot \sin 64{,}80°$ $\qquad$ $h_{ABDN} = 3{,}97\ \text{cm}$

$V_{ABDN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AM} \cdot h_{ABDN}$

$V_{ABDN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3{,}97\ \text{cm}^3$ $\qquad$ $V_{ABDN} = 15{,}88\ \text{cm}^3$

$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AS}$

$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 6 \cdot 8{,}5\ \text{cm}^3$ $\qquad$ $V_{ABCDS} = 93{,}50\ \text{cm}^3$

$p = \frac{15{,}88\ \text{cm}^3}{93{,}50\ \text{cm}^3} \cdot 100$ $\qquad$ $p = 16{,}98$

oder

$\frac{V_{ABCN}}{V_{ABCDS}} = \frac{15{,}88\ \text{cm}^3}{93{,}50\ \text{cm}^3}$ $\qquad$ $V_{ABCN} = 0{,}1698 \cdot V_{ABCDS}$

Der Anteil des Volumens der Pyramide ABCN beträgt 16,98% des Volumens der Pyramide ABCDS.

4

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 1**

D 1.0 Die Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -(x-3)^2 + 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Parabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S(5|8)$ und verläuft durch den Punkt $Q(-3|-8)$.

D 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung, dass sich die Gleichung die Parabel p_2 wie folgt darstellen lässt: $y = -0,25x^2 + 2,5x + 1,75$.
Erstellen Sie für die Parabel p_2 eine Wertetabelle für $x \in [0;10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 11$; $-2 \leqq y \leqq 12$ 5 P

D 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| -x^2 + 6x - 4\right)$ und Punkte B_n liegen auf der Parabel p_1. Die Abszisse der Punkte B_n ist stets um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n folgendermaßen darstellen lassen:
$B_n\left(x+2 \middle| -x^2 + 2x + 4\right)$. 1 P

D 1.3 Die Punkte A_n und B_n auf der Parabel p_1 sind zusammen mit Punkten C_n und D_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte $D_n\left(x \middle| -0,25x^2 + 2,5x + 1,75\right)$ liegen auf der Parabel p_2 und haben dieselbe Abszisse x wie die Punkte A_n und es gilt: $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$ und $\overline{B_nC_n} = 8$ LE.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für x = 2,5 und $A_2B_2C_2D_2$ für x = 3,5 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

D 1.4 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Winkelmaß α des Winkels $B_1A_1D_1$ des Trapezes $A_1B_1C_1D_1$. 3 P

D 1.5 Bestimmen Sie, für welche Werte von x gilt: $\overline{A_nD_n} = \overline{B_nC_n}$. (Auf zwei Stellen nach den Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{A_nD_n}(x) = (0,75x^2 - 3,5x + 5,75)$ LE] 3 P

D 1.6 Ermitteln Sie rechnerisch die kleinstmögliche Länge $\overline{A_0D_0}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Begründen Sie sodann, dass das zugehörige Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt hat. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

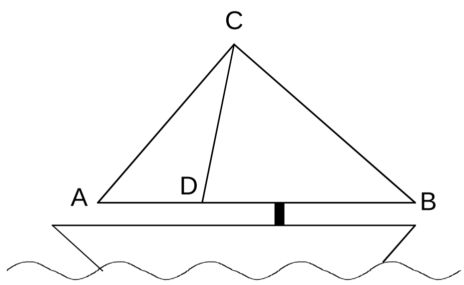
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 2**

D 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Segelschiff.
Für die Maße des Dreieckssegels ABC gilt: $\overline{AB} = 15{,}00 \text{ m}$, $\overline{AC} = 9{,}00 \text{ m}$ und $\overline{BC} = 9{,}50 \text{ m}$.



Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in °, Längen in m und Flächeninhalte in m².

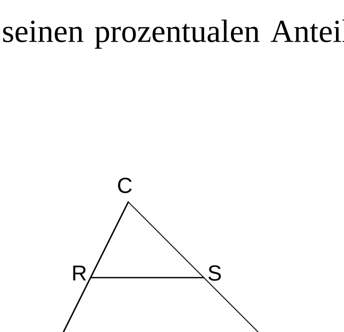
D 2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC im Maßstab 1 : 100. Berechnen Sie das Maß α des Winkels BAC, das Maß β des Winkels CBA und den Inhalt der Segelfläche ABC.
[Teilergebnis: $\alpha = 36{,}96°$, $\beta = 34{,}72°$] 4 P

D 2.2 Das Segeltuch kann bei starkem Wind in zwei dreieckige Teilsegel zerlegt werden. Der Teilungspunkt D der Strecke [AB] ist 5,00 m vom Punkt A entfernt. Die Punkte A, D und C legen die Dreiecksfläche ADC des abnehmbaren Teilsegels fest.
Zeichnen Sie die Strecke [CD] in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [CD] und das Maß ε des Winkels DCB.
[Teilergebnis: $\overline{CD} = 5{,}84 \text{ m}$; $\varepsilon = 77{,}24°$] 3 P

D 2.3 Der Punkt C ist Mittelpunkt eines Kreises k, der die Seite [AB] im Punkt E berührt. Der Kreis k schneidet die Strecke [AC] im Punkt F, die Strecke [CD] im Punkt G und die Strecke [BC] im Punkt H.
Zeichnen Sie den innerhalb des Dreiecks verlaufenden Teil des Kreises k sowie die Punkte E, F, G und H in die Zeichnung zu 2.1 ein. 1 P

D 2.4 Ein Sichtfenster wird so eingearbeitet, dass es vom Kreisbogen $\overset{\frown}{FG}$ und den Strecken [AF], [AD] und [DG] begrenzt wird.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Sichtfensters und seinen prozentualen Anteil am Flächeninhalt des zugehörigen Teilsegels ADC.
[Teilergebnis: $\overline{CE} = 5{,}41 \text{ m}$] 4 P

D 2.5 Das Teilsegel DBC kann von der Spitze C her bis zur Strecke [RS] eingerollt werden. Das verbleibende trapezförmige Restsegel DBSR mit den Grundlinien [BD] und [RS] hat eine Höhe von h = 4,00 m.
Zeichnen Sie das trapezförmige Restsegel DBRS in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der einrollbaren Segelfläche. 3 P



Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2004** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 3**

D 3.0 Im Drachenviereck ABCD schneiden sich die Diagonalen [AC] und [BD] im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über M liegt.
Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$, $\overline{MC} = 2{,}5\text{ cm}$, $\overline{BD} = 6\text{ cm}$ und $\overline{MS} = 9\text{ cm}$

D 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels MAS auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\alpha = 50{,}19°$] 3 P

D 3.2 Die Punkte $P_n \in [AS]$ mit $\overline{P_nS} = x\text{ cm}$ sind die Spitzen von Pyramiden Q_nBDP_n, wobei die Punkte Q_n jeweils die Fußpunkte der Lote von P_n auf [AM] sind. Die Winkel P_nMA haben das Maß ε.
Zeichnen Sie die Pyramide Q_1BDP_1 mit $x = 4$ in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Pyramiden Q_nBDP_n gibt.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MP_1]$ und das Maß ε des Winkels P_1MA. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{AS} = 11{,}72\text{ cm}$; $\overline{MP_1} = 6{,}46\text{ cm}$] 4 P

D 3.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen V(x) der Pyramiden Q_nBDP_n in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-0{,}49x^2 + 5{,}76x)\text{ cm}^3$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 4 P

D 3.4 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide Q_1BDP_1 am Volumen der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

D 3.5 Unter den Pyramiden Q_nBDP_n gibt es eine Pyramide Q_0BDP_0, bei der die Länge der Strecke $[MP_n]$ minimal ist.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $[MP_0]$ und den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 1**

Lösungsmuster und Bewertung

D 1.1 $-8 = a \cdot (-3-5)^2 + 8$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

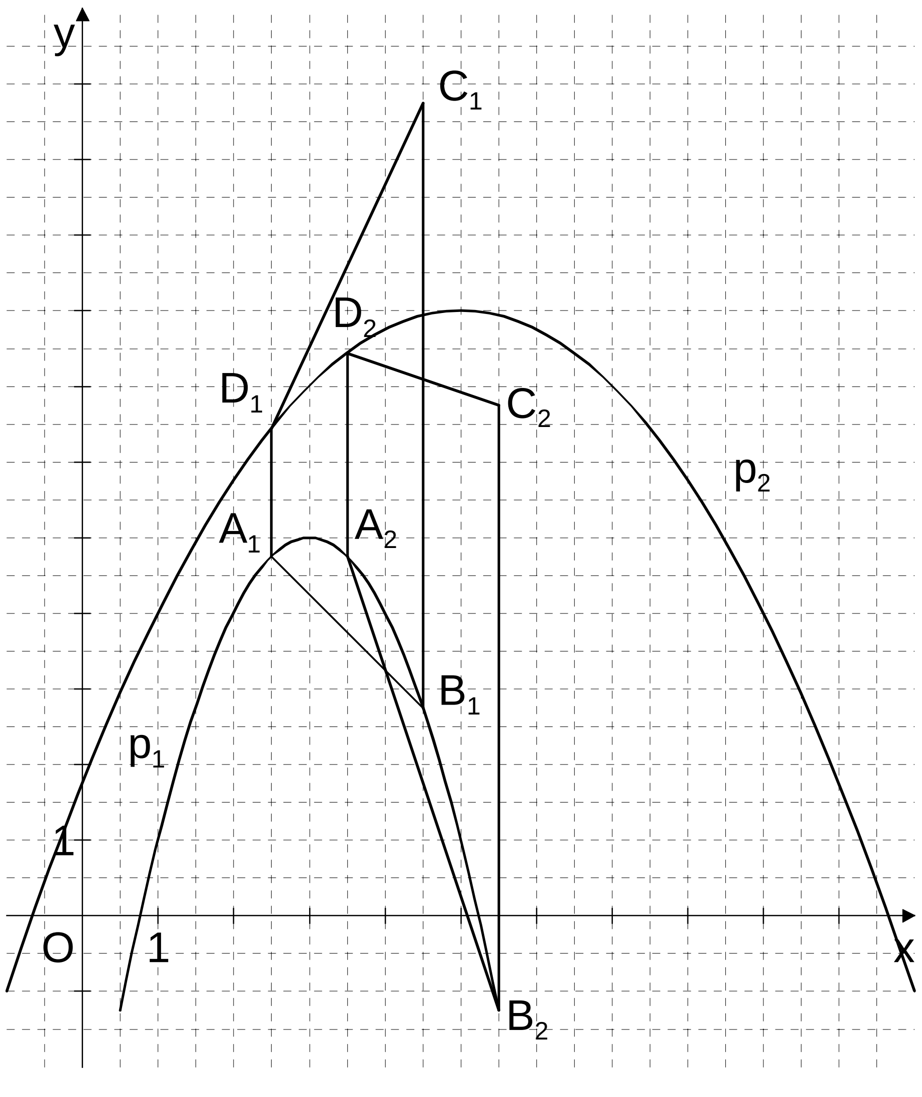
$\Leftrightarrow \quad a = -0,25$ $\mathbb{L} = \{-0,25\}$

$p_2 : y = -0,25 \cdot (x-5)^2 + 8$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad p_2 : y = -0,25 \cdot (x^2 - 10x + 25) + 8$

$\Leftrightarrow \quad p_2 : y = -0,25x^2 + 2,5x + 1,75$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$-0,25x^2 + 2,5x + 1,75$	1,75	4	5,75	7	7,75	8	7,75	7	5,75	4	1,75



Einzeichnen der Parabeln p_1 und p_2

5

D 1.2	$B_n(x+2 \mid -(x+2)^2+6(x+2)-4)$ $\quad\mathbb{G}=\mathbb{R}$ $B_n(x+2 \mid -x^2+2x+4)$	1
D 1.3	Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2
D 1.4	$A_1(2{,}5 \mid 4{,}75)$ $\quad B_1(4{,}5 \mid 2{,}75)$ $\overrightarrow{A_1B_1}=\begin{pmatrix}4{,}5-2{,}5\\2{,}75-4{,}75\end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{A_1B_1}=\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ $\tan\alpha^*=\frac{-2}{2}$ $\quad\alpha^*=-45°$ $\alpha=90°-(-45°)$ $\quad\alpha=135°$	3
D 1.5	$\overline{A_nD_n}(x)=[-0{,}25x^2+2{,}5x+1{,}75-(-x^2+6x-4)]\ \text{LE}$ $\quad\mathbb{G}=\mathbb{R}$ $\overline{A_nD_n}(x)=(0{,}75x^2-3{,}5x+5{,}75)\ \text{LE}$ $0{,}75x^2-3{,}5x+5{,}75=8$ $\quad\mathbb{G}=\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow\quad x=-0{,}57 \quad\vee\quad x=5{,}24$ $\quad\mathbb{L}=\{-0{,}57;\,5{,}24\}$	3
D 1.6	$\overline{A_0D_0}=1{,}67\ \text{LE}$ Der Flächeninhalt eines Trapezes berechnet sich mit der Gleichung $A=\frac{1}{2}\cdot\left(\overline{A_nD_n}+\overline{B_nC_n}\right)\cdot h$. Da gilt: $\overline{B_nC_n}=8\ \text{LE}$ und $h=2\ \text{LE}$, ergibt sich für die Gleichung $A=\frac{1}{2}\cdot\left(\overline{A_nD_n}+8\ \text{LE}\right)\cdot 2\ \text{LE}$. Der Flächeninhalt ist dann am kleinsten, wenn die Länge der Seite $[A_nD_n]$ am kleinsten ist.	2
		16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

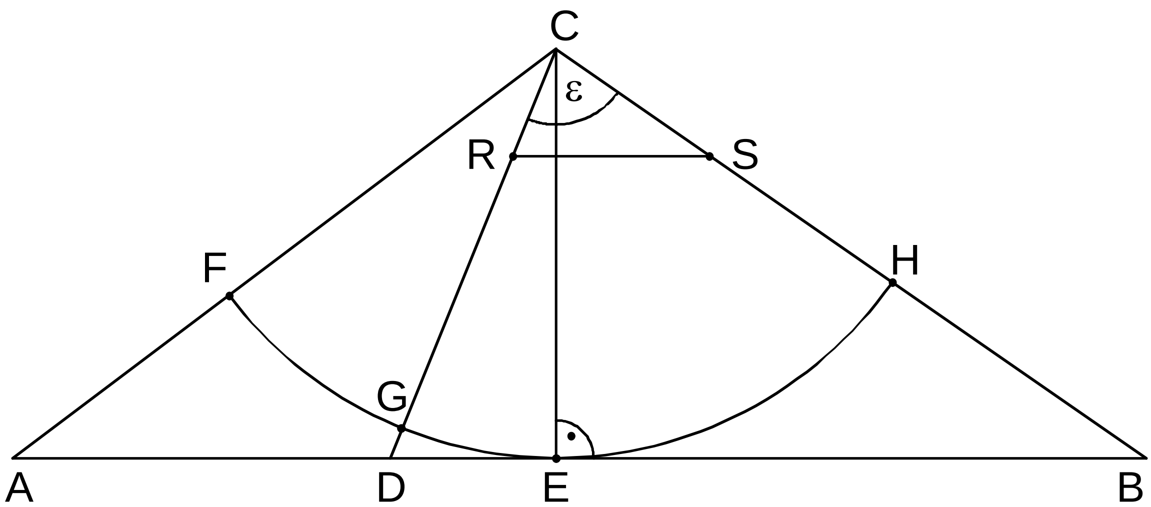
Abschlussprüfung 2004

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II | **Nachtermin** | **Aufgabe D 2**

Lösungsmuster und Bewertung

D 2.1



Zeichnen des Dreiecks ABC

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos\alpha$ $\qquad \alpha \in]0°; 180°[$

$\cos\alpha = \dfrac{(15{,}00^2 + 9{,}00^2 - 9{,}50^2)}{2 \cdot 15{,}00 \cdot 9{,}00}$ $\qquad \alpha = 36{,}96°$

$\dfrac{\sin\beta}{\overline{AC}} = \dfrac{\sin\alpha}{\overline{BC}}$ $\qquad \beta \in]0°; 143{,}04°[$

$\sin\beta = \dfrac{9{,}00 \cdot \sin 36{,}96°}{9{,}50}$ $\qquad \beta = 34{,}72° \quad (\vee \quad \beta = 145{,}28°)$

$A_{\text{Segelfläche}} = 0{,}5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin\alpha$

$A_{\text{Segelfläche}} = 0{,}5 \cdot 15{,}00\text{ m} \cdot 9{,}00\text{ m} \cdot \sin 36{,}96°$ $\qquad A_{\text{Segelfläche}} = 40{,}58\text{ m}^2$

4

D 2.2 Einzeichnen der Strecke [DC]

$\overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AC} \cdot \cos\alpha$

$\overline{CD} = \sqrt{5{,}00^2 + 9{,}00^2 - 2 \cdot 5{,}00 \cdot 9{,}00 \cdot \cos 36{,}96°}\text{ m}$ $\qquad \overline{CD} = 5{,}84\text{ m}$

$\dfrac{\sin\varepsilon}{\overline{BD}} = \dfrac{\sin\beta}{\overline{CD}}$ $\qquad \varepsilon \in]0°; 145{,}28°[$

$\sin\varepsilon = \dfrac{10{,}00\text{ m} \cdot \sin 34{,}72°}{5{,}84\text{ m}}$ $\qquad \varepsilon = 77{,}24° \quad (\vee \quad \varepsilon = 102{,}76°)$

3

D 2.3 Einzeichnen des Kreises k und der Punkte E, F und G	1
D 2.4 $A = A_{\Delta ADC} - A_{\text{Sektor CFG}}$ $A_{\Delta ADC} = 0,5 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AC} \cdot \sin\alpha$ $A_{\Delta ADC} = 0,5 \cdot 5,00\text{ m} \cdot 9,00\text{ m} \cdot \sin 36,96°$ $\quad A_{\Delta ADC} = 13,53\text{ m}^2$ $A_{\text{Sektor CFG}} = \overline{CE}^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle ACD}{360°}$ $\sin\alpha = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}}$ $\quad \overline{CE} = 9,00\text{ m} \cdot \sin 36,96°$ $\quad \overline{CE} = 5,41\text{ m}$ $\sphericalangle ACD = 180° - (\alpha + \beta) - \varepsilon$ $\sphericalangle ACD = 180° - (36,96° + 34,72°) - 77,24°$ $\quad \sphericalangle ACD = 31,08°$ $A_{\text{Sektor CFG}} = 5,41^2 \cdot \pi \cdot \frac{31,08°}{360°}\text{ m}^2$ $\quad A_{\text{Sektor CFG}} = 7,94\text{ m}^2$ $A = 13,53\text{ m}^2 - 7,94\text{ m}^2$ $\quad A = 5,59\text{ m}^2$ $p = \frac{5,59\text{ m}^2}{13,53\text{ m}^2} \cdot 100$ $\quad p = 41,32$ oder $\frac{A}{A_{\Delta ADC}} = \frac{5,59\text{ m}^2}{13,53\text{ m}^2}$ $\quad A = 0,4132 \cdot A_{\Delta ADC}$ Der Anteil des Flächeninhalts des Sichtfensters beträgt 41,32% des Flächeninhalts des Teilsegels ADC.	4
D 2.5 Einzeichnen der Strecke [RS] $A_{\text{einrollbare Segelfläche}} = 0,5 \cdot \overline{RS} \cdot (\overline{CE} - h)$ $\frac{\overline{RS}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{CE} - h}{\overline{CE}}$ $\overline{RS} = \frac{10,00 \cdot (5,41 - 4,00)}{5,41}\text{ m}$ $\quad \overline{RS} = 2,61\text{ m}$ $A_{\text{einrollbare Segelfläche}} = 0,5 \cdot 2,61 \cdot 1,41\text{ m}^2$ $\quad A_{\text{einrollbare Segelfläche}} = 1,84\text{ m}^2$	3
	15

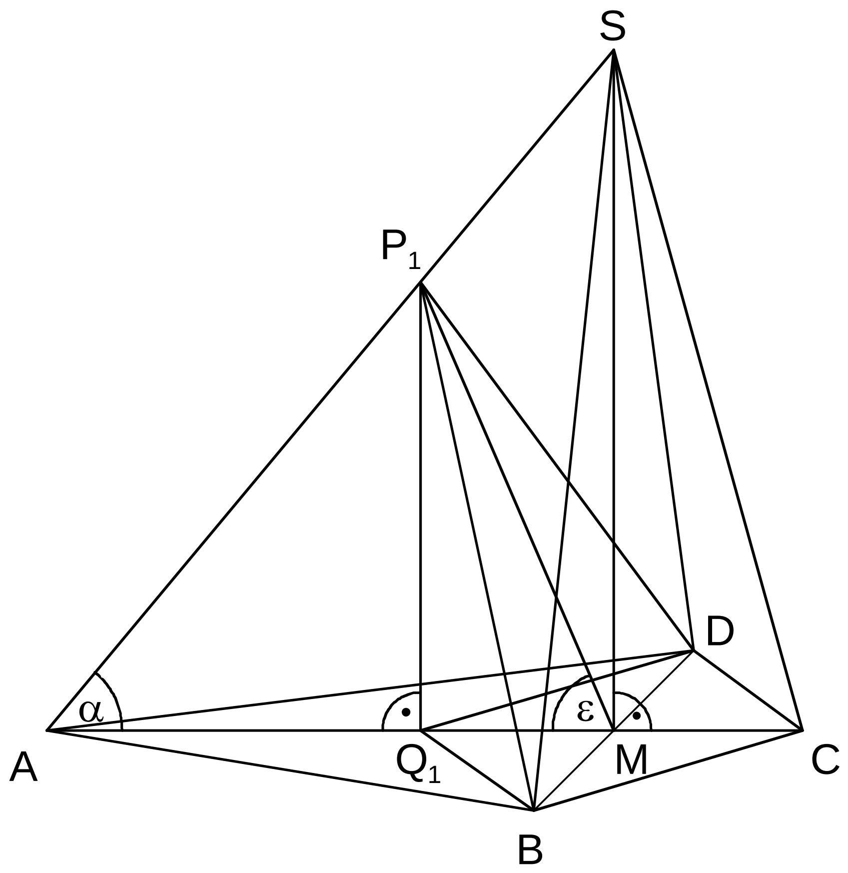
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Nachtermin** **Aufgabe D 3**

Lösungsmuster und Bewertung

D 3.1



$\tan\alpha = \dfrac{9\text{ cm}}{(10-2,5)\text{ cm}}$ $\alpha = 50,19°$ $\alpha \in]0°;90°[$

3

D 3.2 Einzeichnen der Pyramide Q_1BDP_1

$\overline{AS} = \sqrt{9^2 + 7,5^2}\text{ cm}$ $\overline{AS} = 11,72\text{ cm}$

Für $x \in]0;11,72[$ gibt es Pyramiden Q_nBDP_n.

$\overline{MP_1} = \sqrt{7,5^2 + (11,72-4)^2 - 2\cdot 7,5\cdot(11,72-4)\cdot\cos 50,19°}\text{ cm}$

$\overline{MP_1} = 6,46\text{ cm}$

$\dfrac{\sin\varepsilon}{(11,72-4)\text{ cm}} = \dfrac{\sin 50,19°}{6,46\text{ cm}}$ $\varepsilon \in]0°;90°[$

$\Leftrightarrow$ $\varepsilon = 66,64°$ $(\vee \quad \varepsilon = 113,36°)$ $\mathbb{L} = \{66,64°\}$

4

D 3.3 $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MQ_n} \cdot \overline{P_nQ_n}$

$\frac{\overline{MQ_n}(x)}{7{,}5\text{ cm}} = \frac{x\text{ cm}}{11{,}72\text{ cm}}$ $\qquad 0 < x < 11{,}72;\ x \in \mathbb{R}$

$\overline{MQ_n}(x) = \frac{7{,}5 \cdot x}{11{,}72}\text{ cm}$ $\qquad \overline{MQ_n}(x) = 0{,}64x\text{ cm}$

$\frac{\overline{P_nQ_n}(x)}{9\text{ cm}} = \frac{(7{,}5 - 0{,}64x)\text{ cm}}{7{,}5\text{ cm}}$ $\qquad 0 < x < 11{,}72;\ x \in \mathbb{R}$

$\overline{P_nQ_n}(x) = \frac{9 \cdot (7{,}5 - 0{,}64x)}{7{,}5}\text{ cm}$ $\qquad \overline{P_nQ_n}(x) = (9 - 0{,}77x)\text{ cm}$

$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 0{,}64x \cdot (9 - 0{,}77x)\text{ cm}^3$ $\qquad 0 < x < 11{,}72;\ x \in \mathbb{R}$

$V(x) = (-0{,}49x^2 + 5{,}76x)\text{ cm}^3$

4

D 3.4 $V_{Q_1BDP_1} = (-0{,}49 \cdot 4^2 + 5{,}76 \cdot 4)\text{ cm}^3$ $\qquad V_{Q_1BDP_1} = 15{,}20\text{ cm}^3$

$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot 9\text{ cm}^3$ $\qquad V_{ABCDS} = 90\text{ cm}^3$

$\frac{V_{Q_1BDP_1}}{V_{ABCDS}} = \frac{15{,}20\text{ cm}^3}{90\text{ cm}^3}$ $\qquad V_{Q_1BDP_1} = 0{,}1689 \cdot V_{ABCDS}$

oder

$p = \frac{15{,}20\text{ cm}^3}{90\text{ cm}^3} \cdot 100$ $\qquad p = 16{,}89$

Der Anteil des Volumens der Pyramide Q_1BDP_1 beträgt 16,89% des Volumens der Pyramide ABCDS.

3

D 3.5 $\overline{MP_n}$ ist minimal, wenn gilt: $[MP_0] \perp [AS]$

$\sin 50{,}19° = \frac{\overline{MP_0}}{7{,}5\text{ cm}}$ $\qquad \overline{MP_0} = 5{,}76\text{ cm}$

$\cos(90° - 50{,}19°) = \frac{\overline{P_0S}}{\overline{MS}}$

$\cos 39{,}81° = \frac{x}{9}$ $\qquad 0 < x < 11{,}72;\ x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \quad x = 6{,}91$ $\qquad \mathbb{L} = \{6{,}91\}$

2

16

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.