Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Gewässerbiologen bestimmen das Maß für die Verschmutzung von Gewässern häufig über die Abnahme der Lichtintensität bei zunehmender Wassertiefe. Die Lichtintensität wird in der Einheit Lux angegeben. Messungen zeigen, dass die Abnahme der Lichtintensität durch eine Funktion mit der Gleichung $y = y_0 \cdot 10^{-k \cdot x}$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+$) dargestellt werden kann. Dabei bedeutet y_0 Lux die Lichtintensität an der Wasseroberfläche, $k\ \text{cm}^{-1}$ den Absorptionskoeffizienten und y Lux die Lichtintensität in x cm Wassertiefe.

A 1.1 In einem Bergsee (k = 0,0104) wurde am leicht bewölkten 2. April mittags in 82 cm Wassertiefe eine Lichtintensität von 11 789 Lux gemessen.
Berechnen Sie y_0 auf Ganze gerundet und zeigen Sie damit, dass die Lichtintensität y Lux in Abhängigkeit von der Wassertiefe x cm in diesem Bergsee durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 84\,000 \cdot 10^{-0{,}0104 \cdot x}$ dargestellt werden kann. 2 P

A 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0;\, 140]$ in Schritten von $\Delta x = 20$ auf Ganze gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 20 cm Wassertiefe; $0 \leqq x \leqq 160$
Auf der y-Achse: 1 cm für 10 000 Lux; $0 \leqq y \leqq 90\,000$

Entnehmen Sie dem Graphen den Wert für die Wassertiefe, in der die Lichtintensität um 59 000 Lux niedriger ist als an der Wasseroberfläche. 4 P

A 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, in welcher Wassertiefe des Bergsees am 2. April mittags die Lichtintensität noch 15% der Lichtintensität an der Wasseroberfläche beträgt. (Auf Ganze runden.) 2 P

A 1.4 Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Lichtintensität im Bergsee am 2. April mittags pro cm Wassertiefe abnimmt. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.) 2 P

A 1.5 In einem Waldsee ist die Abnahme der Lichtintensität mit zunehmender Wassertiefe höher als im Bergsee.
Berechnen Sie k für diesen Waldsee auf vier Stellen nach dem Komma gerundet, wenn sich die Lichtintensität alle 12 cm Wassertiefe um die Hälfte verringert.
[Ergebnis: k = 0,0251] 2 P

A 1.6 Am sonnigen 10. Juni mittags wurde an der Wasseroberfläche des Waldsees eine Lichtintensität von 105 000 Lux gemessen.
Geben Sie die Gleichung der Funktion f_2 an, die die Abnahme der Lichtintensität zu diesem Zeitpunkt im Waldsee beschreibt.
Berechnen Sie anschließend die Wassertiefe, in der sich am 2. April mittags im Bergsee und am 10. Juni mittags im Waldsee eine gleich hohe Lichtintensität ergibt. (Auf ganze Zentimeter runden.) 3 P

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Punkte $A_n(x \mid 0{,}5x+3{,}5)$ auf der Geraden g_1 mit der Gleichung $y = 0{,}5x+3{,}5$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) und Punkte B_n auf der Geraden g_2 mit der Gleichung $y = 2x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) sind Eckpunkte von gleichschenkligen Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Dabei ist die Abszisse der Punkte B_n jeweils um 4 größer als die Abszisse x der zugehörigen Punkte A_n. Die Winkel $B_nA_nD_n$ haben das Maß 60° und die Schenkel $[A_nD_n]$ und $[B_nC_n]$ sind jeweils halb so lang wie die Seiten $[A_nB_n]$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Geraden g_1 und g_2 sowie die gleichschenkligen Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -6$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = -2$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8 \leqq x \leqq 5$; $-6 \leqq y \leqq 8$ — 4 P

A 2.2 Begründen Sie, dass für alle Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ gilt:

$$\overline{D_nC_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nB_n}$$

3 P

A 2.3 Zeigen Sie, dass für die Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $B_n(x+4 \mid 2x+8)$.

Die Pfeile $\overrightarrow{A_nB_n}$ kann man auf die Pfeile $\overrightarrow{A_nD_n}$ abbilden.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $D_n(0{,}35x-0{,}95 \mid 0{,}88x+6{,}36)$] — 5 P

A 2.4 Berechnen Sie die Gleichung des Trägergraphen der Punkte D_n. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) — 2 P

A 2.5 Die Gerade A_3B_3 schließt mit der x–Achse einen Winkel mit dem Maß $\sphericalangle(x-\text{Achse}; A_3B_3) = 50°$ ein.

Berechnen Sie die Koordinaten des Trapezeckpunktes B_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. — 3 P

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Im gleichschenkligen Dreieck ABS ist M der Mittelpunkt der Basis [AB]. Das Dreieck ABS ist der Axialschnitt eines geraden Kreiskegels mit der Spitze S, dem Grundkreisradius $\overline{AM} = 4\text{ cm}$ und der Kegelhöhe $\overline{MS} = 10\text{ cm}$.

A 3.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABS und berechnen Sie das Maß φ des Öffnungswinkels ASB des Kegels auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\varphi = 43{,}60°$] 2 P

A 3.2 Der Punkt P auf der Strecke [AS] mit $\overline{SP} = 5\text{ cm}$, die Punkte Q_n auf [MS] und der Punkt R auf [BS] sind Eckpunkte von Drachenvierecken SPQ_nR mit SM als Symmetrieachse und dem Diagonalenschnittpunkt D. Die Winkel Q_nPS haben das Maß ε. Dabei soll stets $\overline{SQ_n} > \overline{SD}$ gelten.
Zeichnen Sie das Drachenviereck SPQ_1R für $\varepsilon = 110°$ und den Punkt D in die Zeichnung zu 3.1 ein.
Ermitteln Sie sodann das Intervall für ε, sodass Drachenvierecke SPQ_nR entstehen. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $68{,}20° < \varepsilon \leqq 139{,}08°$] 4 P

A 3.3 Unter den Drachenvierecken SPQ_nR gibt es eine Raute SPQ_2R.
Ermitteln Sie das zugehörige Winkelmaß ε. 1 P

A 3.4 Berechnen Sie die Länge $\overline{SQ_n}(\varepsilon)$ der Strecken $[SQ_n]$ in Abhängigkeit von ε.
[Ergebnis: $\overline{SQ_n}(\varepsilon) = \dfrac{5 \cdot \sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon + 21{,}80°)}\text{ cm}$] 2 P

A 3.5 Die Drachenvierecke SPQ_nR rotieren um MS als Rotationsachse.
Zeigen Sie, dass für das Volumen V(ε) der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von ε gilt:

$$V(\varepsilon) = \frac{18{,}11 \cdot \sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon + 21{,}80°)}\text{ cm}^3.$$

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

A 3.6 Das Volumen des aus dem Drachenviereck SPQ_3R entstandenen Rotationskörpers ist um 85% kleiner als das Volumen des in 3.0 beschriebenen Kegels.
Berechnen Sie das zugehörige Maß ε. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

A 1.1 $11789 = y_0 \cdot 10^{-0{,}0104 \cdot 82}$ $\qquad y_0 \in \mathbb{R}^+$

$\Leftrightarrow \quad y_0 = \dfrac{11789}{10^{-0{,}8528}}$

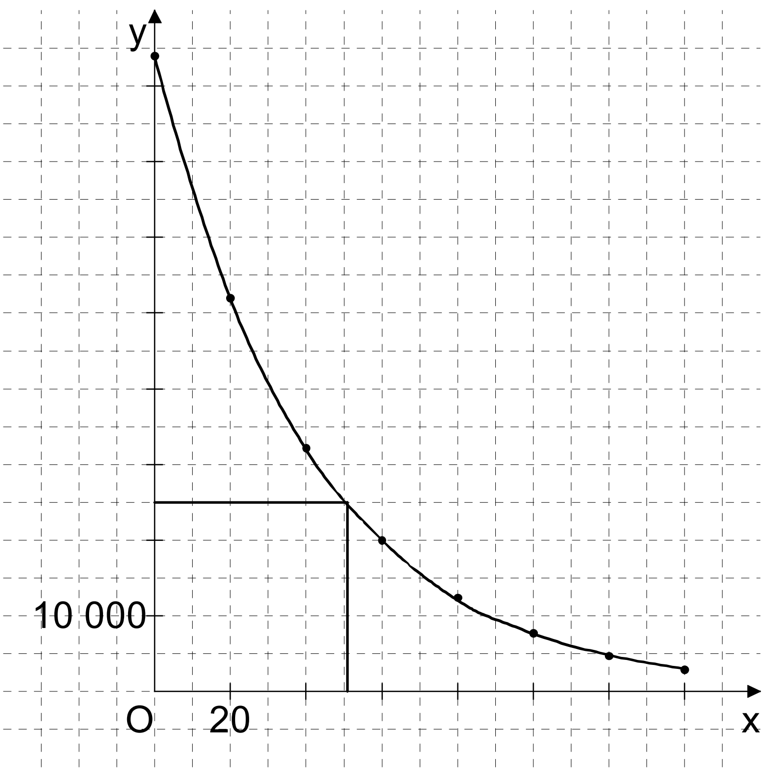
$\Leftrightarrow \quad y_0 = 84000$ $\qquad \mathbb{L} = \{84000\}$

$f_1: \ y = 84000 \cdot 10^{-0{,}0104 \cdot x}$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$

2

A 1.2

x	0	20	40	60	80	100	120	140
y	84 000	52 033	32 231	19 965	12 367	7 661	4 745	2 940



Einzeichnen des Graphen zu f_1
In einer Wassertiefe von ca. 50 cm (entsprechend der Zeichnung) ist die Lichtintensität um 59 000 Lux niedriger.

4

A 1.3	$0{,}15 \cdot y_0 = y_0 \cdot 10^{-0{,}0104 \cdot x}$ $\Leftrightarrow \quad -0{,}0104x = \log_{10} 0{,}15$ $\Leftrightarrow \quad x = 79$ Die Wassertiefe beträgt 79 cm.	$x \in \mathbb{R}_0^+$ $\mathbb{L} = \{79\}$	2
A 1.4	$y = y_0 \cdot 10^{-0{,}0104 \cdot x}$ $\Leftrightarrow \quad y = y_0 \cdot \left(10^{-0{,}0104}\right)^x$ $\Leftrightarrow \quad y = y_0 \cdot 0{,}976^x$ $\Leftrightarrow \quad y = y_0 \cdot (1 - 0{,}024)^x$ Die Lichtintensität nimmt pro cm Wassertiefe um 2,4% ab.	$\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+;\ y_0 \in \mathbb{R}^+$	2
A 1.5	$0{,}5 \cdot y_0 = y_0 \cdot 10^{-k \cdot 12}$ $\Leftrightarrow \quad -12k = \log_{10} 0{,}5$ $\Leftrightarrow \quad k = 0{,}0251$ Der Wert von k beträgt 0,0251.	$k \in \mathbb{R}^+$ $\mathbb{L} = \{0{,}0251\}$	2
A 1.6	$f_2:\ y = 105000 \cdot 10^{-0{,}0251 \cdot x}$ $84000 \cdot 10^{-0{,}0104 \cdot x} = 105000 \cdot 10^{-0{,}0251 \cdot x}$ $\Leftrightarrow \quad 10^{-0{,}0104 \cdot x + 0{,}0251 \cdot x} = \frac{105000}{84000}$ $\Leftrightarrow \quad 10^{0{,}0147 \cdot x} = 1{,}25$ $\Leftrightarrow \quad x = \frac{\log_{10} 1{,}25}{0{,}0147}$ $\Leftrightarrow \quad x = 7$ Die Wassertiefe beträgt 7 cm.	$\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$ $x \in \mathbb{R}_0^+$ $\mathbb{L} = \{7\}$	3
			15

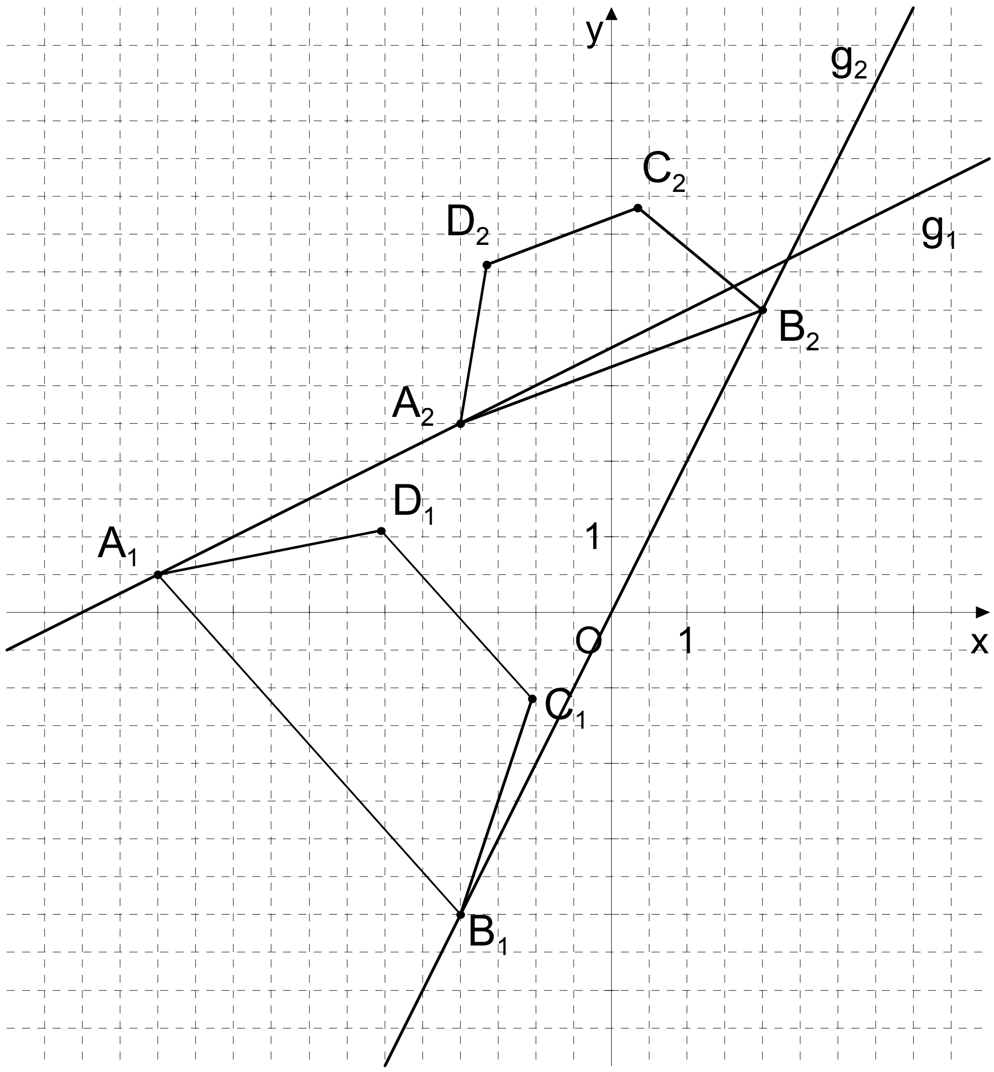
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

A 2.1



Einzeichnen der Geraden g_1 und g_2 sowie der gleichschenkligen Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

4

A 2.2 Mit M_n als Mittelpunkten der Seiten $[A_nB_n]$ gilt für die Dreiecke $A_nM_nD_n$:
Wegen $\overline{A_nD_n} = \overline{A_nM_n}$ sind sie gleichschenklig mit $[M_nD_n]$ als Basis.
Wegen $\sphericalangle B_nA_nD_n = 60°$ sind sie gleichseitig.
Da die Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ zu den Mittelsenkrechten der Seiten $[A_nB_n]$ achsensymmetrisch sind, sind die Dreiecke $M_nC_nD_n$ ebenfalls gleichschenklig und wegen $\sphericalangle C_nM_nD_n = 60°$ ebenfalls gleichseitig. Also gilt:

$$\overline{D_nC_n} = \overline{M_nD_n} = \overline{A_nM_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nB_n}$$

3

A 2.3	$B_n(x+4 \mid 2(x+4))$ $\quad$ $B_n(x+4 \mid 2x+8)$ $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} x+4-x \\ 2x+8-0,5x-3,5 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1,5x+4,5 \end{pmatrix}$ $\quad x \in \mathbb{R}$ $\overrightarrow{A_nB_n} \xmapsto{A_n;\alpha=60°} \overrightarrow{A_nB_n^*} \xmapsto{A_n;k=0,5} \overrightarrow{A_nD_n}$ $\begin{pmatrix} x'-x \\ y'-0,5x-3,5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \left[\begin{pmatrix} \cos 60° & -\sin 60° \\ \sin 60° & \cos 60° \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 4 \\ 1,5x+4,5 \end{pmatrix} \right]$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \left\lvert \begin{array}{l} x'-x = -0,95-0,65x \\ \wedge\ y'-0,5x-3,5 = 2,86+0,38x \end{array} \right.$ $\quad \Leftrightarrow \left\lvert \begin{array}{l} x' = 0,35x-0,95 \\ \wedge\ y' = 0,88x+6,36 \end{array} \right.$ $D_n(0,35x-0,95 \mid 0,88x+6,36)$	5
A 2.4	$\left\lvert \begin{array}{l} x' = 0,35x-0,95 \\ \wedge\ y' = 0,88x+6,36 \end{array} \right.$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \left\lvert \begin{array}{l} x = 2,86x'+2,71 \\ \wedge\ y' = 0,88x+6,36 \end{array} \right.$ $\quad \Leftrightarrow\ y' = 0,88 \cdot (2,86x'+2,71)+6,36$ Gleichung des Trägergraphen: $y = 2,52x+8,74$	2
A 2.5	$\frac{1,5x+4,5}{4} = \tan 50°$ $\quad x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow\ x = \frac{4 \cdot \tan 50° - 4,5}{1,5}$ $\Leftrightarrow\ x = 0,18$ $\quad \mathbb{L} = \{0,18\}$ $B_3(4,18 \mid 8,36)$	3
		17

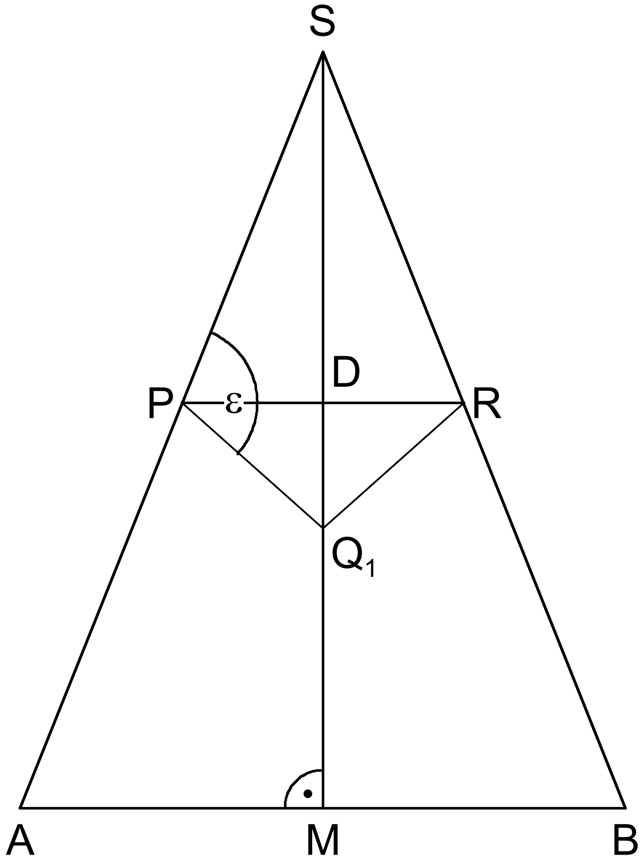
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I | **Aufgabengruppe A** | **Aufgabe A 3**

Lösungsmuster und Bewertung

A 3.1



$\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{4}{10}$ $\qquad\qquad$ $\varphi = 43{,}60°$

2

A 3.2 Einzeichnen des Drachenvierecks SPQ_1R

$\overline{PM} = \sqrt{5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos 21{,}80°}$ cm

$\overline{PM} = 5{,}67$ cm

$\cos \sphericalangle MPS = \frac{5^2 + 5{,}67^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 5{,}67}$ $\qquad\qquad$ $\sphericalangle MPS = 139{,}09°$

$\sphericalangle DPS = 90° - 21{,}80°$ $\qquad\qquad$ $\sphericalangle DPS = 68{,}20°$

$\varepsilon \in]68{,}20°; 139{,}09°]$

4

A 3.3	$\varepsilon = 180° - 43{,}60°$ $\qquad \varepsilon = 136{,}40°$	1
A 3.4	$\dfrac{\overline{SQ_n}(\varepsilon)}{\sin\varepsilon} = \dfrac{5\text{ cm}}{\sin[180° - (\varepsilon + 21{,}80°)]}$ $\qquad \varepsilon \in]68{,}20°; 139{,}09°]$ $\overline{SQ_n}(\varepsilon) = \dfrac{5 \cdot \sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon + 21{,}80°)}\text{ cm}$	2
A 3.5	$V(\varepsilon) = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{PD}^2 \cdot \overline{SQ_n}(\varepsilon)$ $\qquad \varepsilon \in]68{,}20°; 139{,}09°]$ $\overline{PD} = 5 \cdot \sin 21{,}80°\text{ cm}$ $\qquad \overline{PD} = 1{,}86\text{ cm}$ $V(\varepsilon) = \dfrac{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}86^2 \cdot 5 \cdot \sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon + 21{,}80°)}\text{ cm}^3$ $\qquad V(\varepsilon) = \dfrac{18{,}11 \cdot \sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon + 21{,}80°)}\text{ cm}^3$	3
A 3.6	$V_K = \dfrac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot \pi \cdot 10\text{ cm}^3$ $\qquad V_K = 167{,}55\text{ cm}^3$ $167{,}55 \cdot 0{,}15 = \dfrac{18{,}11 \cdot \sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon + 21{,}80°)}$ $\qquad \varepsilon \in]68{,}20°; 139{,}09°]$ $\Leftrightarrow \varepsilon = 119{,}24°$ $\qquad \mathbb{L} = \{119{,}24°\}$	3
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_3(x-1)+3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 an. 1 P

B 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in \{1{,}1;\ 1{,}5;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8\}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 12$; $-2 \leqq y \leqq 6$ 2 P

B 1.3 Der Graph zu f_1 wird durch Spiegelung an der x-Achse und anschließend durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ auf den Graphen zu f_2 abgebildet.
Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von f_2 und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 4 P

B 1.4 Die Punkte $A_n(x \mid -\log_3(x)+1)$ auf dem Graphen zu f_2 und die Punkte D_n auf dem Graphen zu f_1 sind Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Dabei ist die Abszisse jedes Punktes D_n stets um 2 größer als die Abszisse x des jeweils zugehörigen Punktes A_n. Die Seiten $[A_nB_n]$ verlaufen parallel zur x-Achse und es gilt: $\overline{A_nB_n} = 4$ LE.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 1 P

B 1.5 Geben Sie die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n an.
Zeigen Sie sodann, dass man den Flächeninhalt A(x) der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen kann: $A(x) = [4 \cdot \log_3(x^2+x)+8]$ FE. 4 P

B 1.6 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es ein Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ mit einem Flächeninhalt von 20 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die Punkte $B_n(x\,|\,0{,}5x-3)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=0{,}5x-3$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$) sind zusammen mit dem Punkt $A(-3\,|\,-1)$ jeweils Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n. Die gemeinsame Winkelhalbierende w der Winkel B_nAC_n hat die Gleichung $y=\frac{1}{3}x$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$).

Für die Längen der Dreiecksseiten $[AC_n]$ und $[AB_n]$ gilt stets: $\overline{AC_n}:\overline{AB_n}=2:1$.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g, die Winkelhalbierende w sowie das Dreieck AB_1C_1 für x = 1 und das Dreieck AB_2C_2 für x = 3 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 9$; $-4 \leqq y \leqq 8$ 3 P

B 2.2 Man erhält nur für $x \in]-2;18[$ Dreiecke AB_nC_n.
Ermitteln Sie rechnerisch die Intervallgrenzen –2 und 18. 4 P

B 2.3 Die Pfeile $\overrightarrow{AB_n}$ kann man auf die Pfeile $\overrightarrow{AC_n}$ abbilden.
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $C_n(2{,}2x-0{,}6\,|\,0{,}4x+5{,}8)$] 5 P

B 2.4 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es ein rechtwinkliges Dreieck AB_3C_3 mit der Hypotenuse $[B_3C_3]$.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes B_3. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden). 3 P

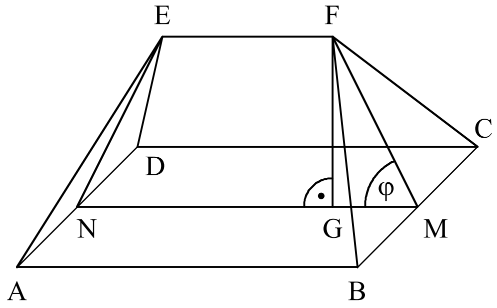
B 2.5 Der Punkt C_4 des Dreiecks AB_4C_4 liegt auf der y-Achse.
Berechnen Sie die y-Koordinate des Punktes C_4 auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. 2 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Der Dachraum eines Walmdaches ABCDEF hat das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 12\,\text{m}$ und $\overline{BC} = 8\,\text{m}$ als Grundfläche. Die Punkte M und N sind die Mittelpunkte der Basen [BC] und [AD] der gleichschenkligen Dreiecke BCF bzw. ADE. Die Dachhöhe beträgt $\overline{GF} = 5\,\text{m}$. Das Maß $\varphi < 90°$ des Neigungswinkels der dreieckigen Dachflächen (Walme) gegen die Grundfläche bestimmt die Firstlänge $\overline{EF}$ mit [EF]||[MN].



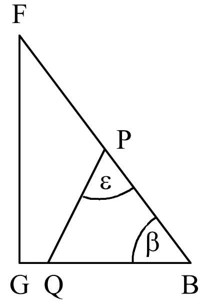
B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild des Daches für $\varphi = 55°$ in einem geeigneten Maßstab mit MN als Schrägbildachse und geben Sie den gewählten Maßstab an.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$ 2 P

B 3.2 Ermitteln Sie das Intervall für φ, so dass Walmdächer entstehen. (Runden Sie gegebenenfalls auf zwei Stellen nach dem Komma.) 2 P

B 3.3 Stellen Sie die Firstlänge $\overline{EF}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ dar und berechnen Sie den Flächeninhalt A(φ) der gesamten Dachfläche in Abhängigkeit von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{EF}(\varphi) = (12 - \frac{10}{\tan\varphi})\,\text{m}$] 5 P

B 3.4 Berechnen Sie für $\varphi = 55°$ das Maß β des Neigungswinkels FBG der Kante [BF] zur Grundfläche. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $\beta = 43{,}23°$] 3 P

B 3.5 Mit $\varphi = 55°$ wird zur Verstärkung im Mittelpunkt P von [BF] ein Stützbalken von P nach $Q \in [BG]$ angebracht (siehe Skizze).
Berechnen Sie $\overline{PQ}$ in Abhängigkeit vom Maß ε des Winkels QPB auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.



3 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

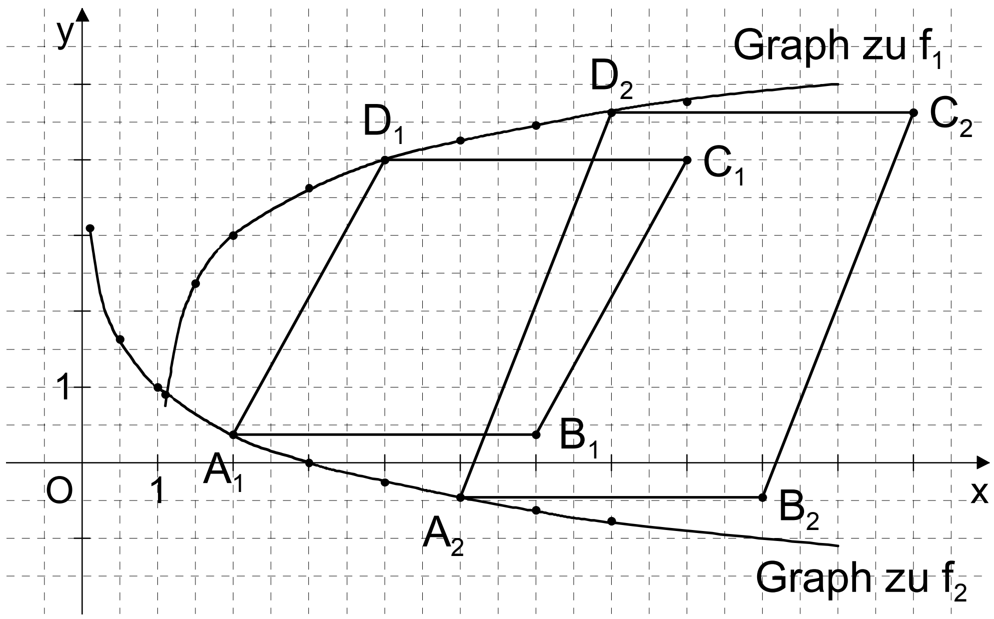
Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

B 1.1 $\mathbb{D}(x) = \{x \mid x > 1\}$ $\mathbb{W}(y) = \mathbb{R}$ 1

B 1.2

x	1,1	1,5	2	3	4	5	6	7	8
y	0,90	2,37	3	3,63	4	4,26	4,46	4,63	4,77



Einzeichnen des Graphen zu f_1 2

B 1.3 Spiegelung an der x-Achse:

$$\begin{array}{|l} x' = x \\ \wedge\ y' = -\log_3(x-1) - 3 \end{array} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad y' = -\log_3(x'-1) - 3$$

Parallelverschiebung:

$$\begin{array}{|l} x'' = x' - 1 \\ \wedge\ y'' = -\log_3(x'-1) - 3 + 4 \end{array} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{array}{|l} x' = x'' + 1 \\ \wedge\ y'' = -\log_3(x'-1) + 1 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad y'' = -\log_3(x'') + 1$$

f_2 mit der Gleichung $y = -\log_3(x) + 1$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$

Einzeichnen des Graphen zu f_2 4

B 1.4 Einzeichnen der Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	1
B 1.5 $D_n(x+2 \mid \log_3(x+2-1)+3)$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $D_n(x+2 \mid \log_3(x+1)+3)$ $\overrightarrow{A_nD_n}(x) = \begin{pmatrix} 2 \\ \log_3(x+1)+3-(-\log_3(x)+1) \end{pmatrix}$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\overrightarrow{A_nD_n}(x) = \begin{pmatrix} 2 \\ \log_3(x+1)+\log_3(x)+2 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ $A(x) = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 0 & \log_3(x+1)+\log_3(x)+2 \end{vmatrix}$ FE $A(x) = 4 \cdot [\log_3((x+1)\cdot x)+2]$ FE $A(x) = [4 \cdot \log_3(x^2+x)+8]$ FE	4
B 1.6 $20 = 4 \cdot \log_3(x^2+x)+8$ $\quad 1 < x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad 3 = \log_3(x^2+x)$ $\Leftrightarrow \quad 27 = x^2+x$ $\Leftrightarrow \quad x^2+x-27=0$ $\Leftrightarrow \quad x = 4{,}72 \quad (\vee \quad x = -5{,}72)$ $\quad \mathbb{L} = \{4{,}72\}$	3
	15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

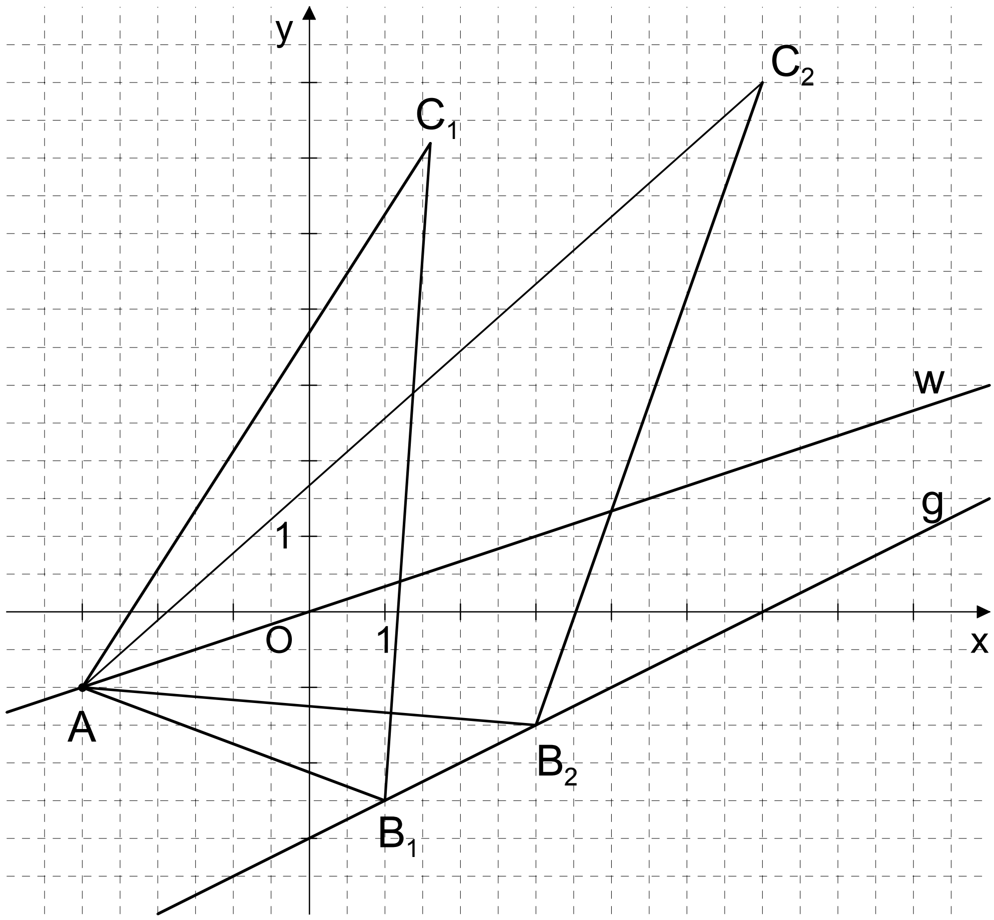
Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1



Einzeichnen der Geraden g und der Winkelhalbierenden w sowie der Dreiecke AB_1C_1 und AB_2C_2

3

B 2.2

$$0{,}5x - 3 = \frac{1}{3}x \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{6}x = 3$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 18 \qquad \mathbb{L} = \{18\}$$

$$\overrightarrow{AB_n} \odot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x+3 \\ 0{,}5x-2 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad 3{,}5x + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = -2 \qquad \mathbb{L} = \{-2\}$$

$$x \in]-2; 18[$$

4

B 2.3 $\tan\alpha = \frac{1}{3}$ $\qquad 2\alpha = 36{,}9°$

$$\overrightarrow{AB_n} \xmapsto{w} \overrightarrow{AB_n^*} \xmapsto{A;k=2} \overrightarrow{AC_n}$$

$$\begin{pmatrix} x'+3 \\ y'+1 \end{pmatrix} = 2\cdot\left[\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}6 \\ 0{,}6 & -0{,}8 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x+3 \\ 0{,}5x-2 \end{pmatrix}\right] \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x\in\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x' = 2{,}2x-0{,}6 \\ \wedge\ y' = 0{,}4x+5{,}8 \end{array}\right. \qquad C_n(2{,}2x-0{,}6 \mid 0{,}4x+5{,}8)$$

5

B 2.4 $\overrightarrow{AB_n} \odot \overrightarrow{AC_n} = 0$

$$\begin{pmatrix} x+3 \\ 0{,}5x-2 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 2{,}2x+2{,}4 \\ 0{,}4x+6{,}8 \end{pmatrix} = 0 \qquad x \in]-2;18[;\ x\in\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2{,}4x^2 + 11{,}6x - 6{,}4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0{,}5 \quad (\vee\ x = -5{,}3) \qquad \mathbb{L} = \{0{,}5\}$$

3

B 2.5 $2{,}2x - 0{,}6 = 0$ $\qquad x \in]-2;18[;\ x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{11} \qquad \mathbb{L} = \left\{\frac{3}{11}\right\}$$

$$y = 0{,}4\cdot\frac{3}{11} + 5{,}8 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow y = 5{,}9 \qquad \mathbb{L} = \{5{,}9\}$$

2

17

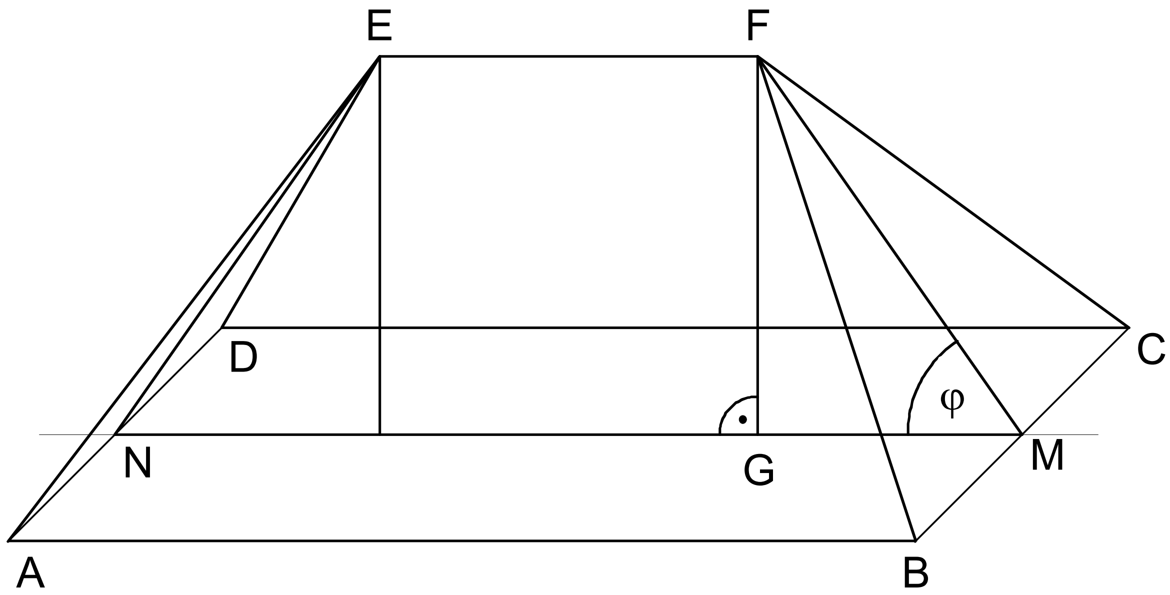
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

Lösungsmuster und Bewertung

B 3.1



z. B. Maßstab 1 : 100

2

B 3.2 $\tan\varphi = \frac{5\text{ m}}{6\text{ m}}$ $\varphi = 39{,}81°$

$\varphi \in]39{,}81°; 90°[$

2

B 3.3 $\overline{EF} = \overline{MN} - 2\cdot\overline{GM}$

$\overline{GM}(\varphi) = \frac{\overline{GF}}{\tan\varphi}$ $\varphi \in]39{,}81°; 90°[$

$\overline{GM}(\varphi) = \frac{5}{\tan\varphi}\text{ m}$

$\overline{EF}(\varphi) = 12\text{ m} - \frac{10}{\tan\varphi}\text{ m}$ $\varphi \in]39{,}81°; 90°[$

$\overline{EF}(\varphi) = (12 - \frac{10}{\tan\varphi})\text{ m}$

$A_{Dach} = 2 \cdot A_{ABFE} + 2 \cdot A_{\Delta BCF}$ $h_{ABFE} = \sqrt{4^2 + 5^2}\ m \qquad h_{ABFE} = 6{,}40\ m$ $\sin\varphi = \dfrac{5\ m}{\overline{FM}} \qquad \overline{FM} = \dfrac{5}{\sin\varphi}\ m$ $A_{Dach} = (12 + 12 - \dfrac{10}{\tan\varphi}) \cdot 6{,}40\ m^2 + 8 \cdot \dfrac{5}{\sin\varphi}\ m^2$ $A_{Dach} = (153{,}60 - \dfrac{64{,}00}{\tan\varphi} + \dfrac{40}{\sin\varphi})\ m^2$	5
B 3.4 $\sin\beta = \dfrac{\overline{GF}}{\overline{BF}}$ $\overline{BF} = \sqrt{\overline{MF}^2 + \overline{BM}^2}$ $\overline{MF} = \dfrac{\overline{GF}}{\sin\varphi} \qquad \overline{MF} = \dfrac{5\ m}{\sin 55°} \qquad \overline{MF} = 6{,}10\ m$ $\overline{BF} = \sqrt{(6{,}10\ m)^2 + (4\ m)^2} \qquad \overline{BF} = 7{,}30\ m$ $\sin\beta = \dfrac{5\ m}{7{,}30\ m} \qquad \beta = 43{,}23°$	3
B 3.5 $\dfrac{\overline{PQ}(\varepsilon)}{\sin\beta} = \dfrac{\overline{BP}}{\sin[180° - (\beta + \varepsilon)]} \qquad \varepsilon \in]0°; 90°[$ $\overline{PQ}(\varepsilon) = \dfrac{3{,}65\ m \cdot \sin 43{,}23°}{\sin[180° - (43{,}23° + \varepsilon)]}$ $\overline{PQ}(\varepsilon) = \dfrac{2{,}50}{\sin(43{,}23° + \varepsilon)}\ m$	3
	15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Am 1. Januar 2002 wurde in den meisten Staaten der Europäischen Union der Euro als gemeinsame Währung eingeführt. Die Vorderseiten der Münzen sind gleich, die Rückseiten konnte jeder Staat selbst gestalten. Daher tragen nur 32% aller 1-€-Münzen den Bundesadler auf der Rückseite. Weil alle Münzen in den so genannten Euro-Staaten gültig sind, vermischen sie sich im Lauf der Zeit. In einer Modellrechnung nimmt man an, dass sich der Prozentanteil ausländischer 1-€-Münzen im deutschen Geldumlauf durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 68 \cdot (1 - k^x)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $k \in \mathbb{R}^+$ darstellen lässt. Das heißt, dass nach x Monaten dann y% ausländischer 1-€-Münzen in Deutschland im Umlauf sind.

C 1.1 Am 1. Juni 2002 stellte man durch Stichproben fest, dass bereits 5% der in Deutschland im Umlauf befindlichen 1-€-Münzen aus ausländischen Währungen stammten. Berechnen Sie k auf drei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Ergebnis: $k = 0{,}985$] 2 P

C 1.2 Ist es möglich, dass mit $k = 0{,}985$ der Anteil ausländischer 1-€-Münzen auf 66% anwächst? Begründen Sie Ihre Antwort. 2 P

C 1.3 Mit $k = 0{,}985$ wird die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 68 \cdot (1 - 0{,}985^x)$ festgelegt.
Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 144]$ in Schritten von $\Delta x = 12$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 12 Monate; $0 \leqq x \leqq 156$

Auf der y-Achse: 1 cm für 5%; $0 \leqq y \leqq 70$

Welche Gleichung hat die Asymptote des Graphen zu f_1? Begründen Sie Ihre Aussage. 5 P

C 1.4 In welchem Jahr werden für $k = 0{,}985$ voraussichtlich mehr als die Hälfte der in Deutschland im Umlauf befindlichen 1-€-Münzen ausländischer Herkunft sein? 3 P

C 1.5 Andere Bedingungen führen in der Modellrechnung zur Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 60 \cdot (1 - 0{,}94^x)$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$).
Ermitteln Sie mit Hilfe einer numerischen oder grafischen Wertetabelle, nach wie vielen Jahren der Anteil ausländischer 1-€-Münzen nach beiden Modellen gleich hoch sein wird. 3 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die Punkte $A(2\,|\,-2)$ und $C(-3\,|\,-3)$ legen zusammen mit den Pfeilen $\overrightarrow{AM_n} = \begin{pmatrix} -1{,}5\sin\varphi - 3{,}5 \\ \dfrac{1}{\sin\varphi} + 0{,}5 \end{pmatrix}$ für $0° < \varphi \leqq 90°$ Dreiecke AB_nC fest. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Dreieckseiten $[B_nC]$.

C 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AM_1}$ für $\varphi = 30°$ und $\overrightarrow{AM_2}$ für $\varphi = 90°$. Zeichnen Sie sodann die Dreiecke AB_1C und AB_2C in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 3$; $-4 \leqq y \leqq 7$ 2 P

C 2.2 Berechnen Sie im Dreieck AB_1C das Maß γ des Winkels ACB_1 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

C 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte B_n gilt: $B_n\left(-3\sin\varphi \,\middle|\, \dfrac{2}{\sin\varphi}\right)$.
Bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen der Punkte B_n und zeichnen Sie den Graphen für $x < 0$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein. 5 P

C 2.4 Der Mittelpunkt M_3 der Dreieckseite $[B_3C]$ liegt auf der x-Achse.
Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes B_3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 2 P

C 2.5 Die Seite $[AB_4]$ des Dreiecks AB_4C verläuft durch den Koordinatenursprung.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 2 P

C 2.6 Das Dreieck AB_5C ist rechtwinklig mit $[CB_5]$ als Hypotenuse.
Berechnen Sie φ und die Koordinaten von B_5. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I | **Nachtermin** | **Aufgabe C 3**

C 3.0 Das gleichschenklige Trapez ABCD mit $[AD] \parallel [BC]$ ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Der Mittelpunkt von [AD] ist E, der Mittelpunkt von [BC] ist F. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über E.
Für die Streckenlängen gilt: $\overline{EF} = 6\text{ cm}$, $\overline{AD} = 12\text{ cm}$, $\overline{BC} = 8\text{ cm}$ und $\overline{ES} = 10\text{ cm}$.

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [EF] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels SFE und die Länge der Strecke [FS] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Ergebnis: $\varepsilon = 59{,}04°$; $\overline{FS} = 11{,}66\text{ cm}$] 4 P

C 3.2 Die Strecken $[P_nQ_n]$ mit $P_n \in [BS]$ und $Q_n \in [CS]$ verlaufen parallel zur Strecke [BC]. Die Punkte A, D, Q_n und P_n sind die Eckpunkte von gleichschenkligen Trapezen. Die Streckenlängen $\overline{EM_n}$ mit $M_n \in [FS]$ sind die Höhen der Trapeze ADQ_nP_n. Die Strecken $[EM_n]$ schließen mit der Strecke [EF] die Winkel FEM_n mit dem Maß φ ein.
Zeichnen Sie das Trapez ADQ_1P_1 für φ = 65° in das Schrägbild zu 3.1 ein. 1 P

C 3.3 Von den Strecken $[EM_n]$ besitzt die Strecke $[EM_0]$ die kleinste Länge.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ sowie die Streckenlänge $\overline{EM_0}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 2 P

C 3.4 Für welchen Wert von φ gilt $\overline{EM_2} = \overline{EF}$? 1 P

C 3.5 Die Streckenlängen $\overline{P_nQ_n}(\varphi)$ kann man durch $\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \left(8 - \frac{4{,}12 \cdot \sin\varphi}{\sin(59{,}04° + \varphi)}\right)\text{cm}$

oder auch durch $\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \frac{6{,}86\cos\varphi}{\sin(59{,}04° + \varphi)}\text{ cm}$ darstellen.
Ermitteln Sie rechnerisch einen der beiden Terme. 4 P

C 3.6 Unter den Trapezen ADQ_nP_n gibt es ein Trapez ADQ_3P_3, dessen Seite $[P_3Q_3]$ halb so lang wie die Seite [AD] ist.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.) 3 P

Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

Lösungsmuster und Bewertung

C 1.1 $5 = 68 \cdot (1 - k^5)$ $\quad k \in \mathbb{R}^+$

$\Leftrightarrow \quad k^5 = 1 - \frac{5}{68}$

$\Leftrightarrow \quad k = 0{,}985$ $\quad \mathbb{L} = \{0{,}985\}$

2

C 1.2 Ja; es ist möglich. Begründung entsprechend dem Unterricht, z. B.:

$66 = 68 \cdot (1 - 0{,}985^x)$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$

$\Leftrightarrow \quad 0{,}985^x = 1 - \frac{66}{68}$

$\Leftrightarrow \quad x = \log_{0{,}985} \frac{1}{34}$

$\Leftrightarrow \quad x = 233{,}32$ $\quad \mathbb{L} = \{233{,}32\}$

oder

Bei einer den Anteilen entsprechenden Durchmischung stammen 68% der Münzen aus dem Ausland.

2

C 1.3 Seite 2

C 1.4 $50 = 68 \cdot (1 - 0{,}985^x)$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+$

$\Leftrightarrow \quad x = \log_{0{,}985} \frac{18}{68}$

$\Leftrightarrow \quad x = 87{,}94$ $\quad \mathbb{L} = \{87{,}94\}$

Es wird voraussichtlich im Jahr 2009 der Fall sein.

3

C 1.5 $68 \cdot (1 - 0{,}985^x) = 60 \cdot (1 - 0{,}94^x)$ $\quad x \in \mathbb{R}_0^+$

Mit Hilfe einer numerischen oder grafischen Wertetabelle erhält man:

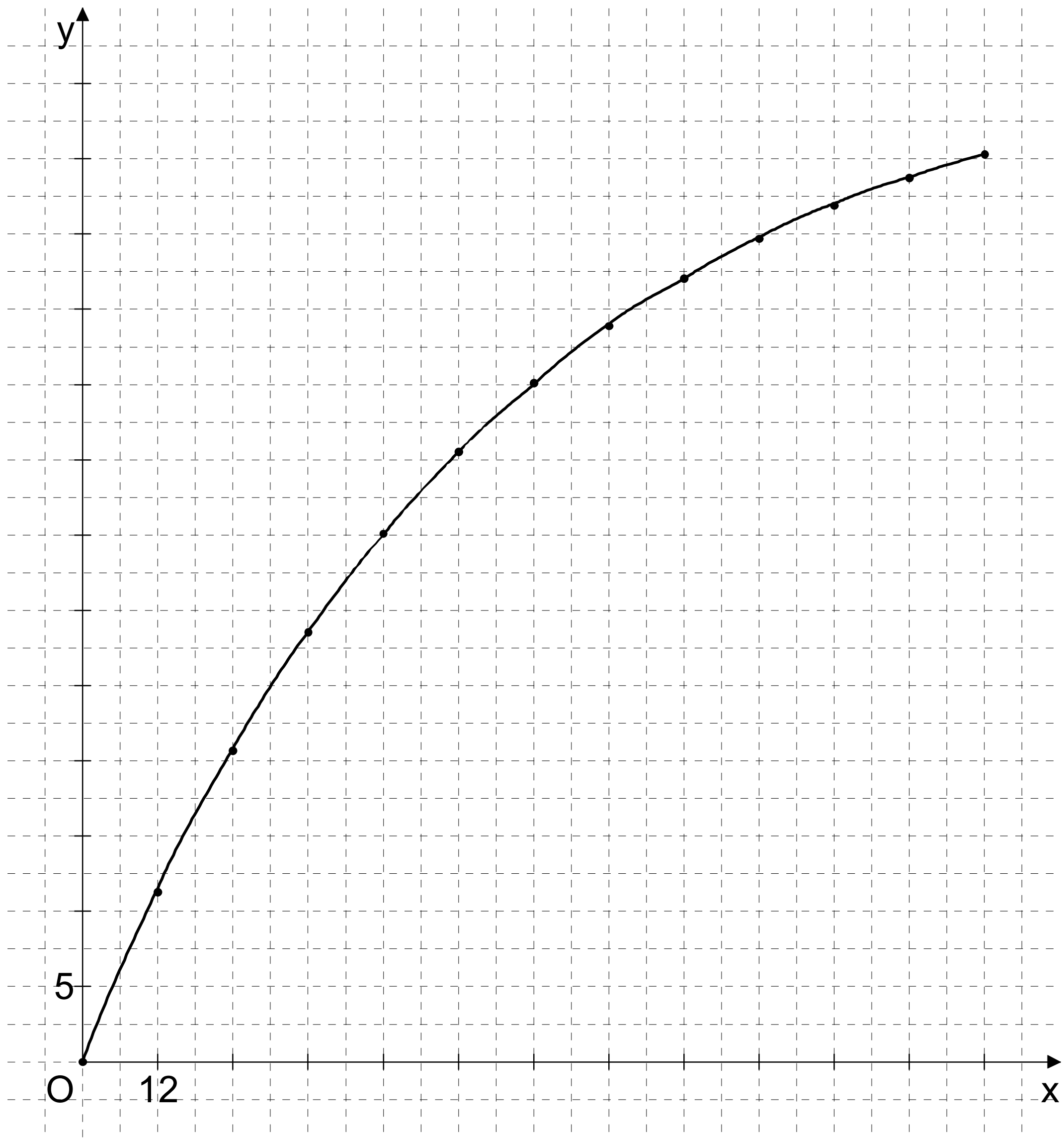
$x = 142$

Es wird nach fast 12 Jahren der Fall sein.

3

C 1.3

x	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144
y	0	11,28	20,69	28,53	35,08	40,54	45,10	48,89	52,06	54,71	56,91	58,75	60,29



Einzeichnen des Graphen zu f_1
Gleichung der Asymptote: $y = 68$
Begründung entsprechend dem Unterricht, z. B.:
Die Durchmischung mit ausländischen Münzen nähert sich allmählich 68%. 5

15

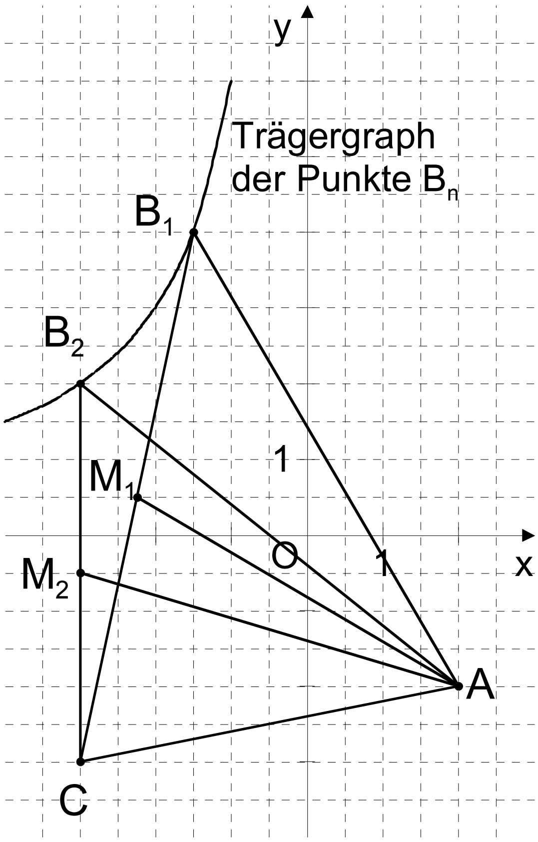
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1 $\overrightarrow{AM_1} = \begin{pmatrix} -4,25 \\ 2,5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AM_2} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1,5 \end{pmatrix}$



Einzeichnen der Dreiecke AB_1C und AB_2C 2

C 2.2 $\cos\gamma_1 = \dfrac{\overrightarrow{CA} \odot \overrightarrow{CM_1}}{|\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CM_1}|}$

$\overrightarrow{CM_1} = \overrightarrow{CA} \oplus \overrightarrow{AM_1}$ $\overrightarrow{CM_1} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -4,25 \\ 2,5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CM_1} = \begin{pmatrix} 0,75 \\ 3,5 \end{pmatrix}$

$\cos\gamma_1 = \dfrac{\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 0,75 \\ 3,5 \end{pmatrix}}{\sqrt{5^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0,75^2 + 3,5^2}}$ $\gamma_1 = 66,60°$

3

C 2.3 $\overrightarrow{CM_n} = \overrightarrow{CA} \oplus \overrightarrow{AM_n}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CM_n} = \begin{pmatrix} -1{,}5\sin\varphi + 1{,}5 \\ \frac{1}{\sin\varphi} + 1{,}5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OC} \oplus 2 \cdot \overrightarrow{CM_n}$

$\overrightarrow{OB_n} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \oplus 2 \cdot \begin{pmatrix} -1{,}5\sin\varphi + 1{,}5 \\ \frac{1}{\sin\varphi} + 1{,}5 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{OB_n} = \begin{pmatrix} -3\sin\varphi \\ \frac{2}{\sin\varphi} \end{pmatrix}$ $\qquad$ $B_n\left(-3\sin\varphi \,\middle|\, \frac{2}{\sin\varphi}\right)$

$$\left| \begin{array}{l} x = -3\sin\varphi \\ \wedge\ y = \frac{2}{\sin\varphi} \end{array} \right. \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ 0° < \varphi \leqq 90°$$

Trägergraph der Punkte B_n: $y = -\frac{6}{x}$ $\qquad$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Einzeichnen des Trägergraphen der Punkte B_n **5**

C 2.4 $\begin{pmatrix} x_M - 2 \\ y_M + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1{,}5\sin\varphi - 3{,}5 \\ \frac{1}{\sin\varphi} + 0{,}5 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $M_n\left(-1{,}5\sin\varphi - 1{,}5 \,\middle|\, \frac{1}{\sin\varphi} - 1{,}5\right)$

$\frac{1}{\sin\varphi} - 1{,}5 = 0 \qquad 0° < \varphi \leqq 90°$

$\Leftrightarrow \quad \sin\varphi = \frac{2}{3} \quad \Leftrightarrow \quad \varphi = 41{,}81° \qquad \mathbb{L} = \{41{,}81°\} \qquad B_3(-2{,}00 \,|\, 3{,}00)$ **2**

C 2.5 Die Steigung von $\overrightarrow{OB_4}$ ist – 1.

$\frac{2}{\sin\varphi} = (-1) \cdot (-3\sin\varphi) \qquad 0° < \varphi \leqq 90°$

$\Leftrightarrow \quad \sin\varphi = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad \Leftrightarrow \quad \varphi = 54{,}74° \qquad \mathbb{L} = \{54{,}74°\}$ **2**

C 2.6 $\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} -3\sin\varphi - 2 \\ \frac{2}{\sin\varphi} + 2 \end{pmatrix} = 0 \qquad 0° < \varphi \leqq 90°$

$\Leftrightarrow \quad 15\sin^2\varphi + 8\sin\varphi - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad \varphi = 10{,}69° \quad (\vee \quad \varphi = -45{,}96°) \qquad \mathbb{L} = \{10{,}69°\} \quad B_5(-0{,}56 \,|\, 10{,}78)$ **3**

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

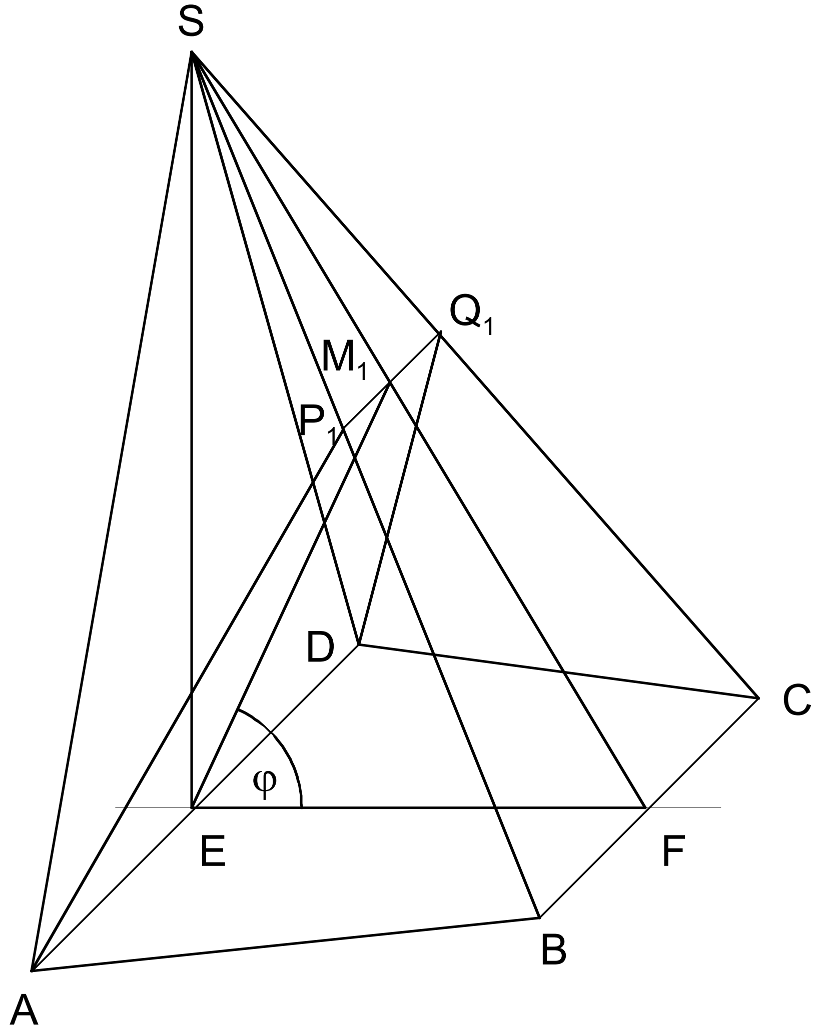
Abschlussprüfung 2003

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 3**

Lösungsmuster und Bewertung

C 3.1



$\tan\varepsilon = \frac{10}{6}$ $\varepsilon = 59{,}04°$

$\overline{FS} = \sqrt{10^2 + 6^2}$ cm $\overline{FS} = 11{,}66$ cm

4

C 3.2 Einzeichnen des Trapezes ADQ_1P_1 1

C 3.3 $\varphi = 90° - 59{,}04°$ $\varphi = 30{,}96°$

$\overline{EM_0} = 6 \cdot \cos 30{,}96°$ cm $\overline{EM_0} = 5{,}15$ cm 2

C 3.4	$\varphi = 180° - 2 \cdot 59{,}04°$ $\qquad \varphi = 61{,}92°$	1
C 3.5	$\frac{\overline{M_nF}(\varphi)}{\sin\varphi} = \frac{6\text{ cm}}{\sin[180° - (59{,}04° + \varphi)]} \qquad \varphi \in]0°; 90°[$ $\overline{M_nF}(\varphi) = \frac{6 \cdot \sin\varphi}{\sin(59{,}04° + \varphi)}\text{ cm}$ $\frac{\overline{P_nQ_n}(\varphi)}{8\text{ cm}} = \frac{11{,}66 - \frac{6 \cdot \sin\varphi}{\sin(59{,}04° + \varphi)}}{11{,}66}$ $\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \left(8 - \frac{4{,}12 \cdot \sin\varphi}{\sin(59{,}04° + \varphi)}\right)\text{cm}$ $\sphericalangle SM_nE = 59{,}04° + \varphi$ (Außenwinkelsatz) $\frac{\overline{SM_n}(\varphi)}{\sin(90° - \varphi)} = \frac{10\text{ cm}}{\sin(59{,}04° + \varphi)} \qquad \varphi \in]0°; 90°[$ $\overline{SM_n}(\varphi) = \frac{10 \cdot \cos\varphi}{\sin(59{,}04° + \varphi)}\text{ cm}$ $\frac{\overline{P_nQ_n}(\varphi)}{8\text{ cm}} = \frac{\overline{SM_n}(\varphi)}{11{,}66\text{ cm}}$ $\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \frac{10 \cdot 8 \cdot \cos\varphi}{11{,}66 \cdot \sin(59{,}04° + \varphi)}\text{ cm}$ $\overline{P_nQ_n}(\varphi) = \frac{6{,}86 \cdot \cos\varphi}{\sin(59{,}04° + \varphi)}\text{ cm}$	4
C 3.6	$\frac{6{,}86 \cdot \cos\varphi}{\sin(59{,}04° + \varphi)} = 6 \qquad \varphi \in]0°; 90°[$ $\varphi = 29{,}06°$ $\mathbb{L} = \{29{,}06°\}$	3
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.