Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Anlagegüter werden von Unternehmen beim Kauf mit ihren Anschaffungskosten erfasst. Aufgrund der Nutzung unterliegen die Anlagegüter einer Wertminderung. Die jährliche Wertminderung wird als Abschreibung verbucht.
Wird ein Anlagegut zu Anschaffungskosten von a € gekauft, so weist es nach einer Nutzungsdauer von x Jahren noch einen Restwert von y € auf.
Diesen Abschreibungsvorgang beschreibt eine Funktion f mit einer Gleichung der Form

$$y = a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^x \quad \text{mit } \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+;\ p \in]0;100[\,,\ p \in \mathbb{R}^+;\ a \in \mathbb{R}^+,$$

wobei p% die jährliche Wertminderung bezogen auf den Restwert ist.

A 1.1 Eine Fräsmaschine zu Anschaffungskosten von 175 000 € weist nach einer Nutzungsdauer von 8 Jahren noch einen Restwert von 10 088 € auf.
Berechnen Sie den Prozentsatz p der jährlichen Wertminderung der Fräsmaschine und geben Sie die Gleichung der zugehörigen Funktion f_1 an. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: p = 30]

A 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $x \in [0; 8]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf ganze € gerundet. Zeichnen Sie den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung:	Auf der x-Achse:	1 cm für 1 Jahr;	$0 \leqq x \leqq 9$
	Auf der y-Achse:	1 cm für 20 000 €;	$0 \leqq y \leqq 200\,000$

A 1.3 Berechnen Sie die Anzahl der Nutzungsjahre auf eine Stelle nach dem Komma gerundet, nach denen die Fräsmaschine 80% ihres Anschaffungswertes verloren hat.

A 1.4 Zusammen mit der Fräsmaschine aus 1.1 wird eine Hobelmaschine gekauft. Die Anschaffungskosten der Hobelmaschine betragen 125 000 €, die jährliche Wertminderung 27%.
Berechnen Sie die Nutzungsdauer auf ganze Jahre gerundet, nach der die Fräsmaschine und die Hobelmaschine den gleichen Restwert aufweisen.

A 1.5 Für eine Poliermaschine mit einer jährlichen Wertminderung von 24% beträgt der Restwert nach 7 Jahren noch 5 000 €.
Berechnen Sie die Anschaffungskosten auf ganze € gerundet.

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Die Punkte $B_n(x\,|\,-0{,}5x+5)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-0{,}5x+5$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Sie sind zusammen mit A(4|1) und C_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken AB_nC_n mit $[AB_n]$ als Basis. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Basen $[AB_n]$. Die Strecken $[C_nM_n]$ sind doppelt so lang wie die zugehörigen Basen $[AB_n]$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g sowie die Dreiecke AB_1C_1 für x = 4 und AB_2C_2 für x = 9 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1\leqq x\leqq 10$; $-1\leqq y\leqq 12$

A 2.2 Die Punkte B_n können auf die Punkte C_n abgebildet werden.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
[Ergebnis: $C_n(1{,}5x-6\,|\,1{,}75x-5)$]

A 2.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte C_n und zeichnen Sie t in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

[Teilergebnis: t mit $y=\frac{7}{6}x+2$]

A 2.4 Im Dreieck AB_3C_3 liegt der Punkt C_3 auf der Geraden g.
Zeichnen Sie das Dreieck AB_3C_3 im Koordinatensystem zu 2.1 ein und ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte C_3 und B_3.

A 2.5 Begründen Sie, dass die Dreiecke AB_nC_n ähnlich sind.
Berechnen Sie sodann das Maß γ der Winkel AC_nB_n auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Hypotenuse [BC] mit $\overline{BC} = 14\text{ cm}$. Die Pyramidenspitze S ist Eckpunkt des Dreiecks AMS, das senkrecht auf der Grundfläche ABC steht, und es gilt: $\overline{MS} = 10\text{ cm}$ und $\sphericalangle SMA = 80°$.

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann die Länge der Seitenkante [AS] sowie das Maß ε des Winkels MAS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{AS} = 11{,}17\text{ cm}$; $\varepsilon = 61{,}85°$]

A 3.2 Punkte P_n auf der Kante [AS] sind zusammen mit den Punkten B und C die Eckpunkte von Dreiecken BCP_n. Für das Maß φ der Winkel P_nMA soll gelten: $0° < \varphi < 80°$.

Zeichnen Sie den Punkt P_1 und das Dreieck BCP_1 für $\varphi = 40°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

A 3.3 Zeigen Sie, dass für die Längen $\overline{P_nM}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{P_nM}(\varphi) = \frac{6{,}17}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$$

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

A 3.4 Die Dreiecke BCP_n teilen die Pyramide ABCS jeweils in zwei Teilpyramiden:
Die Pyramiden $ABCP_n$ mit der Grundfläche ABC und der jeweiligen Höhe $[P_nF_n]$ mit F_n auf [AM] sowie die Pyramiden $BCSP_n$ mit der Grundfläche BCS und der jeweiligen Höhe $[P_nG_n]$ mit G_n auf [MS].
Zeichnen Sie für P_1 die Höhen $[P_1F_1]$ und $[P_1G_1]$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

A 3.5 Ermitteln Sie rechnerisch die Längen $\overline{P_nF_n}(\varphi)$ und $\overline{P_nG_n}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ.
Berechnen Sie sodann das Maß für φ, mit dem die Höhe $[P_2F_2]$ doppelt so lang wie die Höhe $[P_2G_2]$ ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{P_nF_n}(\varphi) = \frac{6{,}17 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$; $\overline{P_nG_n}(\varphi) = \frac{6{,}17 \cdot \sin(80° - \varphi)}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$]

Abschlussprüfung 2002
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 1**

Lösungsmuster und Bewertung

A 1.1 $10088 = 175000 \cdot (1 - \frac{p}{100})^8$ $p \in]0;100[,\ p \in \mathbb{R}^+$

$\Leftrightarrow \left|1 - \frac{p}{100}\right| = \sqrt[8]{0,06}$ $\Leftrightarrow \left|1 - \frac{p}{100}\right| = 0,70$

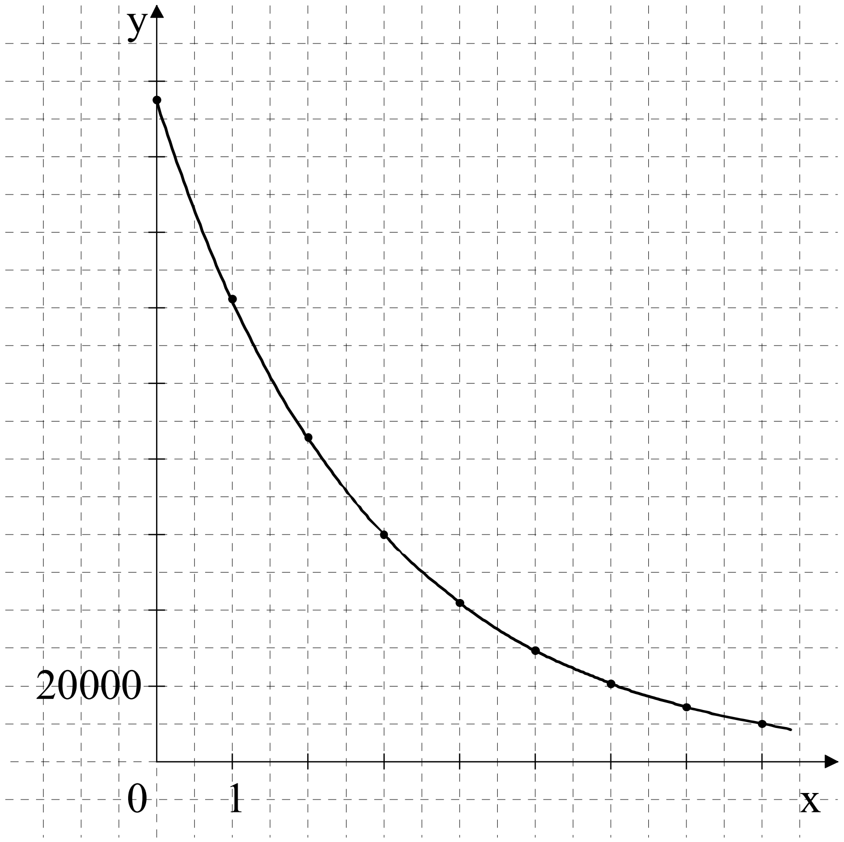
$\Leftrightarrow p = 30 \quad (\vee \quad p = 170)$ $\mathbb{L} = \{30\}$

$f_1: \ y = 175000 \cdot \left(1 - \frac{30}{100}\right)^x$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$

3

A 1.2

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	175 000	122 500	85 750	60 025	42 018	29 412	20 589	14 412	10 088



Einzeichnen des Graphen zu f_1

3

A 1.3	$0,20 \cdot 175000 = 175000 \cdot 0,70^x$ $\quad x \in \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow\ x = \log_{0,70} 0,20 \quad \Leftrightarrow\ x = 4,5 \quad \mathbb{L} = \{4,5\}$	3
A 1.4	$125000 \cdot 0,73^x = 175000 \cdot 0,70^x$ $\quad x \in \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow\ \left(\frac{0,73}{0,70}\right)^x = 1,4 \quad \Leftrightarrow\ x = \log_{\frac{0,73}{0,70}} 1,4 \ \Leftrightarrow\ x = 8 \quad \mathbb{L} = \{8\}$ Nutzungsdauer: 8 Jahre	4
A 1.5	$5000 = a \cdot 0,76^7$ $\quad a \in \mathbb{R}^+$ $\Leftrightarrow\ a = \frac{5000}{0,76^7} \ \Leftrightarrow\ a = 34141 \quad \mathbb{L} = \{34141\}$ Die Anschaffungskosten betragen 34141 €.	2
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.

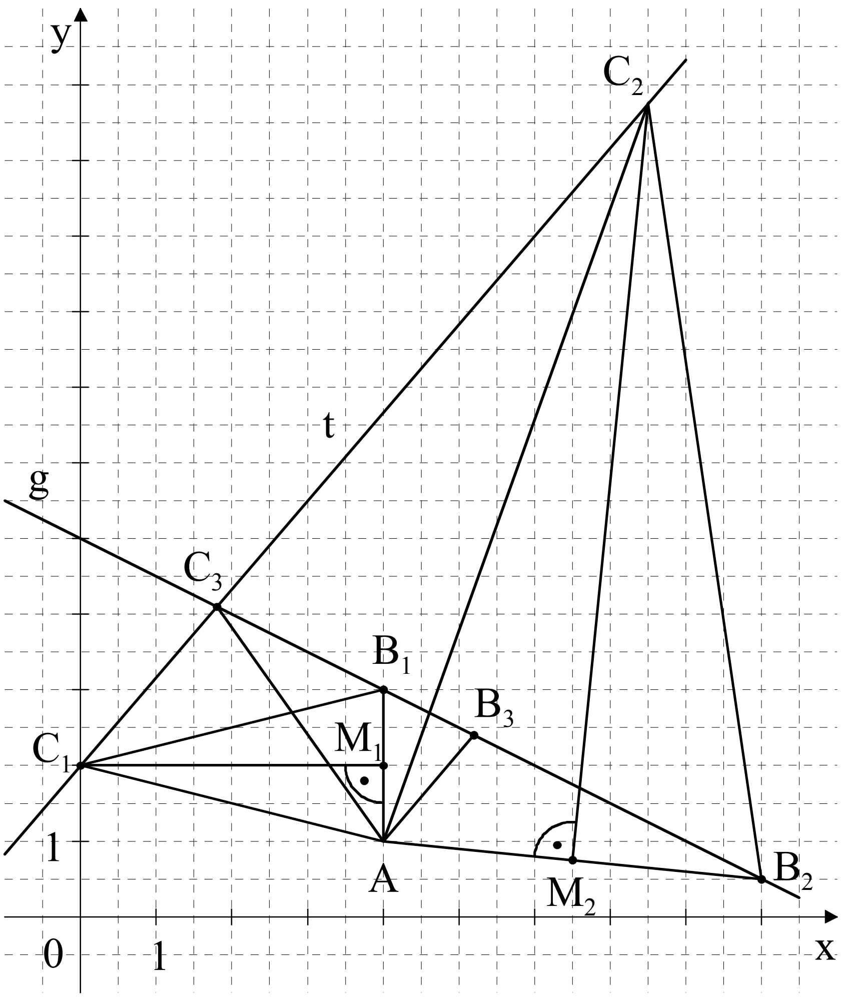
Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 2**

Lösungsmuster und Bewertung

A 2.1



Einzeichnen der Geraden g und der Dreiecke AB_1C_1 und AB_2C_2 3

A 2.2 $\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OM_n} \oplus \overrightarrow{M_nC_n}$

$M_n(0{,}5x+2 \mid -0{,}25x+3)$ $\qquad x \in \mathbb{R}$

$$\overrightarrow{OC_n} = \begin{pmatrix} 0{,}5x+2 \\ -0{,}25x+3 \end{pmatrix} \oplus 4 \cdot \begin{pmatrix} -(-0{,}25x+2) \\ 0{,}5x-2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC_n} = \begin{pmatrix} 0{,}5x+2 \\ -0{,}25x+3 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x-8 \\ 2x-8 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC_n} = \begin{pmatrix} 1{,}5x-6 \\ 1{,}75x-5 \end{pmatrix} \qquad C_n(1{,}5x-6 \mid 1{,}75x-5)$$

4

A 2.3	$\begin{vmatrix} x' = 1{,}5x - 6 \\ \wedge\ y' = 1{,}75x - 5 \end{vmatrix}$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x = \frac{2}{3}x' + 4 \\ \wedge\ y' = \frac{7}{4}x - 5 \end{vmatrix}$ $\Leftrightarrow \quad y' = \frac{7}{4}(\frac{2}{3}x' + 4) - 5 \quad \Leftrightarrow y' = \frac{7}{6}x' + 2$ Trägergraph t der Punkte C_n: $y = \frac{7}{6}x + 2 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Einzeichnen des Trägergraphen t	3
A 2.4	Einzeichnen des Dreiecks AB_3C_3 $C_n(1{,}5x - 6 \mid 1{,}75x - 5)$; $\quad C_3 \in g$ $1{,}75x - 5 = -0{,}5 \cdot (1{,}5x - 6) + 5 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad 1{,}75x - 5 = -0{,}75x + 8$ $\Leftrightarrow \quad x = 5{,}2 \quad \mathbb{L} = \{5{,}2\}$ $B_3(5{,}2 \mid -0{,}5 \cdot 5{,}2 + 5) \quad B_3(5{,}2 \mid 2{,}4)$ $C_3(1{,}5 \cdot 5{,}2 - 6 \mid 1{,}75 \cdot 5{,}2 - 5) \quad C_3(1{,}8 \mid 4{,}1)$ oder: $g \cap t = \{C_3\}$ ...	4
A 2.5	Die Dreiecke $A_nM_nC_n$ sind ähnlich, weil gilt: $\overline{AM_n} : \overline{M_nC_n} = 1:4$ und $\sphericalangle C_nM_nA = 90°$. Wegen der Achsensymmetrie sind damit auch die Dreiecke AB_nC_n ähnlich. $\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{1}{4} \quad \gamma = 28{,}07°$	3
		17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.

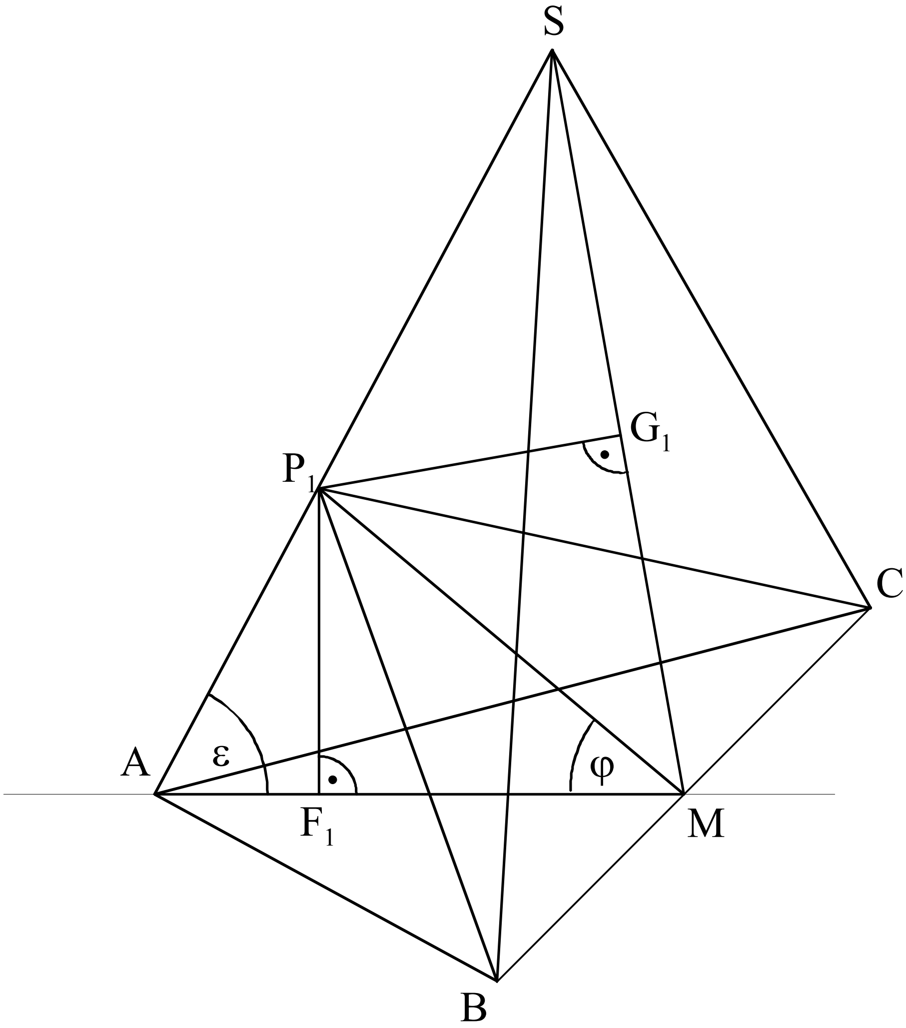
Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

Lösungsmuster und Bewertung

A 3.1



Zeichnen des Schrägbildes der Pyramide ABCS

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 7 \text{ cm}$

$\overline{AS} = \sqrt{7^2 + 10^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \cos 80°} \text{ cm}$

$\overline{AS} = 11{,}17 \text{ cm}$

$\cos \varepsilon = \dfrac{7^2 + 11{,}17^2 - 10^2}{2 \cdot 7 \cdot 11{,}17}$ $\qquad 0° < \varepsilon < 80°$

$\varepsilon = 61{,}85°$

5

A 3.2 Einzeichnen des Dreiecks BCP_1 1

A 3.3 $\dfrac{\overline{P_nM}(\varphi)}{\sin 61{,}85°} = \dfrac{7\text{ cm}}{\sin[180° - (\varphi + 61{,}85°)]}$ $\quad 0° < \varphi < 80°$ $\overline{P_nM}(\varphi) = \dfrac{6{,}17}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$	2
A 3.4 Einzeichnen der Höhen $[P_1F_1]$ und $[P_1G_1]$	1
A 3.5 $\sin\varphi = \dfrac{\overline{P_nF_n}}{\overline{P_nM}}$ $\quad \overline{P_nF_n}(\varphi) = \dfrac{6{,}17 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$ $\sin(80° - \varphi) = \dfrac{\overline{P_nG_n}}{\overline{P_nM}}$ $\quad \overline{P_nG_n}(\varphi) = \dfrac{6{,}17 \cdot \sin(80° - \varphi)}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$ $\dfrac{6{,}17 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 61{,}85°)} = 2 \cdot \dfrac{6{,}17 \cdot \sin(80° - \varphi)}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}$ $\quad 0° < \varphi < 80°$ $\Leftrightarrow \sin\varphi = 2 \cdot \sin(80° - \varphi)$ $\Leftrightarrow \sin\varphi = 2 \cdot (0{,}98 \cdot \cos\varphi - 0{,}17 \cdot \sin\varphi)$ $\Leftrightarrow \sin\varphi = 1{,}96 \cdot \cos\varphi - 0{,}34 \cdot \sin\varphi$ $\Leftrightarrow 1{,}34 \cdot \sin\varphi = 1{,}96 \cdot \cos\varphi$ $\Leftrightarrow \tan\varphi = \dfrac{1{,}96}{1{,}34}$ $\Leftrightarrow \varphi = 55{,}64°$ $\quad \mathbb{L} = \{55{,}64°\}$	6
	15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Ein Startkapital y_0 € ($y_0 \in \mathbb{R}^+$) wird mit Zinseszinsen angelegt. In x Jahren wird bei einer Verzinsung von p% ($p \in \mathbb{R}^+$) ein Kapital y € angespart, das man mit folgender Gleichung berechnen kann:

$$y = y_0 \cdot (1 + \frac{p}{100})^x .$$

Diese Gleichung legt bezüglich $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ eine Funktion f fest.

B 1.1 Herr Franke plant als Ausbildungshilfe für seine Tochter ein Kapital von 1 250 € möglichst gewinnbringend anzulegen. Seine Hausbank bietet ihm eine Anlage bei 6% Verzinsung. Geben Sie die Gleichung der zugehörigen Funktion f_1 an. Tabellarisieren Sie f_1 mit $x \in [0; 20]$ und $\Delta x = 4$ auf Ganze gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 2 Jahre; $0 \leqq x \leqq 22$

Auf der y-Achse: 1 cm für 1 000 €; $0 \leqq y \leqq 5000$

B 1.2 Im Internet findet Herr Franke ein Angebot zur Geldanlage bei einer Verzinsung von 8,5% mit einer einmaligen Gebühr von 250 €, die bei Vertragsabschluss vom Startkapital abgezogen wird.
Zeigen Sie, dass dieses Angebot durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 1000 \cdot 1{,}085^x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$) beschrieben wird.
Berechnen Sie sodann auf Cent gerundet, um wie viel das angesparte Kapital bei einer geplanten Laufzeit von 18 Jahren höher wäre als beim Angebot von Herrn Frankes Hausbank.

B 1.3 Welchen Zinssatz (auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet) müsste Herr Franke mit seiner Hausbank aushandeln, so dass er nach 18 Jahren Laufzeit das gleiche angesparte Kapital wie beim Internetangebot zu erwarten hätte?

B 1.4 Berechnen Sie, im Laufe des wievielten Jahres nach Vertragsabschluss Herr Franke bei beiden Angeboten das gleiche Kapital angespart hätte.

B 1.5 Der Kundenberater der Hausbank unterbreitet Herrn Franke ein weiteres Angebot. Er kann beim ersten Angebot nach 10 Jahren sein bis dahin angespartes Kapital durch eine einmalige Zahlung von z € aufstocken, so dass er bis zum Ende der geplanten Laufzeit von 18 Jahren das gleiche Kapital wie beim Internetangebot erzielen würde. Berechen Sie z auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Abschlussprüfung 2002
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{PQ_n} = \begin{pmatrix} 2\cos\varphi + 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{PR_n} = \begin{pmatrix} 3\cos\varphi - 2 \\ 12\sin^2\varphi \end{pmatrix}$ mit $P(2|\ -1)$ spannen für $\varphi \in [20°;180°]$ Dreiecke PQ_nR_n auf.

B 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{PQ_1}$ und $\overrightarrow{PR_1}$ für $\varphi = 55°$ sowie $\overrightarrow{PQ_2}$ und $\overrightarrow{PR_2}$ für $\varphi = 135°$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann die zugehörigen Dreiecke PQ_1R_1 und PQ_2R_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 6$; $-2 \leqq y \leqq 12$

B 2.2 Zeigen Sie, dass sich die Koordinaten der Punkte R_n in Abhängigkeit von φ wie folgt darstellen lassen: $R_n(3\cos\varphi \,|\, 12\sin^2\varphi - 1)$.
Bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen p der Punkte R_n und zeichnen Sie p in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

B 2.3 Unter den Dreiecken PQ_nR_n gibt es zwei rechtwinklige Dreiecke PQ_3R_3 und PQ_4R_4 mit den Hypotenusen $[PR_3]$ bzw. $[PR_4]$.
Ermitteln Sie rechnerisch die zugehörigen Winkelmaße φ jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

B 2.4 Im Dreieck PQ_5R_5 liegt der Mittelpunkt M_5 der Dreiecksseite $[Q_5R_5]$ auf der y-Achse.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $Q_n(2\cos\varphi + 3 \,|\, 2)$]

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Im Drachenviereck ABCD schneiden sich die Diagonalen [AC] und [BD] im Punkt E und es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$, $\overline{AE} = 2{,}5\text{ cm}$ und $\overline{BD} = 6\text{ cm}$.
Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt E der Grundfläche ABCD mit $\overline{ES} = 10\text{ cm}$.

B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß γ des Winkels SCA auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\gamma = 53{,}13°$]

B 3.2 Zur Grundfläche parallele Ebenen schneiden die Pyramidenkanten [AS] in Punkten P_n, [BS] in Q_n, [CS] in R_n und [DS] in T_n sowie die Pyramidenhöhe [ES] in F_n. Der Punkt E ist die Spitze von Pyramiden $P_nQ_nR_nT_nE$. Der Winkel R_nES hat das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie die Pyramide $P_1Q_1R_1T_1E$ für $\varphi = 65°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

B 3.3 Bestätigen Sie rechnerisch, dass man die Kantenlänge $\overline{ER_n}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gerundet wie folgt darstellen kann:

$$\overline{ER_n}(\varphi) = \frac{6}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\text{ cm}$$

Geben Sie sodann das Maß φ_0 an, so dass die Kante $[ER_0]$ am kürzesten ist.

B 3.4 Zeigen Sie, dass für die Höhen $\overline{EF_n}(\varphi)$ sowie für die Diagonalenlängen $\overline{P_nR_n}(\varphi)$ der Pyramiden $P_nQ_nR_nT_nE$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{EF_n}(\varphi) = \frac{6 \cdot \cos\varphi}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\text{ cm} \text{ und } \overline{P_nR_n}(\varphi) = \left(10 - \frac{6 \cdot \cos\varphi}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\right)\text{cm}$$

B 3.5 Bei der Pyramide $P_2Q_2R_2T_2E$ ist die Seitenkante $[ER_2]$ genauso lang wie die Diagonale $[P_2R_2]$.
Berechnen Sie das zugehörige Maß φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

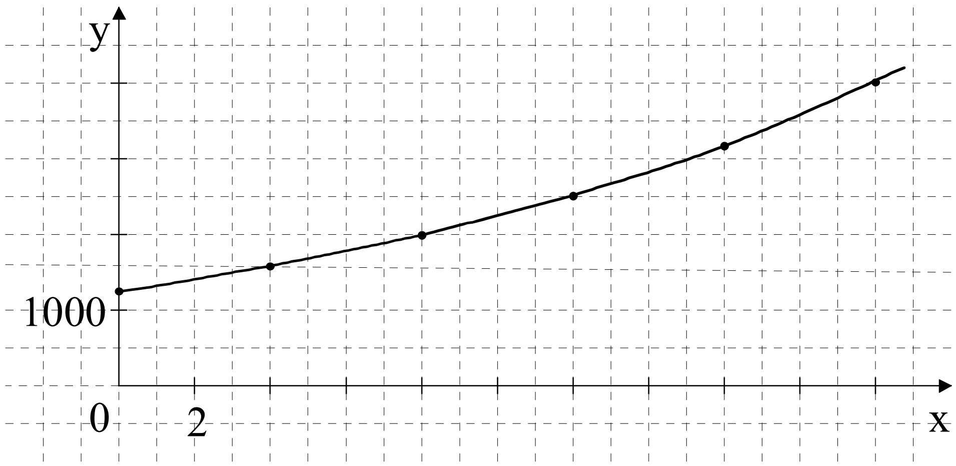
Abschlussprüfung 2002
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

B 1.1 f_1: $y = 1250 \cdot (1 + \frac{6}{100})^x$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$

x	0	4	8	12	16	20
y	1250	1578	1992	2515	3175	4009



Einzeichnen des Graphen zu f_1 3

B 1.2 $y = (1250 - 250) \cdot (1 + \frac{8,5}{100})^x \quad \Leftrightarrow \quad y = 1000 \cdot 1,085^x$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$

$1000 \cdot 1,085^{18} - 1250 \cdot 1,06^{18} = 4342,45 - 3567,92 = 774,53$

Beim Internet-Angebot wäre das angesparte Kapital um 774,53 € höher als beim Angebot der Hausbank. 2

B 1.3 $4342,45 = 1250 \cdot (1 + \frac{p}{100})^{18}$ $p \in \mathbb{R}^+$

$\Leftrightarrow \left|1 + \frac{p}{100}\right| = \sqrt[18]{\frac{4342,45}{1250}} \quad \Leftrightarrow \quad p = 7,16 \quad (\vee \quad p = -207,16) \quad \mathbb{L} = \{7,16\}$ 3

B 1.4 $1000 \cdot 1,085^x = 1250 \cdot 1,06^x$ $x \in \mathbb{R}_0^+$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1,085}{1,06}\right)^x = 1,25 \quad \Leftrightarrow x = \log_{\frac{1,085}{1,06}} 1,25 \quad \Leftrightarrow x = 9,57 \quad \mathbb{L} = \{9,57\}$

Im Laufe des zehnten Jahres ergäbe sich das gleiche Kapital. 3

B 1.5	$(1250 \cdot 1{,}06^{10} + z) \cdot 1{,}06^{8} = 4342{,}45$ $\qquad z \in \mathbb{R}^{+}$ $\Leftrightarrow\ z = \dfrac{4342{,}45}{1{,}06^{8}} - 1250 \cdot 1{,}06^{10} \quad \Leftrightarrow\ z = 485{,}95 \qquad \mathbb{L} = \{485{,}95\}$	4
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.

Abschlussprüfung 2002

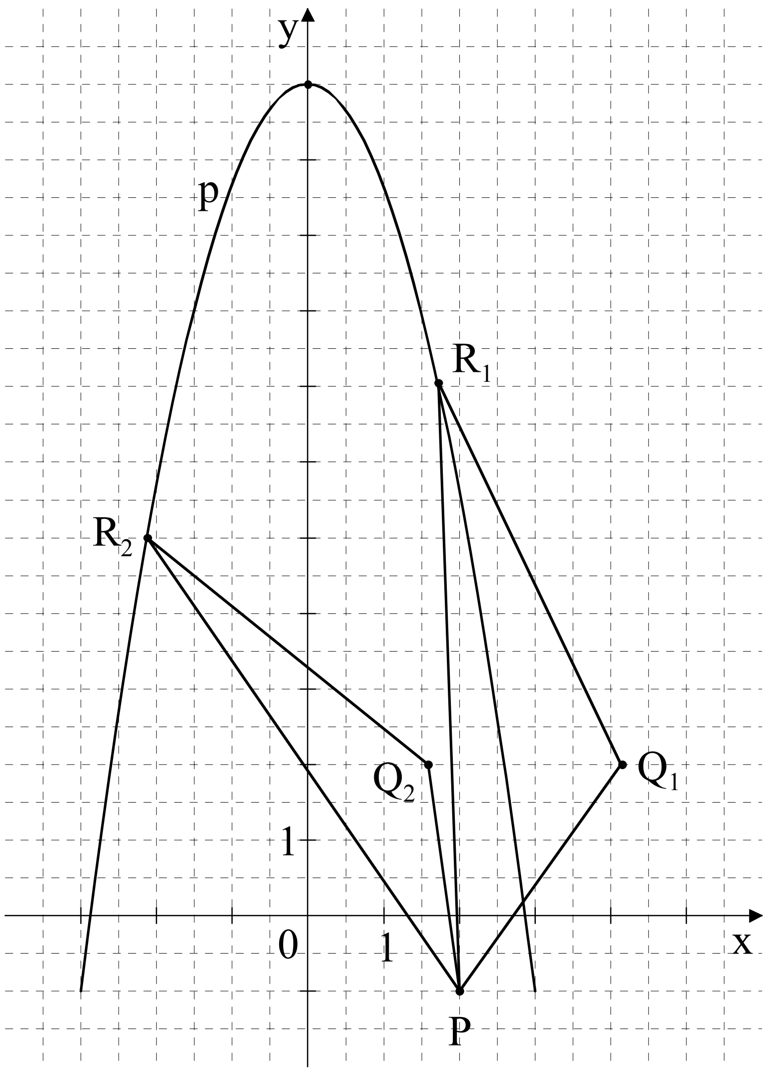
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

B 2.1 $\varphi = 55°$: $\overrightarrow{PQ_1} = \begin{pmatrix} 2{,}15 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{PR_1} = \begin{pmatrix} -0{,}28 \\ 8{,}05 \end{pmatrix}$

$\varphi = 135°$: $\overrightarrow{PQ_2} = \begin{pmatrix} -0{,}41 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{PR_2} = \begin{pmatrix} -4{,}12 \\ 6 \end{pmatrix}$



Einzeichnen der Dreiecke PQ_1R_1 und PQ_2R_2 3

B 2.2 $\overrightarrow{OR_n} = \overrightarrow{OP} \oplus \overrightarrow{PR_n}$ $\overrightarrow{OR_n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3\cos\varphi - 2 \\ 12\sin^2\varphi \end{pmatrix}$ $\varphi \in [20°; 180°]$

$$\overrightarrow{OR_n} = \begin{pmatrix} 3\cos\varphi \\ 12\sin^2\varphi - 1 \end{pmatrix} \qquad R_n(3\cos\varphi \mid 12\sin^2\varphi - 1)$$

$$\left| \begin{array}{l} x = 3\cos\varphi \\ \wedge\ y = 12\cdot(1-\cos^2\varphi) - 1 \end{array} \right. \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R};\ \varphi \in [20°; 180°]$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \cos\varphi = \frac{x}{3} \\ \wedge\ y = 12\cdot\left(1-\left(\frac{x}{3}\right)^2\right) - 1 \end{array} \right. \qquad \Leftrightarrow y = -\frac{4}{3}x^2 + 11$$

Trägergraph p der Punkte R_n: mit $y = -\frac{4}{3}x^2 + 11 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Einzeichnen des Trägergraphen p

5

B 2.3 $\overrightarrow{Q_nR_n} \odot \overrightarrow{Q_nP} = 0 \qquad \overrightarrow{Q_nR_n} = \overrightarrow{Q_nP} \oplus \overrightarrow{PR_n}$

$$\overrightarrow{Q_nR_n} = \begin{pmatrix} -(2\cos\varphi + 1) + 3\cos\varphi - 2 \\ -3 + 12\sin^2\varphi \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{Q_nR_n} = \begin{pmatrix} \cos\varphi - 3 \\ -3 + 12\sin^2\varphi \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\varphi - 3 \\ -3 + 12\sin^2\varphi \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} -2\cos\varphi - 1 \\ -3 \end{pmatrix} = 0 \qquad \varphi \in [20°; 180°]$$

$$\Leftrightarrow -2\cos^2\varphi - \cos\varphi + 6\cos\varphi + 3 + 9 - 36\sin^2\varphi = 0$$

$$\Leftrightarrow 34\cos^2\varphi + 5\cos\varphi - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\varphi = \frac{-5-\sqrt{3289}}{68} \quad \vee \quad \cos\varphi = \frac{-5+\sqrt{3289}}{68}$$

$$\varphi = 156{,}48° \ (\vee\ \varphi = 203{,}52°) \vee \varphi = 39{,}66° \ (\vee\ \varphi = 320{,}34°) \qquad \mathbb{L} = \{39{,}66°; 156{,}48°\}$$

5

B 2.4 $\overrightarrow{OQ_n} = \overrightarrow{OP} \oplus \overrightarrow{PQ_n} \qquad \overrightarrow{OQ_n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2\cos\varphi + 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \varphi \in [20°; 180°]$

$$\overrightarrow{OQ_n} = \begin{pmatrix} 2\cos\varphi + 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad Q_n(2\cos\varphi + 3 \mid 2)$$

$$M_n\left(\frac{2\cos\varphi + 3 + 3\cos\varphi}{2} \middle| \ldots\right) \qquad \varphi \in [20°; 180°]$$

$$\frac{2\cos\varphi + 3 + 3\cos\varphi}{2} = 0 \qquad \varphi \in [20°; 180°]$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos\varphi = -0{,}6$$

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 126{,}87° \quad (\vee\ \varphi = 233{,}13°) \qquad \mathbb{L} = \{126{,}87°\}$$

4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.

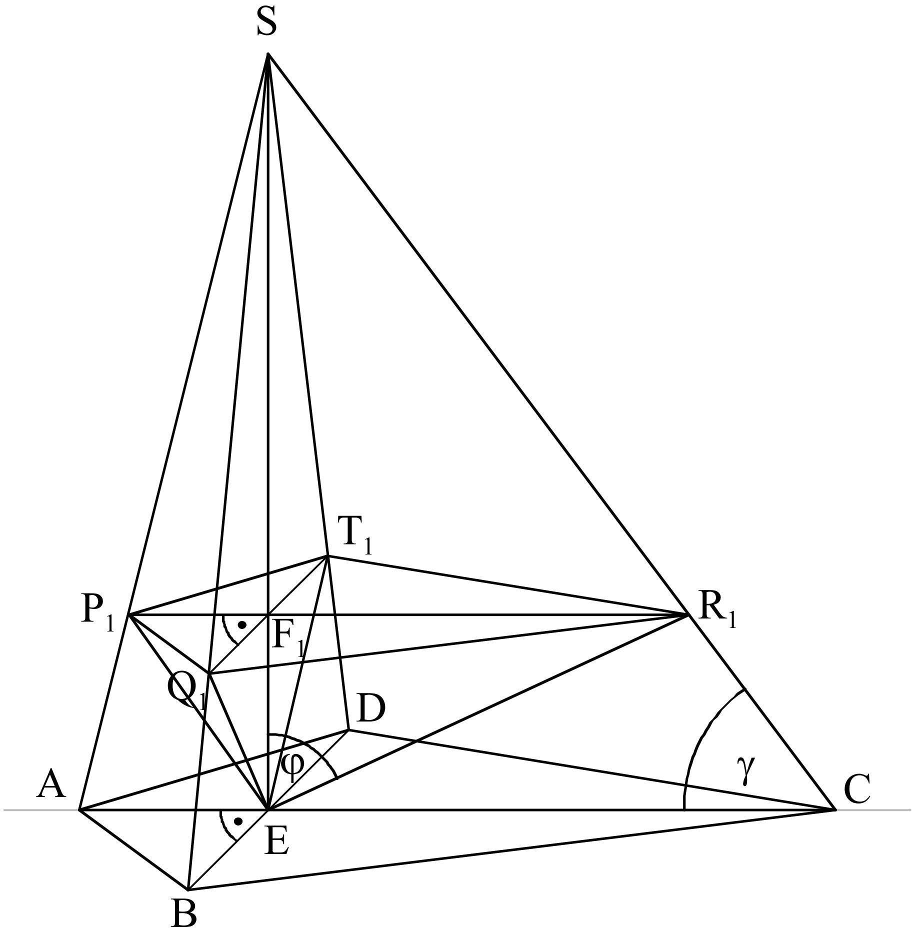
Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

Lösungsmuster und Bewertung

B 3.1



Zeichnen des Schrägbildes der Pyramide ABCDS

$\tan \gamma = \frac{10}{7,5}$ $\gamma \in]0°; 90°[$

$\gamma = 53,13°$

3

B 3.2 Einzeichnen der Pyramide $P_1Q_1R_1T_1E$

1

B 3.3 $\frac{\overline{ER_n}(\varphi)}{\sin 53,13°} = \frac{\overline{EC}}{\sin[180° - (90° - \varphi + 53,13°)]}$ $0° < \varphi < 90°$

$\overline{ER_n}(\varphi) = \frac{7,5 \cdot \sin 53,13°}{\sin(143,13° - \varphi)}$ cm $\overline{ER_n}(\varphi) = \frac{6}{\sin(143,13° - \varphi)}$ cm

$\sin(143,13° - \varphi_0) = 1$ $\varphi_0 = 53,13°$

4

B 3.4	$\frac{\overline{P_nR_n}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{ES}-\overline{EF_n}}{\overline{ES}}$ $\cos\varphi = \frac{\overline{EF_n}(\varphi)}{\overline{ER_n}(\varphi)}$ $\qquad \overline{EF_n}(\varphi) = \frac{6\cdot\cos\varphi}{\sin(143{,}13°-\varphi)}\text{ cm} \qquad 0° < \varphi < 90°$ $\frac{\overline{P_nR_n}}{10\text{ cm}} = \frac{10\text{ cm}-\overline{EF_n}}{10\text{ cm}}$ $\qquad \overline{P_nR_n}(\varphi) = \left(10-\frac{6\cdot\cos\varphi}{\sin(143{,}13°-\varphi)}\right)\text{cm}$	3
B 3.5	$10-\frac{6\cdot\cos\varphi}{\sin(143{,}13°-\varphi)} = \frac{6}{\sin(143{,}13°-\varphi)} \qquad 0° < \varphi < 90°$ $\Leftrightarrow\ 10\cdot\sin(143{,}13°-\varphi)-6\cdot\cos\varphi = 6$ $\Leftrightarrow\ \sin(143{,}13°-\varphi)-0{,}6\cdot\cos\varphi = 0{,}6$ $\Leftrightarrow\ 0{,}6\cdot\cos\varphi+0{,}8\cdot\sin\varphi-0{,}6\cdot\cos\varphi = 0{,}6$ $\Leftrightarrow\ 0{,}8\cdot\sin\varphi = 0{,}6$ $\Leftrightarrow\ \sin\varphi = 0{,}75$ $\Leftrightarrow\ \varphi = 48{,}59° \qquad \mathbb{L} = \{48{,}59°\}$	4
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 In der Entwicklungsabteilung einer Firma, die Badezusätze herstellt, wird der Zerfall von Badeschaum untersucht. Dazu werden 10 ℓ Wasser und 1 cm^3 Badezusatz vermischt und aufgeschäumt. Das anfängliche Schaumvolumen y_0 cm^3 wird bestimmt und sodann das verbleibende Schaumvolumen y cm^3 in Abhängigkeit von der Zeit x min gemessen. Man stellt dabei fest, dass das verbleibende Schaumvolumen y cm^3 nach x min mit einer Gleichung der Form $y = y_0 \cdot a^x$ für $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$, $a \in \mathbb{R}^+$ berechnet werden kann.

C 1.1 Bei einem Versuch mit dem Badezusatz „Pudelwohl“ erhält man zu Beginn (x = 0) für y_0 den Wert 990. Das verbleibende Schaumvolumen beträgt 5 min nach Versuchsbeginn 585 cm^3.
Bestimmen Sie den zugehörigen Wert von a auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

C 1.2 Den Zerfall des Badeschaums „Pudelwohl“ beschreibt die Gleichung $y = 990 \cdot 0{,}90^x$.
Sie legt für $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$ die Funktion f_1 fest.
Tabellarisieren Sie f_1 für $x \in [0; 35]$ in Schritten von $\Delta x = 5$ auf ganze Zahlen gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung:	Auf der x-Achse:	1 cm für 5 min;	$0 \leqq x \leqq 40$
	Auf der y-Achse:	1 cm für 100 cm^3;	$0 \leqq y \leqq 1100$

C 1.3 Berechnen Sie, in der wievielten Minute das Schaumvolumen um 75% abgenommen hat.

C 1.4 Für den Badezusatz „Schaumi“ lässt sich das Schaumvolumen y cm^3 nach x min mit Hilfe der Gleichung $y = 640 \cdot 0{,}94^x$ für $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$ bestimmen.
Berechnen Sie auf ganze Minuten gerundet, nach welcher Zeit ab Versuchsbeginn das Schaumvolumen der beiden Badezusätze gleich groß ist.

C 1.5 Bei einem dritten Badezusatz „Dr. Bad“ nimmt das Schaumvolumen in jeder Minute um 7% ab. Nach 20 min beträgt es 250 cm^3.
Berechnen Sie das anfängliche Schaumvolumen y_0 cm^3 auf ganze Kubikzentimeter gerundet.

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Die Punkte $B_n(x\,|\,-x+6)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-x+6$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Sie sind zusammen mit dem Punkt A(2|1) Eckpunkte von Trapezen $AB_nC_nD_n$ mit $[AB_n]\,||\,[C_nD_n]$. Das Maß der Winkel B_nAD_n beträgt stets 90°. Für die Längen der Seiten $[AD_n]$ und $[C_nD_n]$ gilt: $\overline{AD_n}=0{,}5\cdot\overline{AB_n}$ und $\overline{D_nC_n}=1{,}5\cdot\overline{AB_n}$.

C 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g sowie die Trapeze $AB_1C_1D_1$ für x = 0 und $AB_2C_2D_2$ für x = 6 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 10$; $-1\leqq y\leqq 9$

C 2.2 Die Punkte B_n können auf die Punkte D_n und die Punkte D_n dann auf die Punkte C_n abgebildet werden.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte D_n und C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.
[Ergebnis: $D_n(0{,}5x-0{,}5\,|\,0{,}5x)$; $C_n(2x-3{,}5\,|\,-x+7{,}5)$]

C 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte C_n und tragen Sie t in die Zeichnung zu 2.1 ein.
[Teilergebnis: t mit $y=-0{,}5x+5{,}75$]

C 2.4 Im Trapez $AB_3C_3D_3$ liegt die Seite $[B_3C_3]$ auf dem Trägergraphen t der Punkte C_n.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_3 und C_3.

C 2.5 Das Trapez $AB_0C_0D_0$ hat den kleinsten Flächeninhalt.
Berechnen Sie die Abszisse x des Punktes B_0.

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 3**

C 3.0 Das Quadrat ABCD mit der Diagonalenlänge $\overline{AC} = 12\text{ cm}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Grundfläche ABCD mit $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.

C 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

C 3.2 Der Punkt P liegt auf der Strecke [MC] mit $\sphericalangle MSP = 15°$. Dieser Punkt P ist der Mittelpunkt der Strecke [EF], wobei gilt: $E \in [BC]$, $F \in [DC]$ und [EF] || [DB]. Die Strecke [EF] ist eine Grundseite von gleichschenkligen Trapezen EFG_nH_n mit $G_n \in]DS[$, $H_n \in]BS[$ und $[G_nH_n]$ || [EF]. Die Mittelpunkte Q_n der Strecken $[G_nH_n]$ liegen auf]MS[. Die Winkel MQ_nP haben das Maß φ mit $15° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie für $\varphi = 25°$ das Trapez EFG_1H_1 in das Schrägbild zu 3.1 ein.

C 3.3 Zeigen Sie rechnerisch (auf zwei Stellen nach dem Komma runden), dass für die Streckenlänge $\overline{Q_nS}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{Q_nS}(\varphi) = \left(8 - \frac{2{,}14}{\tan\varphi}\right)\text{cm}$$

C 3.4 Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{H_nG_n}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Ergebnis: $\overline{H_nG_n}(\varphi) = \left(12 - \frac{3{,}21}{\tan\varphi}\right)\text{cm}$]

C 3.5 Unter den Trapezen EFG_nH_n gibt es ein Rechteck EFG_0H_0.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{EF} = 7{,}72\text{ cm}$]

C 3.6 Die Punkte Q_n sind die Spitzen von Pyramiden $BEFDQ_n$ mit der Grundfläche BEFD. Das Volumen der Pyramide $BEFDQ_2$ beträgt 25% des Volumens der Pyramide ABCDS.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

Lösungsmuster und Bewertung

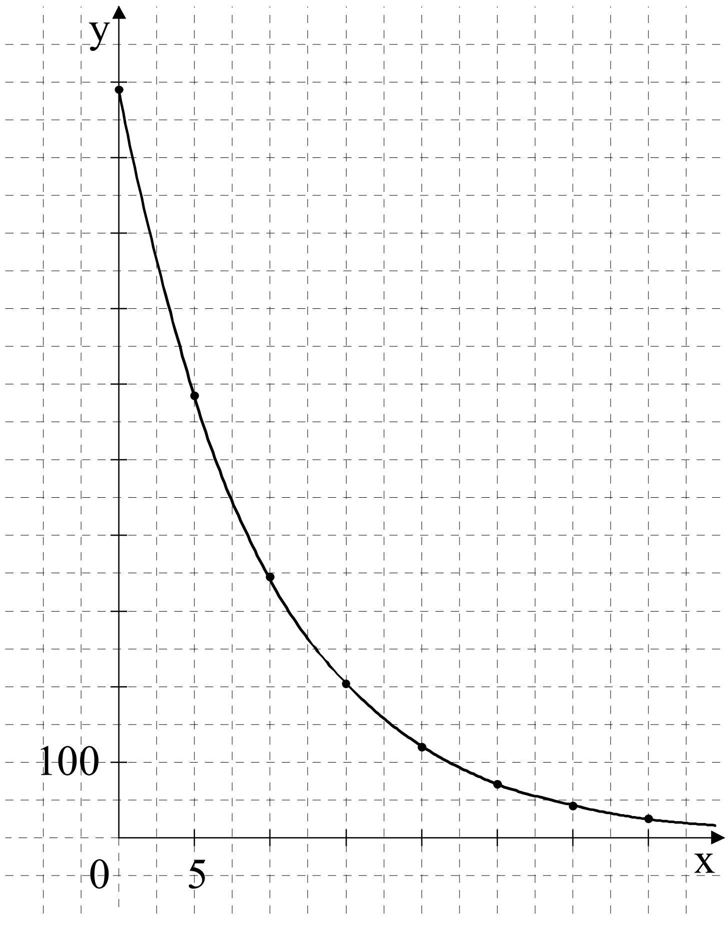
C 1.1 $585 = 990 \cdot a^5$ $a \in \mathbb{R}^+$

$\Leftrightarrow\ a = \sqrt[5]{\frac{585}{990}}$ $\Leftrightarrow\ a = 0{,}90$ $\mathbb{L} = \{0{,}90\}$

3

C 1.2

x	0	5	10	15	20	25	30	35
y	990	585	345	204	120	71	42	25



Einzeichnen des Graphen zu f_1

3

C 1.3 $0{,}25 \cdot 990 = 990 \cdot 0{,}90^x$ $x \in \mathbb{R}_0^+$

$\Leftrightarrow\ x = \log_{0{,}90} 0{,}25$ $\Leftrightarrow\ x = 13{,}16$ $\mathbb{L} = \{13{,}16\}$

In der 14. Minute

3

C 1.4	$640 \cdot 0{,}94^x = 990 \cdot 0{,}90^x \qquad x \in \mathbb{R}_0^+$ $\Leftrightarrow \left(\frac{0{,}94}{0{,}90}\right)^x = \frac{990}{640} \quad \Leftrightarrow x = \log_{\frac{0{,}94}{0{,}90}}\left(\frac{990}{640}\right) \quad \Leftrightarrow \quad x = 10 \qquad \mathbb{L} = \{10\}$ Nach 10 min ist das Schaumvolumen der beiden Badezusätze gleich groß.	3
C 1.5	$250 = y_0 \cdot (1 - \frac{7}{100})^{20} \qquad y_0 \in \mathbb{R}^+$ $\Leftrightarrow \quad y_0 = \frac{250}{0{,}93^{20}} \quad \Leftrightarrow \quad y_0 = 1067 \qquad \mathbb{L} = \{1067\}$ Das anfängliche Schaumvolumen beträgt 1067 cm³.	3
		15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.

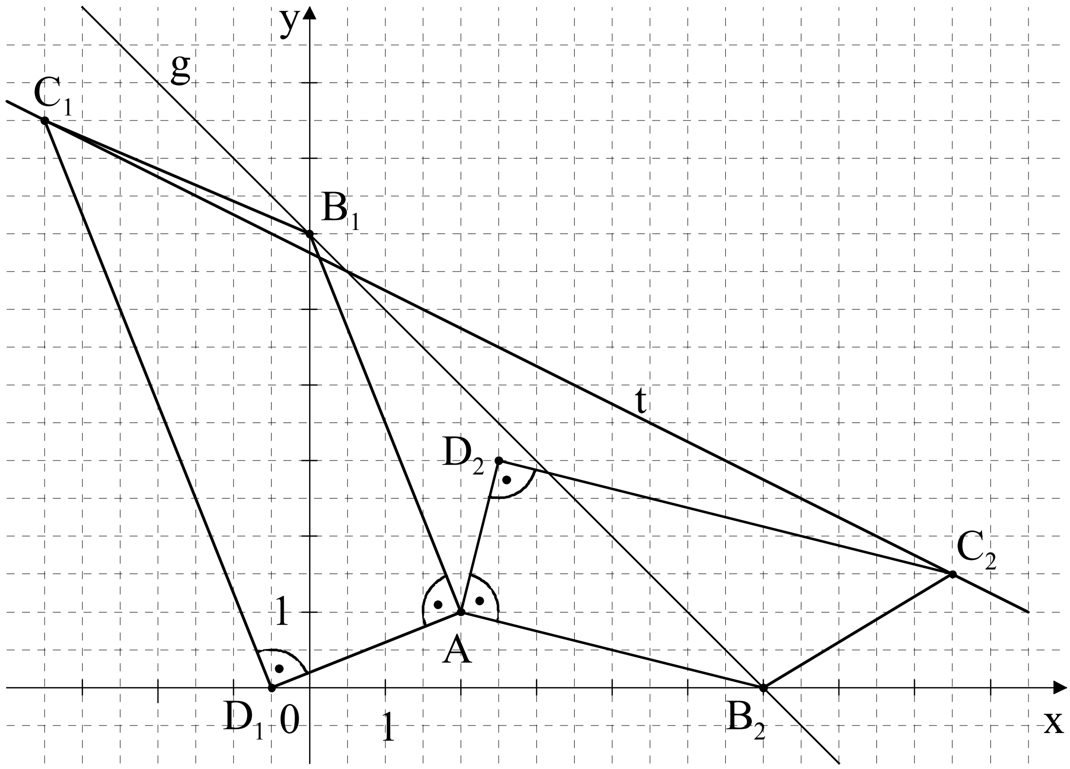
Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

Lösungsmuster und Bewertung

C 2.1



Einzeichnen der Geraden g und der Trapeze $AB_1C_1D_1$ und $AB_2C_2D_2$ | 3

C 2.2 $\overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} x-2 \\ -x+5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD_n} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -(-x+5) \\ x-2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD_n} = \begin{pmatrix} 0{,}5x-2{,}5 \\ 0{,}5x-1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OD_n} = \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{AD_n}$

$\overrightarrow{OD_n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0{,}5x-2{,}5 \\ 0{,}5x-1 \end{pmatrix}$ $x \in \mathbb{R}$

$\overrightarrow{OD_n} = \begin{pmatrix} 0{,}5x-0{,}5 \\ 0{,}5x \end{pmatrix}$ $D_n(0{,}5x-0{,}5 \mid 0{,}5x)$

$\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OD_n} \oplus \overrightarrow{D_nC_n}$ mit $\overrightarrow{D_nC_n} = 1{,}5 \cdot \overrightarrow{AB_n}$

$\overrightarrow{OC_n} = \begin{pmatrix} 0{,}5x-0{,}5 \\ 0{,}5x \end{pmatrix} \oplus 1{,}5 \cdot \begin{pmatrix} x-2 \\ -x+5 \end{pmatrix}$ $x \in \mathbb{R}$

$\overrightarrow{OC_n} = \begin{pmatrix} 2x-3{,}5 \\ -x+7{,}5 \end{pmatrix}$ $C_n(2x-3{,}5 \mid -x+7{,}5)$

5

C 2.3	$\left\lvert\begin{array}{l} x' = 2x - 3{,}5 \\ \wedge\ y' = -x + 7{,}5 \end{array}\right.$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \left\lvert\begin{array}{l} x = 0{,}5x' + 1{,}75 \\ \wedge\ y' = -x + 7{,}5 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \quad y' = -(0{,}5x' + 1{,}75) + 7{,}5 \quad \Leftrightarrow y' = -0{,}5x' + 5{,}75$ Trägergraph t der Punkte C_n: $y = -0{,}5x + 5{,}75 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ Einzeichnen des Trägergraphen t	3
C 2.4	$\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} x - 3{,}5 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$ Steigung von t: m = – 0,5 $1{,}5 = -0{,}5 \cdot (x - 3{,}5) \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x = 0{,}5 \quad \mathbb{L} = \{0{,}5\}$ $B_3(0{,}5 \mid 5{,}5) \quad C_3(-2{,}5 \mid 7)$ oder: $g \cap t = \{B_3\}$ ...	3
C 2.5	Der Flächeninhalt ist am kleinsten für $\overrightarrow{AB_n} \perp g$: $\begin{pmatrix} x - 2 \\ -x + 5 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \quad x - 2 + x - 5 = 0$ $\Leftrightarrow \quad x = 3{,}5 \quad \mathbb{L} = \{3{,}5\}$	3
		17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.

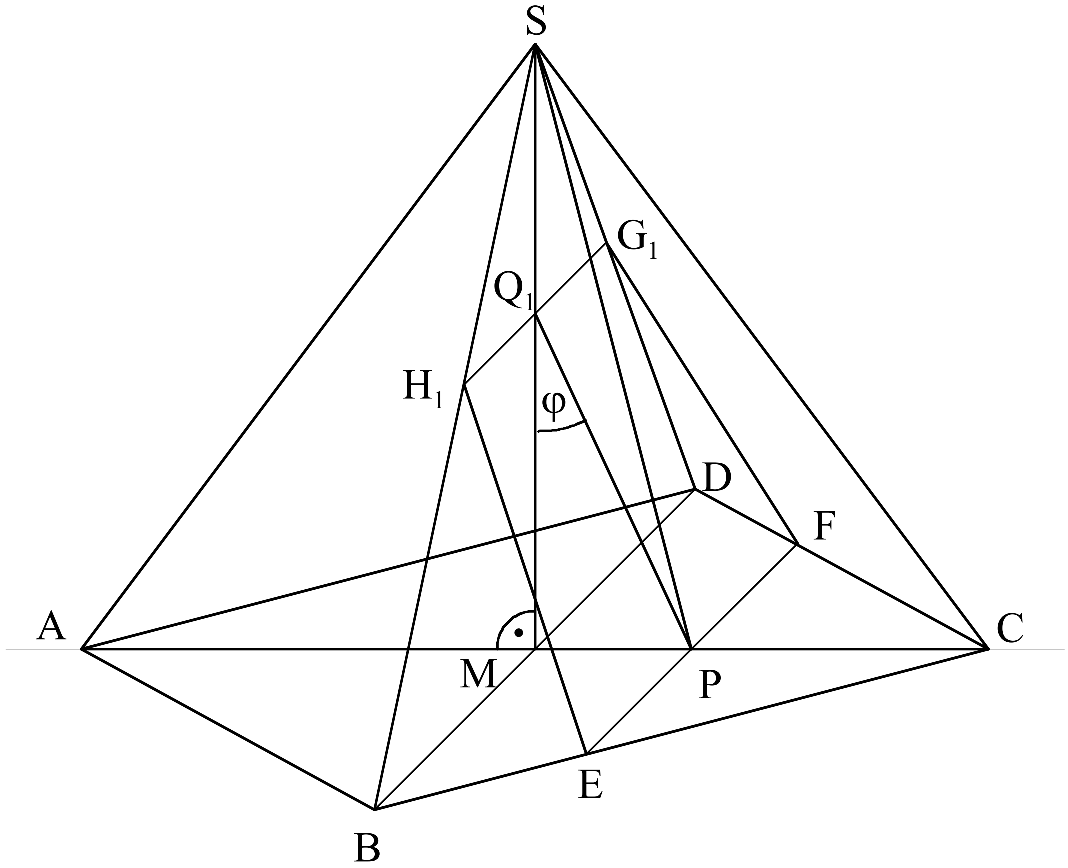
Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 3**

Lösungsmuster und Bewertung

C 3.1



2

C 3.2 Einzeichnen des Trapezes EFG_1H_1 1

C 3.3 $\overline{Q_nS} = \overline{MS} - \overline{MQ_n}$

$$\tan\varphi = \frac{\overline{MP}}{\overline{MQ_n}} \qquad 15° < \varphi < 90°$$

$$\tan 15° = \frac{\overline{MP}}{\overline{MS}} \qquad \overline{MP} = \tan 15° \cdot 8 \text{ cm} \qquad \overline{MP} = 2{,}14 \text{ cm}$$

$$\overline{MQ_n} = \frac{2{,}14}{\tan\varphi} \text{ cm}$$

$$\overline{Q_nS}(\varphi) = \left(8 - \frac{2{,}14}{\tan\varphi}\right) \text{cm}$$

4

C 3.4 $\frac{\overline{H_nG_n}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{Q_nS}}{\overline{MS}}$ $\overline{H_nG_n}(\varphi) = 1{,}5 \cdot \left(8 - \frac{2{,}14}{\tan\varphi}\right)\text{cm}$ $\quad\overline{H_nG_n}(\varphi) = \left(12 - \frac{3{,}21}{\tan\varphi}\right)\text{cm} \quad 15° < \varphi < 90°$	1
C 3.5 $\overline{EF} = \overline{H_0G_0}$ $\quad \frac{\overline{EF}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{CM} - \overline{MP}}{\overline{CM}}$ $\frac{\overline{EF}}{12\text{ cm}} = \frac{6\text{ cm} - 2{,}14\text{ cm}}{6\text{ cm}}$ $\quad \overline{EF} = 7{,}72\text{ cm}$ $7{,}72 = 12 - \frac{3{,}21}{\tan\varphi}$ $\quad 15° < \varphi < 90°$ $\Leftrightarrow \frac{3{,}21}{\tan\varphi} = 4{,}28$ $\Leftrightarrow \tan\varphi = 0{,}75$ $\Leftrightarrow \varphi = 36{,}87°$ $\quad \mathbb{L} = \{36{,}87°\}$	3
C 3.6 $V_{BEFDQ_2} = 0{,}25 \cdot V_{ABCDS}$ $V_{BEFDQ_2} = \frac{25}{100} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot 8\right)\text{cm}^3$ $\quad V_{BEFDQ_2} = 48\text{ cm}^3$ $V_{BEFDQ_n} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\overline{BD} + \overline{EF}}{2}\right) \cdot \overline{MP} \cdot \overline{MQ_n}$ $V_{BEFDQ_n}(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{12 + 7{,}72}{2}\right) \cdot 2{,}14 \cdot \frac{2{,}14}{\tan\varphi}\text{ cm}^3$ $\quad 15° < \varphi < 90°$ $V_{BEFDQ_n}(\varphi) = \frac{15{,}05}{\tan\varphi}\text{cm}^3$ $\frac{15{,}05}{\tan\varphi} = 48$ $\quad 15° < \varphi < 90°$ $\Leftrightarrow \tan\varphi = \frac{15{,}05}{48}$ $\quad \Leftrightarrow \varphi = 17{,}41°$ $\quad \mathbb{L} = \{17{,}41°\}$	4
	15

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden.