Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 10 der Gymnasien

Name: ___________________________________ **Note:** _____

Klasse: __________ **Bewertungseinheiten:** _____ / 21

Aufgabe 1

a) Bestimmen Sie für $x \in \mathbb{R}$ die Lösungen der Gleichung $2x^2 - 14x = 0$.

/ 2

b) Geben Sie einen Term einer in $\mathbb{R}$ definierten quadratischen Funktion f an, sodass die Gleichung $f(x) = 0$ keine Lösung in $\mathbb{R}$ besitzt.

/ 1

Aufgabe 2

Ein Glücksrad hat vier Sektoren, die mit den Ziffern 1, 2, 3 und 4 beschriftet sind. Für das einmalige Drehen des Glücksrads wird $\Omega = \{1;2;3;4\}$ als Ergebnismenge festgelegt.

a) Geben Sie eine Voraussetzung an, die zusätzlich gelten müsste, damit es sich beim beschriebenen Zufallsexperiment um ein Laplace-Experiment handelt.

/ 1

b) Das Glücksrad wird sechsmal gedreht. Dabei werden die erzielten Ziffern in der Reihenfolge ihres Auftretens notiert, sodass eine sechsstellige Zahl entsteht.

Geben Sie einen Term an, mit dem man berechnen kann, wie viele verschiedene sechsstellige Zahlen auf diese Weise entstehen können.

/ 1

c) Nach 200-maligem Drehen des Glücksrads ergab sich für das Auftreten der Ziffer 2 die relative Häufigkeit 0,3. Berechnen Sie, wie oft die Ziffer 2 erzielt wurde.

/ 1

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{8}{x-1} - 2$ mit maximalem Definitionsbereich D.

a) Geben Sie D an.

/ 1

b) Berechnen Sie die Nullstelle von f.

/ 2

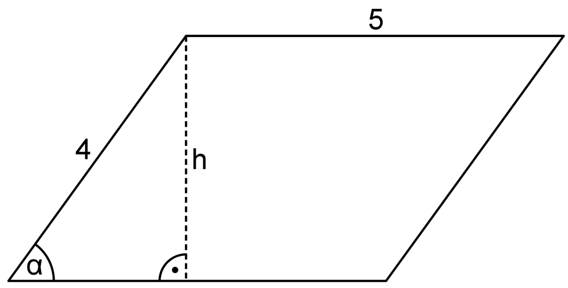
c) Geben Sie eine Gleichung der waagrechten Asymptote des Graphen von f an.

/ 1

Aufgabe 4

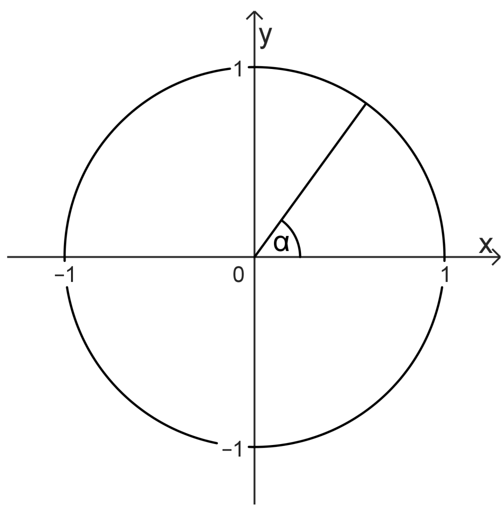
a) Gegeben ist ein Parallelogramm mit den Seitenlängen 5 und 4 (vgl. Abbildung).

Bestimmen Sie einen Term in Abhängigkeit von α, der den Flächeninhalt des Parallelogramms beschreibt.



/ 2

b) Zeichnen Sie in den abgebildeten Einheitskreis eine Strecke der Länge $\sin(\alpha + 90°)$ ein.



/ 1

Aufgabe 5

Im Jahr 2010 gab es in Deutschland 299 000 landwirtschaftliche Betriebe, im Jahr 2023 waren es nur noch 255 000.

a) Die Anzahl der landwirtschaftlichen Betriebe im Jahr 2023 war um einen bestimmten Prozentsatz kleiner als im Jahr 2010. Genau einer der folgenden Brüche entspricht diesem Prozentsatz. Kreuzen Sie diesen an.

○ $\frac{299\,000-255\,000}{299\,000}$ ○ $\frac{299\,000-255\,000}{255\,000}$ ○ $\frac{255\,000}{299\,000}$ ○ $\frac{299\,000}{255\,000}$

/ 1

Die Anzahl der landwirtschaftlichen Betriebe in Deutschland im Zeitraum von 2010 bis 2023 lässt sich modellhaft durch die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f: x \mapsto -3400x + 299\,000$ beschreiben. Dabei ist x die seit dem Jahr 2010 vergangene Zeit in Jahren und $f(x)$ die Anzahl der Betriebe.

b) Berechnen Sie $f(10)$ und deuten Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

/ 2

c) Wäre ausgehend vom Jahr 2010 der jährliche Rückgang der Anzahl der landwirtschaftlichen Betriebe nur halb so groß gewesen, so müsste man die lineare Funktion f entsprechend anpassen.

Geben Sie einen Term der angepassten Funktion an.

/ 1

Aufgabe 6

Auf dem Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $f: x \mapsto x^2$ liegen die Punkte $A\left(-a \mid a^2\right)$ und $B\left(b \mid b^2\right)$ mit $a, b > 0$ und $a \neq b$ (vgl. Abbildung 1). Die Strecke $\overline{AB}$ schneidet die y-Achse im Punkt $S(0 \mid t)$.

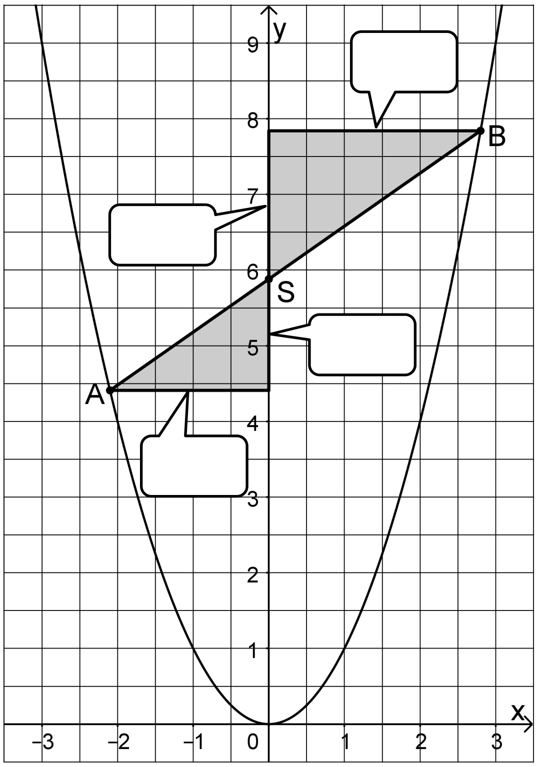


Abb. 1

a) Tragen Sie die Streckenlängen a, b, $t-a^2$ und b^2-t jeweils in das passende Feld in der Abbildung ein.

/ 1

b) Aufgrund des Strahlensatzes gilt die Gleichung $\frac{a}{t-a^2} = \frac{b}{b^2-t}$. Löst man diese Gleichung nach t auf, so ergibt sich genau eine Lösung. Begründen Sie, dass diese Lösung $a \cdot b$ ist.

Hinweis: Sie können dazu beispielsweise $a \cdot b$ für t einsetzen und anschließend die Terme auf beiden Seiten der Gleichung geeignet umformen.

/ 2

c) Die y-Koordinate von S ist also $a \cdot b$. Ergänzen Sie Abbildung 2 so, dass man unter Verwendung des obigen Verfahrens einen Näherungswert für das Produkt der Zahlen 1,8 und 2,3 ablesen kann.

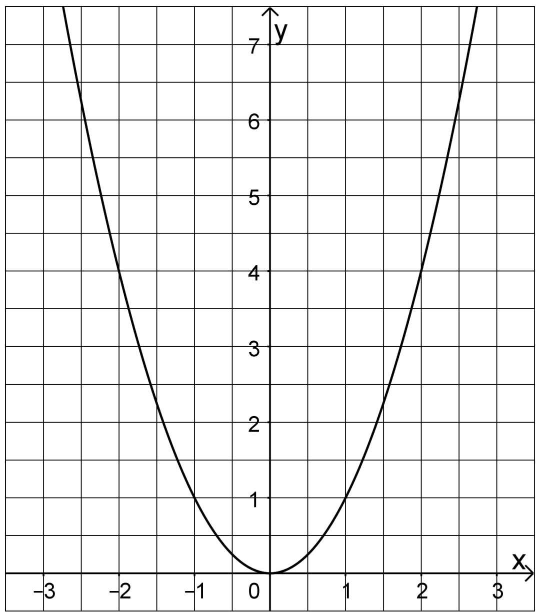


Abb. 2

/ 1