Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 10 der Gymnasien

Name: ____________________ **Note:** _____

Klasse: __________ **Bewertungseinheiten:** _____ / 21

Aufgabe 1

Geben Sie jeweils die Lösung(en) der Gleichung an.

a) $x^2 = 100 \qquad (x \in \mathbb{R})$

/ 1

b) $x^{-1} = 100 \qquad (x \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$

/ 1

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{4}{x+3} - 2$ mit dem Definitionsbereich $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

a) Zeigen Sie rechnerisch, dass -1 Nullstelle von f ist.

/ 1

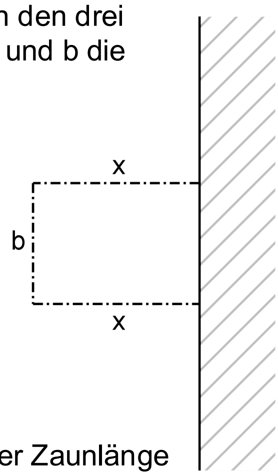
b) Beschreiben Sie, wie der Graph von f durch Verschieben aus dem Graphen der in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ definierten Funktion $g: x \mapsto \frac{4}{x}$ hervorgeht.

/ 2

Aufgabe 3

An einer Hauswand soll ein rechteckiger Gemüsegarten angelegt und an den drei offenen Seiten eingezäunt werden (vgl. Abbildung). Dabei bezeichnen x und b die Seitenlängen des Gemüsegartens in Metern.

Die Gesamtlänge des Zauns soll 12 m betragen.



a) Für einen bestimmten Wert von x ist der so geplante Gemüsegarten quadratisch. Berechnen Sie für diesen Fall den Flächeninhalt des Gemüsegartens.

/ 2

Es wird untersucht, ob durch eine andere Wahl von x bei gleichbleibender Zaunlänge ein größerer Flächeninhalt erreicht werden kann. Hierzu wird die Funktion f mit $f(x) = x \cdot (12 - 2x)$ betrachtet, deren Graph eine nach unten geöffnete Parabel ist.

b) Begründen Sie, dass der Flächeninhalt des Gemüsegartens in m^2 durch den Term $f(x)$ beschrieben wird.

/ 1

c) Geben Sie die beiden Nullstellen von f an und bestimmen Sie x so, dass der Flächeninhalt des Gemüsegartens maximal wird.

/ 2

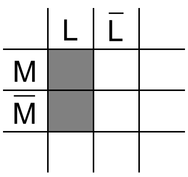
Aufgabe 4

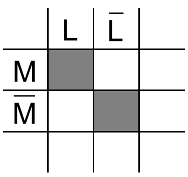
Die Kinder der sechsten Klassen eines Gymnasiums haben als zweite Fremdsprache entweder Latein oder Französisch gewählt. Unter den Kindern wird eines zufällig ausgewählt.

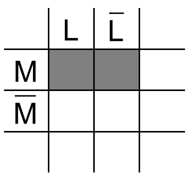
Betrachtet werden folgende Ereignisse:

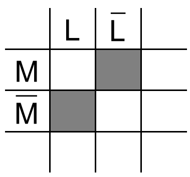
L: Das Kind hat Latein gewählt.
M: Das Kind ist ein Mädchen.

a) Bei einer der folgenden Vierfeldertafeln passt der grau gefärbte Bereich zum Ereignis „Genau eines der beiden Ereignisse L und M tritt ein.". Kreuzen Sie (nur) diese an.

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

/ 1

b) Eine der folgenden Mengenschreibweisen gehört zum Ereignis „Ein Kind hat Französisch gewählt und ist kein Mädchen." Kreuzen Sie (nur) diese an.

☐ $L \cap \overline{M}$ ☐ $L \cup \overline{M}$ ☐ $\overline{L} \cap \overline{M}$ ☐ $\overline{L} \cup M$ ☐ $\overline{L \cap M}$

/ 1

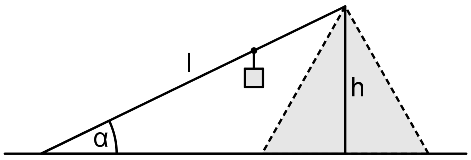
Aufgabe 5

Seit Dezember 2017 führt eine neue Seilbahn auf die Zugspitze.

a) Eine Gondel dieser Seilbahn bietet Platz für 120 Personen. Geben Sie die Anzahl der Personen in der Gondel an, wenn diese bezüglich der Personenzahl zu 30 % ausgelastet ist.

/ 1

b) Die Seilbahn überwindet einen Höhenunterschied von $h = 1945\,\text{m}$. Nimmt man vereinfachend an, dass die Fahrstrecke der Länge $l = 4467\,\text{m}$ geradlinig verläuft, so schließen das Seil und die Horizontale einen Steigungswinkel α ein (vgl. Abbildung).



Geben Sie eine Gleichung an, durch die der Steigungswinkel α aus l und h berechnet werden kann.

/ 1

In der Realität variiert die Steigung von Bergbahnen im Streckenverlauf. So ist der maximale Steigungswinkel der Zugspitzseilbahn deutlich größer als der Wert, der sich aus Aufgabe 5b ergeben würde.

Nachfolgende Tabelle gibt die maximalen Steigungen und die zugehörigen Steigungswinkel für die Seilbahn und für die ebenfalls auf die Zugspitze führende Zahnradbahn an.

	Zahnradbahn	**Seilbahn**
maximale Steigung	0,25	1,04
zugehöriger Steigungswinkel	14°	46°

c) Ergänzen Sie folgende Erläuterung:

Die Steigung einer Seilbahn oder Schiene ist wie die Steigung einer Gerade im Koordinatensystem festgelegt. Eine Steigung von 0,25 bedeutet beispielsweise, dass bei einer horizontalen Entfernung von ________ m eine Höhendifferenz von ________ m überwunden wird.

/ 1

d) Die maximale Steigung ist nicht direkt proportional zum zugehörigen Steigungswinkel. Beschreiben Sie unter Einbeziehung der konkreten Werte aus obiger Tabelle, wie man dies zeigen könnte.

/ 1

Aufgabe 6

a) Ein Dreieck mit einer Seite der Länge 4 cm und zugehöriger Höhe h hat den Flächeninhalt $6\,\text{cm}^2$.

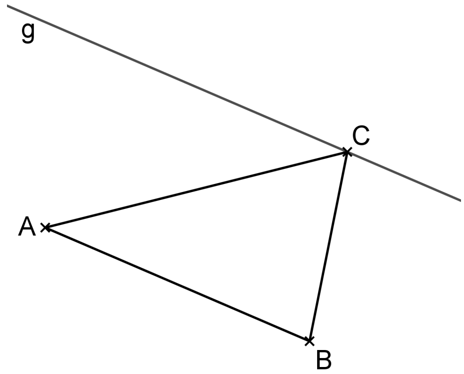
Berechnen Sie h.

/ 1

b) Betrachtet wird ein Dreieck ABC. Die Gerade g verläuft parallel zur Gerade AB durch den Punkt C (vgl. Abbildung). Spiegelt man g an AB, erhält man die Bildgerade g'.

Zeichnen Sie g' ein und begründen Sie:

Ist Q ein beliebiger Punkt auf g', so hat das Dreieck AQB den gleichen Flächeninhalt wie das Dreieck ABC.

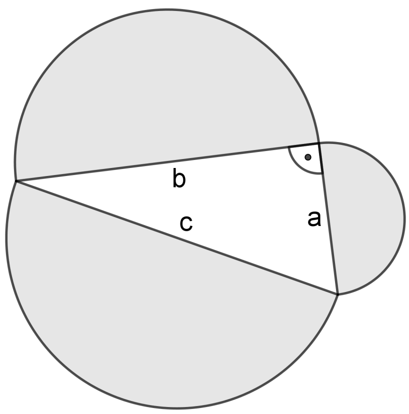


/ 2

Aufgabe 7

Die Abbildung zeigt ein rechtwinkliges Dreieck mit drei Halbkreisen, die jeweils eine der Dreiecksseiten als Durchmesser haben.

Begründen Sie mithilfe einer Rechnung, dass die Summe der Flächeninhalte der beiden kleineren Halbkreise gleich dem Flächeninhalt des größten Halbkreises ist.



/ 2