

BESONDERE PRÜFUNG 2022

MATHEMATIK

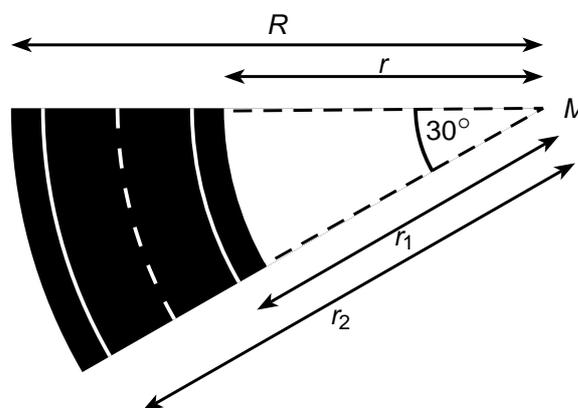
Arbeitszeit: 140 Minuten

<hr style="width: 80%; margin: auto;"/> Name des Prüflings
--

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

BE
2
3
3
3
3

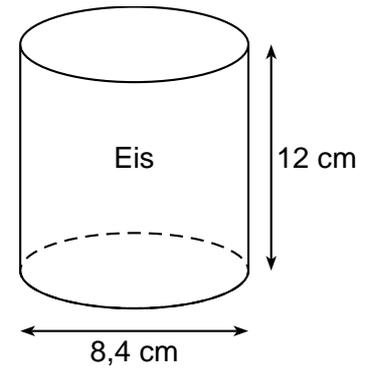
1. Das abgebildete Stück einer Rennbahn für Spielzeugautos kann näherungsweise als ein Flächenstück betrachtet werden, das von zwei Kreisbögen um den Punkt M mit den Radien R und r sowie von den Schenkeln eines Winkels der Größe 30° mit Scheitel M begrenzt wird. Auf dem Bahnstück sind in weißer Farbe Kreisbögen zur Fahrbahnmarkierung aufgetragen.



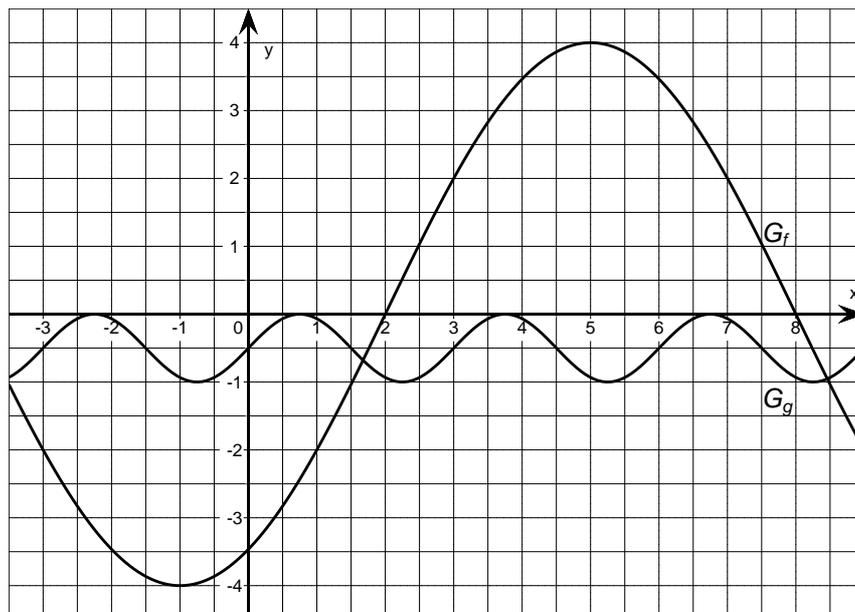
- a) Geben Sie einen Term zur Berechnung des Flächeninhalts des dargestellten Bahnstücks in Abhängigkeit von r und R an.
- b) Zur Begrenzung der Innen- und Außenspur sind in weißer Farbe durchgehende Markierungen aufgetragen, die durch Kreisbögen um M mit den Radien $r_1 = 24,8$ cm und $r_2 = 34,6$ cm dargestellt werden. Berechnen Sie bei einer aus diesen Bahnstücken gebauten 120° -Kurve, um wie viel die äußere durchgehende Markierung länger ist als die innere.
2. Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der Gleichung.
- a) $36 = 6^{3x-5} \quad (x \in \mathbb{R})$
- b) $3 \cdot \log_{10} x = \log_{10} 108 - \log_{10} 4 \quad (x \in \mathbb{R}^+)$

BE

3. Der Innenraum einer Eispackung hat näherungsweise die Form eines Zylinders, der eine kreisförmige Grundfläche mit einem Durchmesser von 8,4 cm sowie eine Höhe von 12 cm hat (vgl. nebenstehende Abbildung). Die Eispackung ist vollständig mit Eis gefüllt. Es werden nun Eiskugeln mit dem Durchmesser 5 cm entnommen.



- 4 a) Berechnen Sie, wie viele komplette Eiskugeln aus dem Eis der Eispackung geformt werden können.
Es ist davon auszugehen, dass die Eiskugeln ideale Kugelform besitzen.
- 3 b) Tom behauptet: „Wenn ich den Durchmesser der Eiskugeln halbiere, dann erhalte ich aus einer Eispackung etwa doppelt so viele Eiskugeln.“
Aileen entgegnet: „Nein, das stimmt so nicht. Dein Denkfehler besteht darin, dass _____ nicht direkt proportional _____
_____.
Stattdessen gilt aber: _____
direkt proportional _____. Also erhältst du in diesem Fall _____ Eiskugeln.“
Füllen Sie die Lücken in Aileens Aussage sinnvoll aus.
- 6 4. a) Die Abbildung zeigt die Graphen G_f und G_g zweier in \mathbb{R} definierter periodischer Funktionen f und g . Geben Sie für f und g jeweils die Periode und einen möglichen Funktionsterm an.



(Fortsetzung nächste Seite)

BE

4

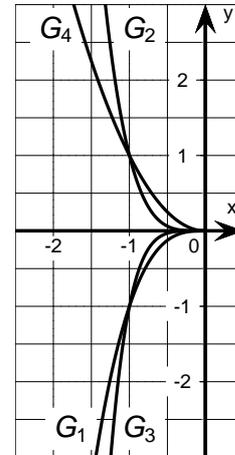
- b) Zeichnen Sie in ein geeignetes Koordinatensystem den Graphen der in \mathbb{R} definierten Funktion $k : x \mapsto 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2$.
Geben Sie die Nullstelle dieser Funktion an.

3

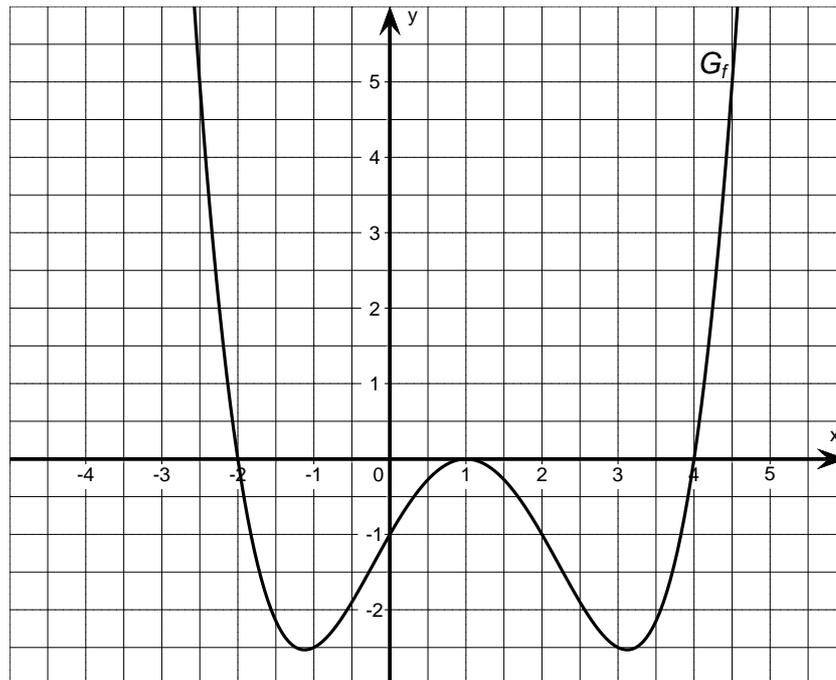
- c) In nebenstehender Abbildung sind die Graphen G_1 , G_2 , G_3 und G_4 von vier in \mathbb{R}_0^- definierten Potenzfunktionen abgebildet. Ordnen Sie jedem der Graphen einen der folgenden Funktionsterme zu.

$$f_1(x) = x; \quad f_2(x) = x^2; \quad f_3(x) = x^3;$$

$$f_4(x) = x^4; \quad f_5(x) = x^5$$



5. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen G_f einer in \mathbb{R} definierten ganzrationalen Funktion f .



4

- a) Genau einer der folgenden Terme ist ein Funktionsterm von f . Kreuzen Sie (nur) diesen an und begründen Sie Ihre Entscheidung. Bestimmen Sie außerdem den Wert des Parameters $a \in \mathbb{R}$.

$a \cdot (x - 1)^2(x + 2)(x - 4)$

$a \cdot (x + 1)^2(x - 2)(x + 4)$

$a \cdot (x - 1)(x + 2)^2(x - 4)$

4

- b) Beschreiben Sie, wie der Graph der in \mathbb{R} definierten Funktion $g : x \mapsto -f(x) + 2$ aus G_f hervorgeht. Skizzieren Sie den Graphen von g in das obige Koordinatensystem.

BE	
	6. Bierschaum zerfällt in guter Näherung exponentiell. Ein Bierglas wurde so gefüllt, dass eine 10 cm hohe Schaumkrone entstanden ist. Der Zerfall der Schaumkrone kann durch die in \mathbb{R}_0^+ definierte Funktion $h : t \mapsto 10 \cdot 0,84^t$ beschrieben werden, wobei t die Zeit in Minuten seit Beobachtungsbeginn und $h(t)$ die Schaumhöhe in cm angibt.
3	a) Bestimmen Sie, um wie viel Prozent die Höhe der Schaumkrone in einer Minute bzw. in zwei Minuten abnimmt.
3	b) Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem die Schaumkrone nur noch eine Höhe von 2 cm hat.
2	c) Nach einiger Zeit des Wartens beträgt die Schaumhöhe nur noch 6 cm. John behauptet: „Wenn man jetzt mit der Zeitmessung startet, dann kann man die Schaumhöhe mit der in \mathbb{R}_0^+ definierten Funktion $h^* : t \mapsto 6 \cdot 0,84^t$ vorhersagen.“ Entscheiden Sie, ob John mit dieser Aussage Recht hat, und begründen Sie Ihre Entscheidung.
	7. In einem Supermarkt gibt es zwei Sorten von Eiern: Eier von Hühnern aus Bodenhaltung und Eier von Hühnern aus Freilandhaltung. Einige der Eier sind jeweils mit dem Insektizid Fipronil belastet. 70 % aller Eier in diesem Supermarkt sind Eier von Hühnern aus Bodenhaltung. 10 % aller Eier sind mit Fipronil belastet. Von allen Eiern sind 29 % aus Freilandhaltung und nicht mit Fipronil belastet. In diesem Supermarkt wird zufällig ein Ei ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse: B : „Das Ei stammt von Hühnern aus Bodenhaltung.“ F : „Das Ei ist mit Fipronil belastet.“
4	a) Erstellen Sie zu der beschriebenen Situation eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.
3	b) Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das zufällig ausgewählte Ei (1) aus Bodenhaltung stammt und mit Fipronil belastet ist. (2) mit Fipronil belastet ist, wenn man an der Code-Nummer auf dem Ei erkannt hat, dass es sich um ein Ei aus Bodenhaltung handelt.
2	c) Beschreiben Sie das Ereignis $\overline{F} \cup B$ im Sachzusammenhang.
	8. Geben Sie jeweils einen möglichen Funktionsterm einer in \mathbb{R} definierten Funktion an, welche die angegebenen Eigenschaften hat.
2	a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ und der Graph verläuft durch den Punkt $A(4 0)$.
2	b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$ und der Graph verläuft durch den Punkt $B(0 5)$.
60	