11.09.2014

Besondere Prüfung 2014
Mathematik

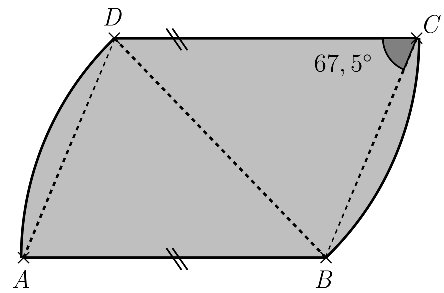
Arbeitszeit: 120 Minuten

____
Name des Prüflings

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

BE

1. Gegeben ist die graue Figur, die sich aus zwei Kreissektoren zusammensetzt. Die Punkte B und D sind die Kreismittelpunkte der Kreissektoren BDA bzw. DBC.
Die Gerade AB ist parallel zur Geraden CD.
Die Größe des Winkels $\sphericalangle DCB$ beträgt $67,5°$.



3 a) Begründen Sie, dass bei beiden Kreissektoren die Größe des Mittelpunktswinkels $45°$ beträgt.

5 b) Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt der grauen Figur, wenn $\overline{CD} = 10$ cm. Runden Sie Ihre Ergebnisse auf eine Dezimale.

2. Ein Party-Luftballon hat voll aufgeblasen annähernd die Gestalt einer Kugel, deren Umfang (das ist der Umfang eines jeden Kreises auf der Kugeloberfläche, dessen Mittelpunkt mit dem der Kugel übereinstimmt) 70 cm beträgt.
Die zusätzliche Gummihaut des Mundstücks zum Aufblasen des Ballons soll bei den folgenden Überlegungen vernachlässigt werden.

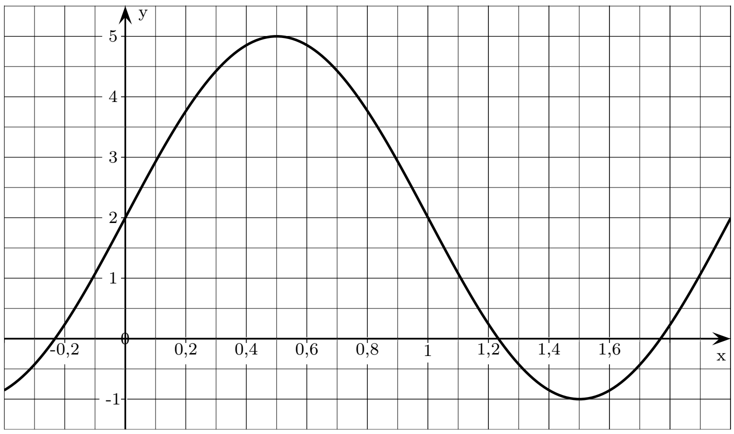
5 a) Berechnen Sie den Radius der Kugel. Bestimmen Sie anschließend, wie viele Liter Luft der voll aufgeblasene Ballon enthält, und runden Sie das Ergebnis auf eine Dezimale.
(zur Kontrolle: $r \approx 11,1$ cm)

3 b) Zeigen Sie durch Rechnung, dass der Oberflächeninhalt des voll aufgeblasenen Ballons ca. 1550 cm^2 beträgt.

4 c) Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich der Oberflächeninhalt des Ballons beim Aufblasen vergrößert, wenn sein Oberflächeninhalt vor dem Aufblasen durch den Flächeninhalt zweier Kreise angenähert werden kann, deren Durchmesser jeweils 6 cm beträgt.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
4	3. Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f : x \mapsto a \cdot \sin(b \cdot x) + c$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $c \in \mathbb{R}$. Die Abbildung zeigt den Graphen von f. Bestimmen Sie die Periode der Funktion sowie die Werte der Parameter a, b und c.



4. An der Frontscheibe von Petras Aquarium wachsen Algen. Sie misst an einigen Tagen immer abends, wie groß der Inhalt der von Algen bedeckten Fläche bereits ist.
Am Tag 0 beginnt sie ihre Messungen, die Tabelle zeigt einen Teil ihrer Messwerte.

Beobachtungstag	0	1	7
Bedeckte Fläche	15 cm^2	16 cm^2	24 cm^2

4 a) Zeigen Sie, dass die angegebenen Messwerte besser zu einem exponentiellen Wachstum als zu einem linearen Wachstum passen.
Geben Sie dabei auch einen geeigneten Wachstumsfaktor für das exponentielle Wachstum an.

Gehen Sie im Folgenden von exponentiellem Wachstum der Algen auf der Frontscheibe mit dem Wachstumsfaktor 1,07 (also 7% täglicher Zunahme) aus.
Die Frontscheibe des Aquariums ist 90 cm breit und 35 cm hoch.

3 b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die am Ende des ersten Beobachtungsmonats mit Algen bedeckt sein wird.

4 c) Bestimmen Sie, nach wie vielen Tagen die Frontscheibe zur Hälfte bedeckt sein wird.

2 d) Berechnen Sie $15 \cdot 1,07^{100}$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

5. Betrachtet wird das Zufallsexperiment „Ziehen eines Bonbons aus der vollen Tüte“. In der vollen Tüte befinden sich vierzig Bonbons mit Zitronengeschmack und zwanzig mit Orangengeschmack. Drei Viertel der Zitronenbonbons sind mit Brause gefüllt. Insgesamt sind 24 der Bonbons ohne Brausefüllung. Alle Bonbons sehen gleich aus.

4 a) Erstellen Sie eine eindeutig beschriftete und vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel zu diesem Zufallsexperiment.

2 b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, ein Orangenbonbon ohne Brausefüllung aus der vollen Tüte zu ziehen.

2 c) Das von Claus gezogene Bonbon schmeckt nach Orange. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Bonbon eine Brausefüllung enthält.

6. Es wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f : x \mapsto \dfrac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$ betrachtet. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

3 a) Überprüfen Sie rechnerisch, ob G_f Symmetrie bezüglich der y-Achse oder bezüglich des Koordinatenursprungs aufweist.

2 b) Geben Sie die Nullstellen von f an.

2 c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von G_f mit der y-Achse. Geben Sie das Verhalten von f für $x \to \infty$ an.

3 d) Skizzieren Sie G_f in ein geeignetes Koordinatensystem.

3 e) Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $y = 0{,}3$. Berechnen Sie die x-Koordinaten der Schnittpunkte von G_f und g.

(zur Kontrolle: ein x-Wert beträgt ca. $1{,}93$)

2 f) Der Graph von f stellt modellhaft den Querschnitt eines wassergefüllten Grabens dar. Dabei entspricht 1 LE der Streckenlänge 1 m. Nutzen Sie die Werte aus Teilaufgabe 6e, um den folgenden Satz sinnvoll zu ergänzen:

Wenn das Wasser im Graben .... hoch steht,

dann ist der Wasserspiegel ca. .... breit.

60