

# Besondere Prüfung 2012

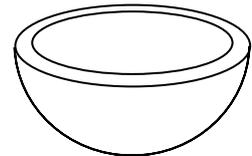
## Mathematik

Arbeitszeit: 120 Minuten

<hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> <p>Name des Prüflings</p>
---

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

<i>BE</i>	
1	<p>Aus dem gesamten Material eines massiven Bronzewürfels wird eine halbkugelförmige Schale gegossen (vgl. Abbildung). Der Außendurchmesser dieser Schale beträgt 36,0 cm, die Wanddicke 3,0 mm.</p>
5	<p>a) Berechnen Sie die Kantenlänge <math>k</math> des ursprünglichen Bronzewürfels in cm auf eine Dezimale genau.</p>
	(zur Kontrolle: $k = 8,4$ cm)
4	<p>b) Zeigen Sie, dass die Oberfläche der Schale einen Flächeninhalt von ungefähr <math>40,4</math> dm<sup>2</sup> hat.</p>
4	<p>c) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Oberfläche der Schale größer ist als die des ursprünglichen Bronzewürfels.</p>
4	<p>2 a) Betrachtet werden alle Winkel <math>\alpha</math>, für die <math>\cos \alpha = -0,5</math> und zugleich <math>\sin \alpha &lt; 0</math> gilt. Geben Sie alle möglichen Werte für <math>\alpha</math> im Gradmaß und im Bogenmaß an.</p>
3	<p>b) Der Graph der in <math>\mathbb{R}</math> definierten Sinusfunktion <math>f : x \mapsto \sin x</math> wird</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zunächst in <math>x</math>-Richtung so gestaucht, dass die Periode <math>\pi</math> beträgt,</li> <li>• anschließend um <math>\frac{\pi}{3}</math> nach links verschoben und</li> <li>• schließlich in <math>y</math>-Richtung so gestreckt, dass die Amplitude 3 beträgt.</li> </ul> <p>Geben Sie den Term der Funktion <math>g</math> an, die den so entstandenen Graphen beschreibt.</p>
2	<p>c) Für den Winkel <math>\alpha</math> mit <math>90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ</math> gilt <math>\sin \alpha = \frac{1}{4}\sqrt{15}</math>. Berechnen Sie ohne Verwendung des Taschenrechners den Wert von <math>\cos \alpha</math>.</p>

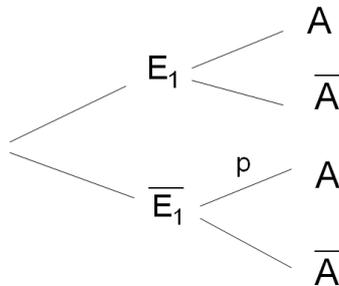


(Fortsetzung nächste Seite)

BE

**3** Ein großes Einkaufszentrum ist mit dem Auto ausschließlich über eine Autobahn oder über eine Landstraße zu erreichen. Die Tiefgarage des Einkaufszentrums hat für Autos genau zwei Einfahrten. Aufgrund von Verkehrszählungen weiß man, dass im Mittel ein Viertel aller Autos durch die Einfahrt 1 in die Tiefgarage gelangt und 30 % dieser Fahrzeuge von der Autobahn kommen. Im Mittel 45 % aller Autos kommen von der Landstraße und gelangen durch die Einfahrt 2 in die Tiefgarage.

- 4 **a)** Stellen Sie zu der beschriebenen Situation eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel auf.
- 2 **b)** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein in der Tiefgarage zufällig ausgewähltes Auto durch die Einfahrt 1 in die Tiefgarage gelangte, wenn bekannt ist, dass es von der Autobahn kam.
- 2 **c)** Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein in der Tiefgarage zufällig ausgewähltes Auto von der Autobahn kam oder durch die Einfahrt 1 in die Tiefgarage gelangte.
- 4 **d)** Bestimmen Sie die im Baumdiagramm angegebene Wahrscheinlichkeit  $p$  und beschreiben Sie das zugehörige Ereignis in Worten.



A: Auto kommt von der Autobahn

$E_1$ : Auto gelangt durch die Einfahrt 1 in die Tiefgarage

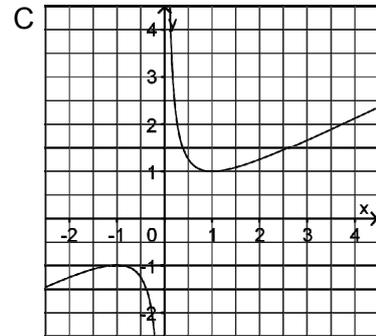
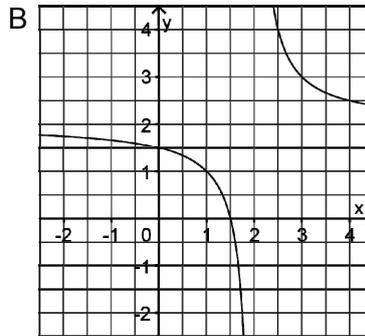
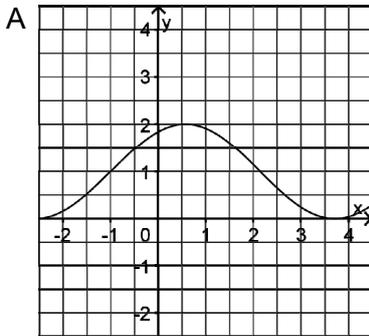
- 1 **4 a)** Begründen Sie, dass  $\log_{0,1} 0,01 = 2$  gilt.
- 2 **b)** Vereinfachen Sie den Term  $\left(\frac{1}{a}\right)^{\log_a 13}$  mit  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$  so weit wie möglich.
- 3 **c)** Vereinfachen Sie den Term  $\frac{(-b^2)^3}{c^{-4}} \cdot \left(\frac{1}{bc}\right)^5$  mit  $b \neq 0$  und  $c \neq 0$  so weit wie möglich.
- 5** In der Höhe des Meeresspiegels beträgt der Luftdruck  $p$  an einem bestimmten Tag 1000 hPa. Mit zunehmender Höhe nimmt der Luftdruck (bei sonst gleichbleibenden Bedingungen) exponentiell ab; dabei sinkt der Luftdruck bei einem Höhenunterschied von einem Kilometer um 12 %.
- 3 **a)** Der Luftdruck  $p$  lässt sich in Abhängigkeit von der Höhe  $x$  (in km) über dem Meeresspiegel durch einen Term der Form  $p(x) = b \cdot a^x$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  und  $b \in \mathbb{R}$  beschreiben. Geben Sie  $a$  und  $b$  sowie die Bedeutung dieser beiden Konstanten im Sachzusammenhang an.
- 2 **b)** Zeigen Sie, dass der Luftdruck  $p$  in Abhängigkeit von der Höhe  $x$  näherungsweise auch durch den Term  $p(x) = 1000 \text{ hPa} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x \text{ km}}{5,5 \text{ km}}}$  beschrieben werden kann.
- 1 **c)** Berechnen Sie den Luftdruck in einer Höhe von 2900 m.
- 4 **d)** Bestimmen Sie den Höhenunterschied, bei dem der Luftdruck um zwei Drittel abnimmt.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

- 4 6 Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f: x \mapsto \frac{x^3}{1+x^2}$ . Geben Sie das Symmetrieverhalten des Graphen von  $f$  sowie den Grenzwert von  $f$  für  $x \rightarrow -\infty$  an. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

- 6 7 Betrachtet werden die Funktionsgraphen A, B und C.



Jeder der Funktionsgraphen wird durch genau einen der folgenden Funktionsterme beschrieben. Entscheiden Sie für jeden Term, ob er zu einem der abgebildeten Graphen passt. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

$$g_1(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$g_2(x) = \frac{0,5}{x} + 0,5x$$

$$g_3(x) = \frac{1}{x-2} + 2$$

$$g_4(x) = 1 + \sin(x+1)$$

$$g_5(x) = 1 - \log_{10}(x)$$

$$g_6(x) = 2 \sin(x+1)$$

60