08.09.2011

# Besondere Prüfung 2011

# Mathematik

**Arbeitszeit: 120 Minuten**

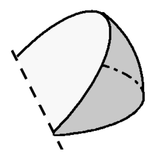
Name des Prüflings

**Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.**

*BE*

**1** Eine ungeschälte Orange hat einen Durchmesser von 8,0 cm.

4 **a)** Die Orange wird in acht gleich große Stücke zerlegt (vgl. Abbildung). Berechnen Sie, welche Oberfläche und welches Volumen ein solches Stück hat.

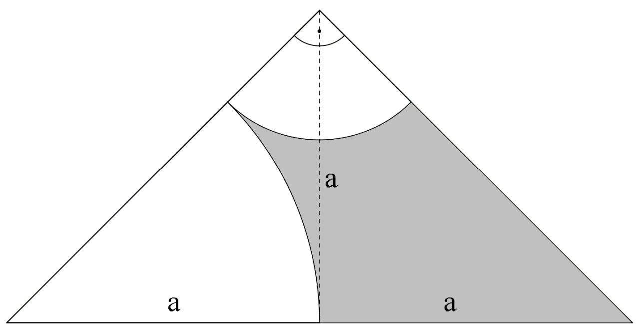


3 **b)** Die Schale der Orange ist 6 mm dick. Berechnen Sie, wie viel Prozent des Volumens der ganzen Orange das Volumen der Schale ausmacht.

3 **c)** Aus der Orange, die ohne Schale einen Radius von 3,4 cm hat, lassen sich maximal 50 ml Saft gewinnen. Berechnen Sie, wie viel Saft eine Orange, deren Radius ohne Schale 4,0 cm beträgt, maximal liefert, wenn diese den gleichen Saftanteil besitzt.

4 **2** Das abgebildete Dreieck ist rechtwinklig und gleichschenklig. Zwei der Eckpunkte des Dreiecks sind die Mittelpunkte der Kreisbögen.

Bestimmen Sie den Inhalt A des grau markierten Flächenstücks in Abhängigkeit von a.

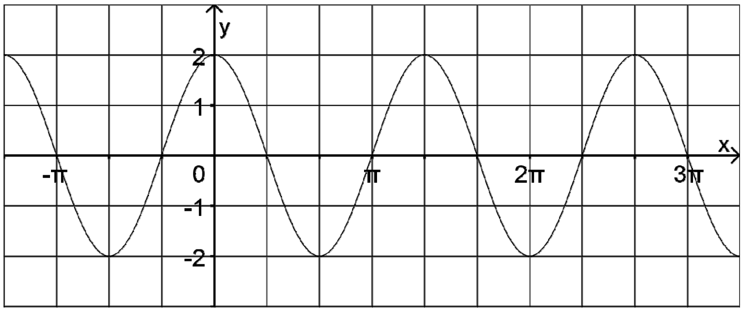



*(Fortsetzung nächste Seite)*

BE

2 **3 a)** Betrachtet werden Winkel α mit $\alpha \in [0°;360°]$. Geben Sie (auf ganze Grad gerundet) alle möglichen Werte für α an, so dass $\cos\alpha = -0{,}9063$ gilt.

4 **b)** Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f: x \mapsto a \cdot \cos(b \cdot x) + c$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $c \in \mathbb{R}$. Die Abbildung zeigt den Graphen von f.




Geben Sie passende Werte für die Parameter a und c an.
Bestimmen Sie einen passenden Wert für den Parameter b.

4 **c)** Zeichnen Sie die Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $g: x \mapsto -\sin x$ und $h: x \mapsto \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ für $x \in [-2\pi; 2\pi]$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.
Geben Sie mithilfe Ihrer Zeichnung die Lösungsmenge der Ungleichung $-\sin x < \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ für $x \in [-\pi; \pi]$ an.

2 **d)** Für den Winkel α mit $\alpha \in [0°;90°]$ ist $\sin\alpha = \sqrt{\frac{8}{9}}$. Zeigen Sie, dass $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ gilt.

**4** Im Rahmen einer Studie werden 1500 Personen danach befragt, ob sie vor dem letzten Winter gegen Grippe geimpft wurden und ob sie im letzten Winter an Grippe erkrankt waren.

2 **a)** Die Vierfeldertafel enthält Ergebnisse der Befragung in absoluten Häufigkeiten. Vervollständigen Sie die Vierfeldertafel.

| | E | $\overline{E}$ | |
|---|---|---|---|
| G | 75 | | 600 |
| $\overline{G}$ | | 500 | |
| | | | 1500 |

G: „Person wurde gegen Grippe geimpft."

E: „Person war an Grippe erkrankt."

3 **b)** Wie viel Prozent der Befragten wurden gegen Grippe geimpft? Wie viel Prozent der Befragten wurden nicht gegen Grippe geimpft und erkrankten an Grippe?

2 **c)** Wie viel Prozent der gegen Grippe Geimpften erkrankten an Grippe?

2 **d)** Unter den befragten Personen wird eine zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde sie nicht geimpft, wenn sie nicht an Grippe erkrankt war?

(Fortsetzung nächste Seite)

| BE | |
|---|---|
| | **5** Im Atommülllager Asse II sind seit 40 Jahren Fässer mit schwach- und mittelradioaktivem Abfall in einem Salzstock eingelagert. Zuletzt wurde bekannt, dass Wasser in den Salzstock eindringt und radioaktives Material aus den Fässern auswäscht, zum Beispiel das auch in der Strahlentherapie verwendete Cäsium Cs-137. Man untersucht im Labor ein Fass, in dem sich 50 µg ($50 \cdot 10^{-6}$ g) radioaktives Cs-137 befinden. Unter der Voraussetzung, dass der Inhalt des Fasses keinen äußeren Einflüssen ausgesetzt ist, lässt sich die zum Zeitpunkt t noch vorhandene Masse des radioaktiven Materials durch den Term $$m(t) = m_0 \cdot \left(\tfrac{1}{2}\right)^{k \cdot t}$$ mit $k \in \mathbb{R}^+$ beschreiben. Dabei ist $m_0$ die Masse des Materials in µg zum Zeitpunkt der Untersuchung und t die seit der Untersuchung vergangene Zeit in Jahren. k ist eine für Cs-137 charakteristische Konstante. 60 Jahre nach der Untersuchung wären dann in dem Fass noch 12,5 µg Cs-137 vorhanden. |
| *2* | **a)** Die Halbwertszeit $t_H$ gibt die Zeit an, in der sich die Masse des radioaktiven Materials jeweils halbiert. Geben Sie den Wert für die Halbwertszeit $t_H$ von Cs-137 an. |
| *3* | **b)** Bestimmen Sie den Wert der Konstanten k. |
| | Verwenden Sie für die folgende Teilaufgabe $k = 0{,}033$. |
| *4* | **c)** Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren in dem Fass noch 40 % der ursprünglichen Masse des Cs-137 vorhanden wären. |
| *1* | **d)** Gemäß der angegebenen Formel sind nach 100 Jahren von 50 µg Cs-137 in einem Fass noch etwa 5 µg vorhanden. Warum ist dieser Wert für ein Fass im Lager Asse II nicht korrekt? |
| | **6** Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto (x^2 - 1) \cdot (x^2 - 4) \cdot (x - 1)$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{R}$. |
| *3* | **a)** Bestimmen Sie die Nullstellen von f sowie den Funktionswert an der Stelle $x = 0$. |
| *4* | **b)** Skizzieren Sie den Graphen von f unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus Aufgabe 6a. Eine Berechnung weiterer Funktionswerte ist nicht erforderlich. |

*(Fortsetzung nächste Seite)*

| BE | |
|---|---|
| | **7** Gegeben sind die Funktionen $f_1: x \mapsto \frac{8}{4x+4} - 1$, $f_2: x \mapsto 2 \cdot (0{,}5)^x - 1$ und $f_3: x \mapsto \frac{2}{x^2+1} - 1$ mit jeweils maximalem Definitionsbereich. |
| 4 | **a)** Geben Sie jeweils zwei Eigenschaften der Funktionen $f_1$, $f_2$ und $f_3$ an, die auch zu dem abgebildeten Graphen passen. |
| 4 | **b)** Begründen Sie für zwei der Funktionen, dass diese dennoch nicht zu dem abgebildeten Graphen gehören können. |
| 60 | |